



Universidade do Porto
Faculdade de Engenharia

FEUP

**ESTUDO COMPARATIVO ACERCA DO DESEMPENHO E DA
CAPACIDADE AXIAL RESISTENTE DE COLUNAS TUBULARES EM
AÇO E EM AÇO – BETÃO**

GERALDINA GONÇALVES

(Engenheira Civil)

*Dissertação apresentada para obtenção do Grau de Mestre em Engenharia Civil na
Especialidade de Estruturas de Engenharia Civil pela Faculdade de Engenharia da
Universidade do Porto*

Dissertação realizada sob a supervisão do Professor

Rui M. M. Carneiro Barros

Departamento de Engenharia Civil da

Faculdade de Engenharia da Universidade do Porto

PORTO, Setembro 2009

ÍNDICE GERAL

RESUMO	v
ABSTRACT	vii
RÉSUMÉ	ix
AGRADECIMENTOS	xi
ÍNDICE DE TEXTO	xv
ÍNDICE DE FIGURAS	xxi
ÍNDICE DE TABELAS	xxxv
CAPÍTULO 1: INTRODUÇÃO	1
CAPÍTULO 2: ESTADO DA ARTE	7
CAPÍTULO 3: PRINCÍPIOS TEÓRICOS PARA A ANÁLISE NÃO LINEAR DE COLUNAS	17
CAPÍTULO 4: CARACTERIZAÇÃO DO COMPORTAMENTO DOS MATERIAIS E DAS COLUNAS EM ESTUDO	61
CAPÍTULO 5 – ENSAIOS EXPERIMENTAIS DAS COLUNAS MISTA	69
CAPÍTULO 6 – ESTUDO PARAMÉTRICO	101
CAPÍTULO 7 – CONCLUSÕES E DESENVOLVIMENTOS FUTUROS	135
REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS	139
ANEXO A	149
ANEXO B	207

Resumo

O desenvolvimento económico – cultural exige que as estruturas sejam funcionais, económicas e com tempos de execução cada vez mais reduzidos. Sendo as colunas tubulares um elemento estrutural que obedece às exigências descritas, justifica-se que o seu uso seja cada vez mais frequente.

De entre as vantagens que colunas tubulares, quer em aço quer em aço-betão, apresentam pode-se enumerar: o bom comportamento espacial, a boa ductilidade, o excelente comportamento face a efeitos de torção e à rapidez do processo construtivo. Quanto às colunas mistas, acrescenta-se a vantagem de dispensar o uso de cofragem, isto porque o perfil tubular desempenha simultaneamente a função de cofragem perdida, na fase de construção, e de reforço do betão.

A utilização de um elemento estrutural impõe um conhecimento do seu comportamento face a fenómenos e solicitações que lhe são impostas durante a sua vida útil, nomeadamente cargas axiais. Com vista a contribuir para uma redução de algumas carências de informação, apresenta-se um trabalho teórico-experimental sobre a capacidade axial resistente e o desempenho comparativo de colunas tubulares em aço e colunas tubulares de aço-betão, fundamentalmente colunas de betão simples encamisado por tubo de aço, com vista a analisar as influências de certos parâmetros condicionantes e do betão.

Ensaaiaram-se 14 colunas mistas de 1,60-1,70-1,80 m de comprimento, com diâmetro de 90mm e espessura 2 mm, preenchidas com 2 classes de betão, para as quais foi determinada quer a capacidade resistente quer algumas características do seu desempenho inicial na fase de pós-encurvadura. Todas estas colunas apresentavam padrões distintos de deformações iniciais e de excentricidades, avaliadas segundo 2 planos longitudinais perpendiculares.

Utilizaram-se formulações e métodos clássicos já estabelecidos – tais como tensões críticas de Rankine-Gordon, método dos coeficientes de influência, método dos elementos finitos no contexto da instabilidade estrutural, método de Southwell e a equação de interacção

Resumo

de Merchant-Rankine – quer no tratamento da base de dados experimentais das colunas mistas ensaiadas, quer para o estudo paramétrico realizado.

Formularam-se algumas conclusões e sugestões para trabalhos a desenvolver no futuro, na sequência deste estudo.

Abstract

The economic-cultural development demands that the structures are functional, economic and with construction periods increasingly reduced. Since the tubular columns are structural elements that obey the requirements described, it seems justified that their use is increasingly frequent.

Among the advantages of tubular columns, either in steel or steel-concrete, one can list: the good spatial behavior with recognized ductility, the excellent performance against the effects of twisting and speed the construction process. As for mixed columns, exists the additional advantage of unnecessary use of formwork, because the tubular profile also serves the function of permanent formwork during construction and laying of concrete.

The use of a structural element requires knowledge of its behavior under actions and forces during its lifetime, in particular including the effect of axial loads. In order to contribute to a reduction of some of gaps and unknowns in the behavior of composite steel-concrete columns, this thesis presents a theoretical and experimental work on the axial resistant capacity and comparative performance of tubular steel columns and of tubular steel-concrete columns, basically steel encased plain-concrete columns, in order to examine the influence of certain conditions and of parameters of the concrete.

The experimental program tested 14 composite steel-concrete columns 1,60-1,70-1,80 m long, with diameter of 90 mm and thickness of 2 mm, filled with 2 classes of concrete, for which it is determined the resistant capacity and some resistant characteristics of its initial performance in the post-buckling phase. All these columns had different patterns of initial deformations and eccentricities, evaluated along two perpendicular vertical planes.

Well-established formulations and classical methods are used – such as critical stresses of Rankine-Gordon, the influence coefficient method, the finite element method in the context of structural instability, the method of Southwell and the interaction equation of Merchant-Rankine – either in the treatment of the experimental database of the composite steel-concrete columns tested, or for the parametric study performed.

Some conclusions and suggestions for further work are outlined, to be developed in the future as a result of this study.

Résumé

Le développement économique, culturelles et l'avancement technologique exige des structures fonctionnelles et économiques en cout et en durée de réalisation. Les montants en profil tubulaire, satisfaisant les conditions et les exigences imposées, présentent une progression remarquable et impressionnante dans leurs utilisations pratiques.

Ces éléments constructifs, en matériau d'acier ou mixte acier-béton, présentent beaucoup d'avantages, notamment, leurs bon comportement spécial, leurs légèretés, bonne ductilité, excellente performance contre les effets de torsion, et une durée leurs montage très réduite.

D'autre part, ces profils tubulaires servent aux coffrages dans le cas des éléments mixtes et seront considérés par conséquent, comme un coffrage perdu, en plus de leurs effets de renforcement du béton.

L'utilisation d'un élément structurel nécessite une connaissance de son comportement en vers les tendances sociales et les exigences imposées au cours de sa durée de vie, plus particulièrement sous l'effet des charges axiales. Afin de clarifier et justifier, relativement, certaines lacunes de ce sujet, un travail théorique et expérimental a été mené sur la capacité résistante axiale de ces éléments suivi par une comparaison concrète, de point de vue performance, entre les montants tubulaires en acier et les montants mixtes acier-béton, ces derniers sont fondamentalement simple, composés de béton, chemisé par un tube d'acier, ce qui va permettre d'examiner l'influence de certains conditions et paramètres du béton.

Pour la partie expérimentale, 14 specimens de colonnes mixtes ont été confectionnés, de longueur différentes de 1,60-1,70 et 1,80 m, et d'un diamètre et d'une épaisseur communs de 90 mm et 2 mm respectivement. Les éprouvettes sont remplies de 2 classes de béton, pour lesquels il sera déterminé leurs aptitude et examiner l'évolution de la résistance caractéristique de ses performances initiales dans l'après-flambement. Tous ces intervenants ont différents modes de déformation initiale et excentricités, à évaluer en deux plans longitudinaux perpendiculaires.

Les formulations analytique sont basées sur des méthodes classiques déjà établies, a savoir, la contrainte critique de Rankine-Gordon, la méthode des coefficients de influence, la méthode des éléments finis dans le contexte d'instabilité, la méthode structurale de Southwell et l'équation de l'interaction de Merchant-Rankine, soit dans le traitement de la base de données expérimentales sur des colonnes mixtes testées, tant pour l'étude paramétrique réalisée.

Le travail s'acheve par des conclusions et recommandations qui vont servir les futurs travaux de ce genre.

Agradecimentos

Este trabalho que apresento é fruto do apoio, incentivo e paciência de muitos, que quero aqui e agora expressar a minha sincera gratidão.

Aos meus pais agradeço - lhes a compreensão, paciência, ânimo e, principalmente, por estarem sempre ali.

Aos meus amigos pela força, conselho e incentivo incansável.

Ao Professor Rui Carneiro Barros, o meu orientador, quero expressar a minha gratidão, pelo interesse e acompanhamento, pelos conhecimentos fornecidos, pelo material bibliográfico, pela paciência, compreensão, incentivo, disponibilidade e amizade.

Ao Professor Raimundo Delgado, na qualidade de Director do Mestrado em Estruturas de Engenharia Civil da F.E.U.P, exprimo a minha gratidão por me conceder a possibilidade de realizar este trabalho.

À QUALIBETÃO, pelo fornecimento do betão a utilizar na parte experimental.

À Eng.^a Paula Silva, pela ajuda, disponibilidade, compreensão e auxílio nos ensaios experimentais.

Ao Professor Joaquim Figueiras por permitir a utilização do LABEST – Laboratório de Estruturas da F.E.U.P.- para realizar os ensaios.

Aos Eng.^o Brás César, Eng.^o Ricardo Brites (U.M.) e Eng.^o Mário Pimentel pela disponibilidade e auxílio na aprendizagem do uso de certos softwares utilizados.

À Faculdade de Engenharia da Universidade do Porto pela cedência de meios, em particular, ao Departamento de Estruturas e a todo o seu pessoal.

Aos Eng.^o Afonso Osório e Eng.^o R. Ismael Batista pela paciência, ajuda e compreensão.

A todos os meus mais sinceros agradecimentos, por me ajudarem a levar este trabalho a bom porto.

Obrigada!

Aos meus pais

Ao meu avô (1929-2006)

ÍNDICE DE TEXTO

CAPÍTULO 1: INTRODUÇÃO

1.1 Objectivos	1
1.2 Aspectos Gerais	1
1.3 Interesse do Tema Abordado	2
1.4 Resumo dos Capítulos	3

CAPÍTULO 2: ESTADO DA ARTE

2.1 Colunas Tubulares Circulares em Aço	8
2.2 Colunas Mistas Tubulares em Aço-Betão	10

CAPÍTULO 3: PRÍNCÍPIOS TEÓRICOS PARA A ANÁLISE NÃO LINEAR DE COLUNAS

3.1 Viga - Coluna	17
3.2 Instabilidade Estrutural	18
3.2.1 Hipótese de Euler	19
3.2.2 Fórmula de Merchant-Rankine	22
3.2.3 Adaptação Fórmula Merchant-Rankine para colunas mistas	23
3.2.4 Fórmula de Merchant-Rankine	25
3.2.5 Curvas de Encurvadura	27
3.3 Imperfeições Geométricas	29

3.3.1 Deformada inicial	29
3.3.2 Excentricidade de carga	32
3.3.3 Diagrama de Southwell	33
3.4 Princípio do Método dos Coeficientes de Influência	36
3.4.1 Formulação matemática	39
3.4.2 Metodologia	45
3.4.3 Organograma	48
3.5 Fundamentos Teóricos da Modelação por Elementos finitos	49
3.5.1 Análise não linear geométrica com elementos não lineares	49
3.5.2 Análise não linear material	50
3.6 Relação Momento – Curvatura de Secções de Colunas.	52
3.7 Equação Interactiva para Colunas Tubulares em Aço	54
3.8 Equação Interactiva para Colunas Tubulares em Aço Preenchidas com Betão	58

CAPÍTULO 4: CARACTERIZAÇÃO DO COMPORTAMENTO DOS MATERIAIS E DAS COLUNAS EM ESTUDO

4.1 Caracterização do Betão e seu Confinamento	61
4.2 Caracterização do Aço	65
4.3 Caracterização das Colunas em Aço	66
4.3.1 Deformações iniciais	67
4.3.2 Excentricidades de carga	67

CAPÍTULO 5 – ENSAIOS EXPERIMENTAIS DAS COLUNAS MISTA

5.1 Introdução	69
5.2 Procedimento	69
5.2.1 Caracterização das colunas ensaiadas	69
5.2.2 Descrição de ensaio	72
5.2.3 Deformações iniciais e excentricidades de carga	73
5.3 Apresentação dos Resultados	76
5.4 Tratamento e Discussão dos Resultados	80
5.4.1 Curvas dos ensaios confrontadas com as curvas teóricas	80
5.4.2 Diagrama de Southwell	90
5.4.3 Cargas últimas do ensaio e teóricas	92
5.5 Considerações sobre Potenciais Melhorias de Futuros Ensaio Experimentais	98

CAPÍTULO 6 – ESTUDO PARAMÉTRICO

6.1 Curvas Teóricas para Colunas em Aço	102
6.1.1 Hipótese de Euler	102
6.1.2 Fórmula de Rankine-Gordon	104
6.1.3 Curvas de Encurvadura	106
6.2 Curvas Teóricas para Colunas em Betão Encamisado em Tubo de Aço	112
6.2.1 Hipótese de Euler para colunas mista	112
6.2.2 Fórmula de Rankine-Gordon para colunas mistas	114
6.3 Curvas de Tensões Críticas Normalizadas para Colunas Tubulares Circulares Imperfeitas em Aço	116
6.3.1 Deformações iniciais	116

6.3.2 Excentricidades de carga	120
6.4 Curvas de Colunas tubulares Circulares Imperfeitas em Betão Encamisado em Tubo de Aço	124
6.5 Análise Comparativa entre Colunas Tubulares Circulares Imperfeitas em Aço e em Aço-Betão	130
 CAPÍTULO 7 – CONCLUSÕES E DESENVOLVIMENTOS FUTUROS	
7.1 Síntese Geral	135
7.2 Conclusões	135
7.2.1 Ensaaios experimentais das colunas mistas	135
7.2.2 Estudo paramétrico	137
7.3 Desenvolvimentos Futuros	138
 REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS	
Referências Bibliográficas	139
 ANEXO A	
Coluna - C.1.1.1	151
Coluna - C.1.1.2	155
Coluna - C.1.2.1	159
Coluna - C.1.2.2	163
Coluna - C.1.2.3	167
Coluna - C.1.2.4	171
Coluna - C.2.1.1	175

Coluna - C.2.1.2	179
Coluna - C.2.2.1	183
Coluna - C.2.2.2	187
Coluna - C.2.2.3	191
Coluna - C.3.1.1	195
Coluna - C.3.2.1	199
Coluna - C.3.2.2	203
 ANEXO B	
Caracterização dos Materiais Constituintes das Colunas de Ensaio	209
Ensaio à Compressão (553 dias)	211
Determinação do Módulo de Elasticidade em Compressão (553 dias)	212
Ensaio à Compressão (547 dias)	214
Determinação do Módulo de Elasticidade em Compressão (547 dias)	215
Certificado dos Tubos de Aço	217

ÍNDICE DE FIGURAS

CAPÍTULO 1: INTRODUÇÃO

CAPÍTULO 2: ESTADO DA ARTE

Figura 2.1: Colunas tubulares circulares ocas em aço	8
Figura 2.2: Colunas tubulares circulares em aço cheias de betão	10
Figura 2.3: Secções sugeridas por Abedi <i>et al.</i> (2008).	14

CAPÍTULO 3: PRÍNCÍPIOS TEÓRICOS PARA ANÁLISE DE COLUNAS NÃO LINEARES

Figura 3.1: Trajectória de equilíbrio, adaptado de Reis e Camotim (2001)	17
Figura 3.2: Coluna de Euler, adaptado de Silva (2004)	20
Figura 3.3: Gráfico de Euler, adaptado (Reis e Camotim, 2001)	22
Figura 3.4: Diagrama de interacção de Merchant-Rankine: FMR e FMR-modificado, adaptado de Barros (2009) e Barros <i>et al.</i> (2009)	26
Figura 3.5: Configuração de deformada inicial, adaptado de Reis e Camotim (2001)	29
Figura 3.6: Excentricidade de carga, adaptado de Reis e Camotim (2001)	29
Figura 3.7: Configuração deformada inicial, adaptado de (Reis e Camotim, 2001)	30
Figura 3.8: Trajectória de equilíbrio de uma coluna comprimida axialmente sujeita uma deformada inicial, adaptado de (Reis e Camotim,2001)	31

Figura 3.9: Coluna submetida a carregamento excêntrico, adaptado de Reis e Camotim (2001)	32
Figura 3.10: Trajectória de equilíbrio de uma coluna comprimida axialmente de forma excêntrica, adaptado de Reis e Camotim (2001)	33
Figura 3.11: Diagrama de Southwell, adaptado de Reis e Camotim (2001)	36
Figura 3.12: Divisão da secção transversal, adaptado de Barros (1983)	38
Figura 3.13: Notações para a análise das vigas-coluna, adaptado de Barros (1983)	39
Figura 3.14: Derivação da curvatura no plano yz , adaptado de Barros (1983)	41
Figura 3.15: Condições de inclinação para o extremo inferior B no plano yz , adaptado de Barros (1983)	43
Figura 3.16: Organigrama do software.	48
Figura 3.17: Modelo de fibras: discretização da secção (adaptado de Barros et al.2009)	51
Figura 3.18: Relação Momento – Curvatura, adaptado de Chen e Atsuta (1978)	53
Figura 3.19: Idealização da curva tensão – extensão, elástico – perfeitamente plástico, adaptado de Chen e Atsuta (1978)	53
Figura 3.20: Curvas de Interação para secções rectangulares e secções I, adaptado de Moy (1981) e Barros et al (2009)	56
Figura 3.21: Secção tubular circular, adaptado de Barros (2009)	56

CAPÍTULO 4: CARACTERIZAÇÃO DO COMPORTAMENTO DOS MATERIAIS E DAS COLUNAS EM ESTUDO

Figura 4.1: Secção das colunas tubulares de betão encamisado em aço	61
Figura 4.2: Tensões de Confinamento em secções circulares	62
Figura 4.3: Arqueamento das Tensões de Confinamento em secções rectangulares e quadradas	63

Figura 4.4: Diagrama de tensões-deformações do modelo de Kent e Park (1971), referido em (Coelho, 1997)	63
Figura 4.5: Diagrama de tensões – deformações, de perfis laminados a quente, adaptado de Nardin (1999)	65
Figura 4.6: Diagrama de tensões – deformações, de perfis enformados a frio, adaptado de Nardin (1999)	66

CAPÍTULO 5 – ENSAIOS EXPERIMENTAIS DAS COLUNAS MISTA

Figura.5.1: As colunas antes dos ensaios	70
Figura.5.2: As colunas depois dos ensaios	70
Figura.5.3: Betonagem das colunas	71
Figura.5.4: Betonagem dos provetes	71
Figura.5.5: Máquina de compressão universal	71
Figura.5.6: Provede ensaiado	71
Figura.5.7: Pórtico resistente	72
Figura.5.8: Actuador – apoio Superior	72
Figura.5.9: Esquema do apoio Inferior	73
Figura.5.10: Apoio inferior	73
Figura.5.11: Padrão de deformações iniciais da coluna C.1.1.1	73
Figura.5.12: Padrão de deformações iniciais da coluna C.1.2.3	73
Figura.5.13: Padrão de deformações iniciais da coluna C.2.1.2	74
Figura.5.14: Padrão de deformações iniciais da coluna C.2.2.1	74
Figura.5.15: Padrão de deformações iniciais da coluna C.3.1.1	74
Figura.5.16: Padrão de deformações iniciais da coluna C.3.2.1	74

Figura.5.17: Registo do padrão de deformações iniciais	75
Figura.5.18: Diagrama carga-deslocamento da coluna C.1.1.1	78
Figura.5.19: Trajectórias da secção a meio vão da coluna C.1.1.1	78
Figura.5.20: Diagrama carga-deslocamento da coluna C.1.2.3	78
Figura.5.21: Trajectórias da secção a meio vão da coluna C.1.2.3	79
Figura.5.22: Diagrama carga-deslocamento da coluna C.2.1.2	79
Figura.5.23: Trajectórias da secção a meio vão da coluna C.2.1.2	78
Figura.5.24: Diagrama carga-deslocamento da coluna C.2.2.1	79
Figura.5.25: Trajectórias da secção a meio vão da coluna C.2.2.1	79
Figura.5.26: Diagrama carga-deslocamento da coluna C.3.1.1	79
Figura.5.27: Trajectórias da secção a meio vão da coluna C.3.1.1	79
Figura.5.28: Diagrama carga-deslocamento da coluna C.3.2.1	80
Figura.5.29: Trajectórias da secção a meio vão da coluna C.3.2.1	80
Figura.5.30: Curvas de Carga-Deslocamento da secção média, da Coluna C.1.1.1 : Coluna de Aço sob Análise não Linear Geométrica (AENL), Coluna Aço e Betão (Não-confinado e Confinado) sob AENL e Coluna Ensaçada Aço e Betão	81
Figura.5.31: Curvas de Carga-Deslocamento da secção média, da Coluna C.1.2.3 : Coluna de Aço sob Análise não Linear Geométrica (AENL), Coluna Aço e Betão (Não-confinado e Confinado) sob AENL e Coluna Ensaçada Aço e Betão	81
Figura.5.32: Curvas de Carga-Deslocamento da secção média, da Coluna C.2.1.2 : Coluna de Aço sob Análise não Linear Geométrica (AENL), Coluna Aço e Betão (Não-confinado e Confinado) sob AENL e Coluna Ensaçada Aço e Betão	81
Figura.5.33: Curvas de Carga-Deslocamento da secção média, da Coluna C.2.2.1 : Coluna de Aço sob Análise não Linear Geométrica (AENL), Coluna Aço e Betão (Não-confinado e Confinado) sob AENL e Coluna Ensaçada Aço e Betão	81

Figura.5.34: Curvas de Carga-Deslocamento da secção média, da Coluna C.3.1.1: Coluna de Aço sob Análise não Linear Geométrica (AENL), Coluna Aço e Betão (Não-confinado e Confinado) sob AENL e Coluna Ensaída Aço e Betão	81
Figura.5.35: Curvas de Carga-Deslocamento da secção média, da Coluna C.3.2.1: Coluna de Aço sob Análise não Linear Geométrica (AENL), Coluna Aço e Betão (Não-confinado e Confinado) sob AENL e Coluna Ensaída Aço e Betão	81
Figura.5.36: Diagrama de Southwell da coluna C.1.1.1	90
Figura.5.37: Diagrama de Southwell da coluna C.1.2.3	90
Figura.5.38: Diagrama de Southwell da coluna C.2.1.2	90
Figura.5.39: Diagrama de Southwell da coluna C.2.2.1	90
Figura.5.40: Diagrama de Southwell da coluna C.3.1.1	90
Figura.5.41: Diagrama de Southwell da coluna C.3.2.1	90
Figura.5.42: Diagrama de interacção da Formula de Merchant-Rankine modificado para colunas 1,80m.	93
Figura.5.43: Diagrama de interacção da Formula de Merchant-Rankine modificado para colunas 1,70m.	94
Figura.5.44: Diagrama de interacção da Formula de Merchant-Rankine modificado para colunas 1,60m.	94

CAPÍTULO 6 – ESTUDO PARAMÉTRICO

Figura 6.1: Curvas de Euler, para os três tipos de aço; S235, S275 e S355 e para (ϕ_p, t_p)	102
Figura 6.2: Curvas de Rankine-Gordon para os três tipos de aço, S235, S275 e S355 e para (ϕ_p, t_p)	104

Figura 6.3: Curvas de Euler e Rankine-Gordon para os três tipos de aço; S235, S275 e S355 e para (ϕ_p, t_p)	104
Figura 6.4: Curvas de Euler e Rankine-Gordon para o aço S235 e para (ϕ_p, t_p)	105
Figura 6.5: Curvas de Euler e Rankine-Gordon para o aço S275 e para (ϕ_p, t_p)	105
Figura 6.6: Curvas de Euler e Rankine-Gordon para o aço S355 e para (ϕ_p, t_p)	105
Figura 6.7: Curvas de Encurvadura	106
Figura 6.8: Curvas de Euler e de Rankine-Gordon e curva a de encurvadura (aço S235), e para (ϕ_p, t_p)	109
Figura 6.9: Curvas de Euler e de Rankine-Gordon e curva a de encurvadura (aço S275), e para (ϕ_p, t_p)	111
Figura 6.10: Curvas de Euler e de Rankine-Gordon e curva a de encurvadura (aço S355), e para (ϕ_p, t_p)	111
Figura 6.11: Curvas de Euler, para os betões C25/30 e C45/55 conjugados com os aços S235, S275, S355 para a coluna de referencia com (ϕ_p, t_p) .	112
Figura 6.12: Curvas de Euler, para o betão C25/30 conjugado com os aços; S235, S275, S355, para a coluna de referencia com (ϕ_p, t_p) .	113
Figura 6.13: Curvas de Euler, para o betão C45/55 conjugado com os aços; S235, S275, S355, para a coluna de referencia com (ϕ_p, t_p) .	113
Figura 6.14: Curvas de Rankine-Gordon misto para os betões C25/30 e C45/55 conjugados com os aços; S235, S275, S355.	114
Figura 6.15: Curvas de Rankine-Gordon misto para o betão C25/30 conjugado com os aços; S235, S275, S355	115
Figura 6.16: Curvas de Rankine-Gordon misto para o betão C45/55 conjugado com os aços; S235, S275, S355	115

Figura 6.17: Curva de Tensões Críticas normalizadas para os três tipos de aço; S235, S275 e S355	117
Figura 6.18: Curvas de Euler, de Rankine-Gordon, Encurvadura a e Tensões Críticas normalizadas para o aço S235	118
Figura 6.19: Curvas de Euler, de Rankine-Gordon, Encurvadura a e Tensões Críticas normalizadas para o aço S275	118
Figura 6.20: Curvas de Euler, de Rankine-Gordon, Encurvadura a e Tensões Críticas normalizadas para o aço S355	119
Figura 6.21: Curvas de Tensões Críticas normalizadas, Euler, Rankine-Gordon e Encurvadura a para o aço S235	121
Figura 6.22: Curvas de Tensões Críticas normalizadas, Euler, Rankine-Gordon e Encurvadura a para o aço S275	122
Figura 6.23: Curvas de Tensões Críticas normalizadas, Euler, Rankine-Gordon e Encurvadura a para o aço S355	123
Figura 6.24: Curvas de Tensões Críticas normalizadas em aço, para as duas classes de betão e as três classes de aço	127
Figura 6.25: Curvas de Tensões Críticas normalizadas em aço, Rankine-Gordon e de Euler, para os betões C25/30 e S235	128
Figura 6.26: Curvas de Tensões Críticas normalizadas em aço, Rankine-Gordon e de Euler, para os betões C45/55 e S235	128
Figura 6.27: Curvas de Tensões Críticas normalizadas em aço, Rankine-Gordon e de Euler, para os betões C25/30 e S275	128
Figura 6.28: Curvas de Tensões Críticas normalizadas em aço, Rankine-Gordon e de Euler, para os betões C45/55 e S275	128
Figura 6.29: Curvas de Tensões Críticas normalizadas em aço, Rankine-Gordon e de Euler, para os betões C25/30 e S355	128

Figura 6.30: Curvas de Tensões Críticas normalizadas em aço, Rankine-Gordon e de Euler, para os betões C45/55 e S355	128
Figura 6.31: Curvas das Tensões Críticas Normalizadas das colunas em aço S235, e das colunas aço-betão (S235 e C25/30, S235 e C45/55)	130
Figura 6.32: Curvas das Tensões Críticas Normalizadas das colunas em aço S275, e das colunas aço-betão (S275 e C25/30, S275 e C45/55)	130
Figura 6.33: Curvas das Tensões Críticas Normalizadas das colunas em aço S355, e das colunas aço-betão (S355 e C25/30, S355 e C45/55)	131

CAPÍTULO 7 – CONCLUSÕES E DESENVOLVIMENTOS FUTUROS

ANEXO A

Figura A.1: Coluna antes do ensaio	151
Figura A.2: Coluna depois do ensaio	151
Figura A.3: Padrão de deformações iniciais	152
Figura A.4: Diagrama carga-deslocamento	153
Figura A.5: Diagrama de Southwell	153
Figura A.6: Trajectória da secção a meio altura	154
Figura A.7: Curvas de Carga-Deslocamento da secção média: Coluna de Aço sob Análise não Linear Geométrica (AENL), Coluna Aço e Betão (Não-confinado e Confinado) sob AENL e Coluna Ensaída Aço e Betão	154
Figura A.8: Coluna antes do ensaio	155
Figura A.9: Coluna depois do ensaio	155
Figura A.10: Padrão de deformações iniciais	156

Figura A.11: Diagrama carga-deslocamento	157
Figura A.12: Diagrama de Southwell	157
Figura A.13: Trajectória da secção a meio altura	158
Figura A.14: Curvas de Carga-Deslocamento da secção média: Coluna de Aço sob Análise não Linear Geométrica (AENL), Coluna Aço e Betão (Não-confinado e Confinado) sob AENL e Coluna Ensaída Aço e Betão	158
Figura A.15: Coluna antes do ensaio	159
Figura A.16: Coluna depois do ensaio	159
Figura A.17: Padrão de deformações iniciais	160
Figura A.18: Diagrama carga-deslocamento	161
Figura A.19: Diagrama de Southwell	161
Figura A.20: Trajectória da secção a meio altura	162
Figura A.21: Curvas de Carga-Deslocamento da secção média: Coluna de Aço sob Análise não Linear Geométrica (AENL), Coluna Aço e Betão (Não-confinado e Confinado) sob AENL e Coluna Ensaída Aço e Betão	162
Figura A.22: Coluna antes do ensaio	163
Figura A.23: Coluna depois do ensaio	163
Figura A.24: Padrão de deformações iniciais	164
Figura A.25: Diagrama carga-deslocamento	165
Figura A.26: Diagrama de Southwell	165
Figura A.27: Trajectória da secção a meio altura	166
Figura A.28: Curvas de Carga-Deslocamento da secção média: Coluna de Aço sob Análise não Linear Geométrica (AENL), Coluna Aço e Betão (Não-confinado e Confinado) sob AENL e Coluna Ensaída Aço e Betão	166
Figura A.29: Coluna antes do ensaio	167

Figura A.30: Coluna depois do ensaio	167
Figura A.31: Padrão de deformações iniciais	168
Figura A.32: Diagrama carga-deslocamento	169
Figura A.33: Diagrama de Southwell	169
Figura A.34: Trajectória da secção a meio altura	170
Figura A.35: Curvas de Carga-Deslocamento da secção média: Coluna de Aço sob Análise não Linear Geométrica (AENL), Coluna Aço e Betão (Não-confinado e Confinado) sob AENL e Coluna Ensaída Aço e Betão	170
Figura A.36: Coluna antes do ensaio	171
Figura A.37: Coluna depois do ensaio	171
Figura A.38: Padrão de deformações iniciais	172
Figura A.39: Diagrama carga-deslocamento	173
Figura A.40: Diagrama de Southwell	173
Figura A.41: Trajectória da secção a meio altura	174
Figura A.42: Curvas de Carga-Deslocamento da secção média: Coluna de Aço sob Análise não Linear Geométrica (AENL), Coluna Aço e Betão (Não-confinado e Confinado) sob AENL e Coluna Ensaída Aço e Betão	174
Figura A.43: Coluna antes do ensaio	175
Figura A.44: Coluna depois do ensaio	175
Figura A.45: Padrão de deformações iniciais	176
Figura A.46: Diagrama carga-deslocamento	177
Figura A.47: Diagrama de Southwell	177
Figura A.48: Trajectória da secção a meio altura	178

Figura A.49: Curvas de Carga-Deslocamento da secção média: Coluna de Aço sob Análise não Linear Geométrica (AENL), Coluna Aço e Betão (Não-confinado e Confinado) sob AENL e Coluna Ensaçada Aço e Betão	178
Figura A.50: Coluna antes do ensaio	179
Figura A.51: Coluna depois do ensaio	179
Figura A.52: Padrão de deformações iniciais	180
Figura A.53: Diagrama carga-deslocamento	181
Figura A.54: Diagrama de Southwell	181
Figura A.55: Trajectória da secção a meio altura	182
Figura A.56: Curvas de Carga-Deslocamento da secção média: Coluna de Aço sob Análise não Linear Geométrica (AENL), Coluna Aço e Betão (Não-confinado e Confinado) sob AENL e Coluna Ensaçada Aço e Betão	182
Figura A.57: Coluna antes do ensaio	183
Figura A.58: Coluna depois do ensaio	183
Figura A.59: Padrão de deformações iniciais	184
Figura A.60: Diagrama carga-deslocamento	185
Figura A.61: Diagrama de Southwell	185
Figura A.62: Trajectória da secção a meio altura	186
Figura A.63: Curvas de Carga-Deslocamento da secção média: Coluna de Aço sob Análise não Linear Geométrica (AENL), Coluna Aço e Betão (Não-confinado e Confinado) sob AENL e Coluna Ensaçada Aço e Betão	186
Figura A.64: Coluna antes do ensaio	187
Figura A.65: Coluna depois do ensaio	187
Figura A.66: Padrão de deformações iniciais	188
Figura A.67: Diagrama carga-deslocamento	189

Figura A.68: Diagrama de Southwell	189
Figura A.69: Trajectória da secção a meio altura	190
Figura A.70: Curvas de Carga-Deslocamento da secção média: Coluna de Aço sob Análise não Linear Geométrica (AENL), Coluna Aço e Betão (Não-confinado e Confinado) sob AENL e Coluna Ensaçada Aço e Betão	190
Figura A.71: Coluna antes do ensaio	191
Figura A.72: Coluna depois do ensaio	191
Figura A.73: Padrão de deformações iniciais	192
Figura A.74: Diagrama carga-deslocamento	193
Figura A.75: Diagrama de Southwell	193
Figura A.76: Trajectória da secção a meio altura	194
Figura A.77: Curvas de Carga-Deslocamento da secção média: Coluna de Aço sob Análise não Linear Geométrica (AENL), Coluna Aço e Betão (Não-confinado e Confinado) sob AENL e Coluna Ensaçada Aço e Betão	194
Figura A.78: Coluna antes do ensaio	195
Figura A.79: Coluna depois do ensaio	195
Figura A.80: Padrão de deformações iniciais	196
Figura A.81: Diagrama carga-deslocamento	197
Figura A.82: Diagrama de Southwell	197
Figura A.83: Trajectória da secção a meio altura	198
Figura A.84: Curvas de Carga-Deslocamento da secção média: Coluna de Aço sob Análise não Linear Geométrica (AENL), Coluna Aço e Betão (Não-confinado e Confinado) sob AENL e Coluna Ensaçada Aço e Betão	198
Figura A.85: Coluna antes do ensaio	199
Figura A.86: Coluna depois do ensaio	199

Figura A.87: Padrão de deformações iniciais	200
Figura A.88: Diagrama carga-deslocamento	201
Figura A.89: Diagrama de Southwell	201
Figura A.90: Trajectória da secção a meio altura	202
Figura A.91: Curvas de Carga-Deslocamento da secção média: Coluna de Aço sob Análise não Linear Geométrica (AENL), Coluna Aço e Betão (Não-confinado e Confinado) sob AENL e Coluna Ensaída Aço e Betão	202
Figura A.92: Coluna antes do ensaio	203
Figura A.93: Coluna depois do ensaio	203
Figura A.94: Padrão de deformações iniciais	204
Figura A.95: Diagrama carga-deslocamento	205
Figura A.96: Diagrama de Southwell	205
Figura A.97: Trajectória da secção a meio altura	206
Figura A.98: Curvas de Carga-Deslocamento da secção média: Coluna de Aço sob Análise não Linear Geométrica (AENL), Coluna Aço e Betão (Não-confinado e Confinado) sob AENL e Coluna Ensaída Aço e Betão	206

ANEXO B

Figura B.1: Provetes de betão antes do ensaio	209
Figura B.2: Provetes de betão depois do ensaio	209
Figura B.3: Provetes de betão ensaiado	209

ÍNDICE DE TABELAS

CAPÍTULO 1: INTRODUÇÃO

CAPÍTULO 2: ESTADO DA ARTE

CAPÍTULO 3: PRÍNCÍPIOS TEÓRICOS PARA ANÁLISE DE COLUNAS NÃO LINEARES

CAPÍTULO 4: CARACTERIZAÇÃO DO COMPORTAMENTO DOS MATERIAIS E DAS COLUNAS EM ESTUDO

Tabela 4.1: Valores das Curvas de Encurvadura inicial	67
--	----

CAPÍTULO 5 – ENSAIOS EXPERIMENTAIS DAS COLUNAS MISTA

Tabela 5.1: Caracterização das colunas ensaiadas	70
---	----

Tabela 5.2: Excentricidades de carga e orientação.	76
---	----

Tabela 5.3: Tabela resumo dos resultados experimentais obtidos	77
---	----

Tabela 5.4: Carga última e correspondente deformação a meia altura.	84
--	----

Tabela 5.5: Rigidez secante e correspondente deformação a meia – altura	85
--	----

Tabela 5.6: Ganhos entre as diversas colunas a meia – altura	86
---	----

Tabela 5.7: Apresentação do estudo das rigidezes tangentes a 90% da carga última	88
---	----

Tabela 5.8: Apresentação do estudo das rigidezes tangentes a 95% da carga última	89
---	----

Tabela 5.9: Tabela de resultados da carga crítica, P_{cr} , obtida pelo Diagrama de Southwell	91
Tabela 5.10: Carga última estimada através da equação de interacção	93
Tabela 5.11: Factor de correcção em função para cada um dos três conjuntos de colunas.	95
Tabela 5.12: Carga última estimada após a aplicação dos factores de correcção (parte 1).	95
Tabela 5.13: Carga última estimada após a aplicação dos factores de correcção (parte 2).	96
Tabela 5.14: Carga última estimada através do método proposto	97
 CAPÍTULO 6 – ESTUDO PARAMÉTRICO	
Tabela 6.1: Esbelteza limite para os três tipos de aço; S235, S275 e S355	103
Tabela.6.2: Tabela dos factores de redução das curvas de Encurvadura em função da esbelteza reduzida	107
Tabela.6.3: Determinação da classe das secções das colunas	108
Tabela.6.4: Tabela das Curvas de Encurvadura – Curva a	110
Tabela.6.5: Tabela de tensões críticas para colunas com um padrão de deformações iniciais	117
Tabela.6.6: Tabela de tensões críticas para colunas com excentricidades de carga para o aço S235	120
Tabela.6.7: Tabela de tensões críticas para colunas com excentricidades de carga para o aço S275	121
Tabela.6.8: Tabela de tensões críticas para colunas com excentricidades de carga para o aço S355	122

Tabela.6.9: Tabela de tensões críticas para colunas mistas aço-betão com um padrão de deformações iniciais, para aço S235 e Betão C25/30	124
Tabela.6.10: Tabela de tensões críticas para colunas mistas aço-betão com um padrão de deformações iniciais, para aço S235 e Betão C45/55	125
Tabela.6.11: Tabela de tensões críticas para colunas mistas aço-betão com um padrão de deformações iniciais, para aço S275 e Betão C25/30	125
Tabela.6.12: Tabela de tensões críticas para colunas mistas aço-betão com um padrão de deformações iniciais, para aço S275 e Betão C45/55	126
Tabela.6.13: Tabela de tensões críticas para colunas mistas aço-betão com um padrão de deformações iniciais, para aço S355 e Betão C25/30	126
Tabela.6.14: Tabela de tensões críticas para colunas mistas aço-betão com um padrão de deformações iniciais, para aço S355 e Betão C45/55	127
Tabela.6.15: Tabela de ganhos da carga última das colunas mistas com duas classes de betão (C25/30 e C45/55) em relação às cargas críticas das colunas em aço de classe de resistência S235	132
Tabela.6.16: Tabela de ganhos da carga última das colunas mistas com duas classes de betão (C25/30 e C45/55) em relação às cargas críticas das colunas em aço de classe de resistência S275	133
Tabela.6.17: Tabela de ganhos da carga última das colunas mistas com duas classes de betão (C25/30 e C45/55) em relação às cargas críticas das colunas em aço de classe de resistência S355	134

CAPÍTULO 7 – CONCLUSÕES E DESENVOLVIMENTOS FUTUROS

ANEXO A

ANEXO B

LISTA DE NOMENCLATURAS

A- Área

A_c – Área de Betão

A_a – Área de Aço

A_s - Área da secção da armadura ordinária de reforço

E – Módulo de Elasticidade

\bar{E} – Módulo de elasticidade da secção homogeneizada

e – Excentricidades de carga

f_c – Resistência à compressão do betão não confinado;

f_{syt} – Tensão de cedência da armadura transversal

f_{ck} – Valor característico da resistência à compressão do betão

f_y - Tensão de cedência do aço do perfil

f_{sk} - Tensão de cedência do aço das armaduras.

G – Módulo de Distorção

I – Momento de inércia

[I] é a matriz identidade de grau $(n+1)$

\bar{I} – Momento de inércia da secção mista

[J] - matriz Jacobiana

K_{ab} – Constante de majoração, para converter a resistência das colunas em aço, na das mistas

K : Matriz de Rigidez de estruturas lineares

K_{NL} : Matriz de Rigidez de elementos não lineares

Lista de nomenclaturas

l – Comprimento

M_p – Momento plástico

$N_{cr,r}$ – é a carga real de encurvadura tendo em conta imperfeições geométricas

N_{pl} – esforço axial de cedência por plastificação

$N_{pl,Rd}$ – é o carga última de cedência à plastificação

$N_{K,Rd}$ – é o esforço axial real de encurvadura

P – Carga axial

P_p – Carga plástica

P_{cr} – Carga crítica

P_r – Carga de Rankine - Gordon

$P_{cr,a}$ – Carga crítica elástica da coluna de aço

$P_{cr,ab}$ – Carga crítica elástica da coluna mista – a obter

M - Momentos flectores

w_{pa} – módulo plástico de resistência do perfil

w_{pc} – módulo plástico de resistência do betão

w_{ps} – módulo plástico de resistência da armadura

w_{pan} – módulo plástico de resistência do perfil, na zona de $2 h_n$

w_{pcn} – módulo plástico de resistência do betão, na zona de $2 h_n$

w_{psn} – módulo plástico de resistência da armadura, na zona de $2 h_n$

α – Coeficiente de Dilatação Térmica Linear

δ_0 - Deformações iniciais

η_1 - factor de correcção para o confinamento do betão

ε_c – Extensão longitudinal de betão;

ε_{20c} – Extensão correspondente a 20% da tensão máxima na parte BC;

λ – Esbelteza

λ_p - parâmetro da carga plástico

λ_{cr} - parâmetro proveniente da análise limite

λ_u - parâmetro de carga última

$\bar{\lambda}$ - Esbelteza reduzida

ν – Coeficiente de Poisson

ν_e - é o deslocamento lateral na situação de equilíbrio arbitrado

ν_i - é o deslocamento lateral proveniente das imperfeições geométricas da conhecidas.

ρ – Massa Volúmica

ρ_v – Razão entre o volume de armadura transversal e o volume de betão confinado

σ_c - Tensão normal no betão confinado

σ_{cr} - Tensão crítica

σ_y - Tensão de cedência do aço

σ_r - Tensão de Rankine-Gordon

χ – é o coeficiente de encurvadura

χ_k - é o coeficiente de encurvadura e é obtido pelas curvas europeias de encurvadura Eurocódigo 3 (2003)

w – Deformada

\emptyset – Curvatura

1 INTRODUÇÃO

1.1 Objectivos

A presente dissertação tem por objectivo realizar um estudo comparativo acerca do desempenho e da capacidade axial resistente de colunas tubulares em aço e em betão encamisado em tubo de aço.

1.2 Aspectos Gerais

O desenvolvimento económico-cultural exige que as estruturas sejam funcionais, económicas e com tempos de execução cada vez mais reduzidos. Sendo as colunas tubulares um elemento estrutural que obedece às exigências descritas, justifica-se o seu uso cada vez mais frequente.

De entre as vantagens que as colunas tubulares apresentam, quer em aço quer em aço-betão, podem-se enumerar: o bom comportamento espacial, a boa ductilidade, o excelente comportamento face a efeitos de torção e a rapidez do processo construtivo. Quanto às colunas mistas, acrescenta-se a vantagem de estas dispensarem o uso de cofragem, isto porque o perfil tubular desempenha simultaneamente a função de cofragem perdida, na fase de construção, e de reforço do betão, na fase de serviço.

A utilização de um elemento estrutural impõe um conhecimento sobre o seu comportamento face a fenómenos e solicitações que lhe são impostas durante a sua vida útil, nomeadamente cargas axiais. Com vista a contribuir para uma redução de algumas carências de informação, elaborou-se um trabalho teórico-experimental sobre a capacidade axial resistente e o desempenho comparativo de colunas tubulares em aço e colunas tubulares aço-

betão, designadamente colunas de betão simples encamisado por tubo de aço, com vista a analisar as influências de certos parâmetros condicionantes.

1.3 Interesse do Tema Abordado

As colunas tubulares de betão encamisado em tudo de aço têm vindo a tornar-se num elemento estrutural usual na construção moderna. A sua crescente utilização é consequência da sua elevada esbelteza e ductilidade, assim como redução dos tempos de execução das estruturas e elevada resistência ao fogo (Chen, 1980).

No mundo da construção civil é usual encontrar-se elementos estruturais formados quer por aço quer por betão. Os perfis metálicos em aço proporcionam uma considerável redução das secções transversais dos elementos estruturais; por sua vez, o betão tem um excelente desempenho e uma elevada capacidade resistente, principalmente quando sujeitos a esforços de compressão. Como o uso destes dois materiais é prática corrente nas estruturas, o seu comportamento perante diversos fenómenos e solicitações (a que está sujeito durante a sua vida útil) é sumamente conhecido. No entanto o conhecimento, quer sob a forma de desempenho quer sobre a capacidade resistente, dos elementos estruturais com estes materiais conjugados (como por exemplo, perfis tubulares preenchidos por betão) contém algumas lacunas encontrando-se num processo evolutivo. Com este trabalho, pretende-se contribuir para uma diminuição dessas possíveis carências.

O dimensionamento de secções mistas na comunidade europeia, é regido pelo Eurocódigo 4 (2004). Este regulamento internacional possui algumas carências no conhecimento do comportamento destas secções, já que apenas permite a utilização de betão dito corrente, com uma tensão de cedência inferior a 50 MPa (resistência avaliada em provetes cilíndricos) (Romero *et al.*, 2005). Assim, os diagramas de interacção das secções mistas consideradas (no âmbito desta dissertação) para betões de elevado desempenho, não são absolutamente apropriados (Romero *et al.*, 2005).

Como referido anteriormente a utilização de colunas tubulares em aço preenchidas com betão, têm-se tornado prática corrente (Chen, 1980); isto deve-se essencialmente a:

1. A secção tubular não necessita de cofragem, já que o tubo em aço tem a função, simultânea, de cofragem perdida e de elemento resistente;

2. O betão de enchimento da coluna fica confinado, aumentando, conseqüentemente a sua capacidade resistente;
3. A utilização do conjunto aço-betão, permite o uso de secções transversais mais reduzidas;
4. O núcleo em betão incrementa a resistência da coluna ao fogo, devido à diminuição da percentagem de armadura, podendo eliminar a utilização do tratamento de pintura de protecção;
5. Diminuição dos problemas associados à aderência e deslizamentos ao longo das superfícies de contacto entre o aço e o betão (nestas secções de betão encamisado em aço), dada a impossibilidade do betão se separar do aço quando na presença de esforços de compressão.

No entanto, este elemento estrutural também possui algumas desvantagens, conforme descritas por Chen (1980), das quais se mencionam:

1. A aderência aço–betão têm sido alvo de estudos detalhados, os quais garantem a transferência apropriada dos esforços de corte. Em determinados casos especiais torna-se necessário o uso de conectores no interior do tubo;
2. A diminuição da dimensão da secção implica um aumento da esbelteza, e conseqüentemente, tornam-se mais relevantes os efeitos de segunda ordem.

1.4 Resumo dos Capítulos

O presente documento visa apresentar um estudo comparativo acerca do desempenho e da capacidade axial resistente de colunas tubulares em aço e em betão encamisado em aço, está dividido em sete capítulos, incluindo a introdução e as conclusões, e encontra-se organizado da seguinte forma.

No capítulo inicial, “Introdução”, faz-se uma breve referência ao trabalho realizado, expõem-se os objectivos, aspectos gerais, o interesse do mesmo e a organização do documento em causa.

No segundo capítulo, “Estado da Arte”, elabora-se uma síntese sobre os trabalhos que se têm realizado, ao longo dos tempos, no âmbito da dissertação. Isto é, no estudo teórico e/ou experimental de colunas tubulares em aço e em aço preenchido em betão. Este capítulo

encontra-se subdividido em duas partes: na primeira parte, colunas tubulares em aço, faz-se referência à dissertação inicial (Barros, 1983) que está na génese deste trabalho, e alguns estudos mais recentes; na segunda parte, as colunas mistas tubulares circulares em aço-betão, refere os trabalhos realizados no âmbito das colunas esbeltas.

No terceiro capítulo, “Princípios Teóricos para a Análise de Colunas não Lineares” apresentam-se os principais aspectos teóricos relativos ao tema desta dissertação. Este capítulo é composto por partes relativas a:

- Vigas-Colunas – definem-se estes elementos estruturais e desenvolvem-se os conceitos teóricos das suas análises, designadamente, análise linear elástica e análise elasto-plástica de 2ª ordem;
- Instabilidade estrutural -- apresentam-se alguns conceitos, nomeadamente: Hipótese de Euler, Formula de Rankine-Gordon para colunas em aço e sua proposta de adaptação para colunas mistas, Fórmula de Merchant-Rankine e sua modificação com o coeficiente de calibração com base em resultados experimentais.
- Curvas de Encurvadura – resumem-se as disposições sobre colunas presentes no Eurocódigo 3 (2003).
- Imperfeição geométrica – apresenta-se a teoria que considera imperfeições geométricas do tipo deformações iniciais e excentricidades de carga; introduz-se, também, o conceito do Diagrama de Southwell utilizada no tratamento de resultados experimentais.
- Princípios do Método dos Coeficientes de Influência -- atendendo a que esta metodologia é a que esta patente no software utilizado para o estudo paramétrico das colunas em aço. Neste subcapítulo descreve-se a formulação matemática adjacente ao método, a metodologia sequencial utilizada na programação do software e o organigrama do software.
- Fundamentos teóricos da modelação -- neste subcapítulo descrevem-se os conceitos teóricos base da metodologia de análise das colunas mistas, tais como; análise não linear geométrica com elementos não lineares, análise não linear material e relação momento - curvatura das secções das colunas, onde se expõem a equação interactiva para colunas tubulares em aço.

No capítulo quatro, “Caracterização do Comportamento do Materiais e das Colunas em Estudo”, realiza-se uma caracterização do comportamento dos materiais utilizados; aço,

betão confinado de duas classes de resistência usual e as colunas em estudo. Onde se desenvolvem os seguintes temas:

- Caracterização do betão confinado através do modelo Kent-Park (Kent *et* Park, 1971) adaptado de Coelho (1997);
- Caracterização do aço,
- Caracterização da coluna em aço, nomeadamente, deformada inicial e excentricidades de carga.
- Caracterização de colunas mistas.

No quinto capítulo, “Ensaaios Experimentais de Colunas Mistas”, descrevem-se os ensaios experimentais realizados no LABEST na Faculdade de Engenharia da Universidade do Porto, assim como, se tratam e discutem os resultados obtidos. Este capítulo está subdividido em:

- Procedimento -- onde se caracterizam as colunas ensaiadas, descrevendo o ensaio e apresentando as deformações iniciais e excentricidades de carga presentes nas colunas ensaiadas;
- Apresentação dos resultados;
- Tratamento e discussão dos resultados – comparando os resultados experimentais com resultados teóricos;
- Considerações sobre potenciais melhorias nos ensaios experimentais – constituindo um conjunto de comentários críticos sobre possíveis deficiências e/ou imprecisões nos ensaios, propondo alternativas de melhoramento para ensaios futuros.

O sexto capítulo corresponde ao estudo paramétrico, este é formado por cinco fases; na primeira são apresentadas as curvas teóricas, curva de Euler, Curva de Encurvadura e curva de Rankine-Gordon para colunas tubulares circulares em aço, na segunda mostram-se as as curvas teóricas, curva de Euler, Curva de Encurvadura e curva de Rankine-Gordon para colunas tubulares em aço com núcleo em betão; na terceira expõem-se os resultados das colunas tubulares circulares em aço, com um padrão de deformações iniciais e excentricidades de carga; na quarta mostram-se os resultados das colunas tubulares em aço preenchido em betão, com um padrão de deformações iniciais, e na quinta e última parte

apresenta-se uma análise comparativa entre as colunas tubulares circulares em aço preenchidas em betão e as suas homólogas em aço.

No sétimo e último capítulo, “Conclusões e Desenvolvimentos Futuros” expõem-se as conclusões dos resultados, quer teóricos quer experimentais, apresentados nos capítulos precedentes; propõem-se possíveis desenvolvimentos futuros na área em causa.

Apresenta-se também, em vários anexos, documentação complementar ao texto principal da dissertação, nomeadamente: caracterização dos materiais utilizados nos ensaios experimentais, desenhos de pormenor do apoio inferior das colunas nos ensaios e fichas destas colunas, resultados dos ensaios experimentais das colunas mistas e algum tratamento numérico desses mesmos resultados.

2 ESTADO DA ARTE

Segundo Chen, W.F & Lui, E.M. (1987), uma viga-coluna é um elemento estrutural solicitado em simultâneos por momentos flectores e esforços de compressão. No entanto, quando o efeito do momento flector é muito significativo em relação ao efeito do carregamento axial está-se na presença de um elemento dimensionado como viga-coluna, embora potencialmente com um forte desempenho de viga. Inversamente, quando o efeito do esforço axial é predominante em relação ao efeito do momento flector, está-se na presença de um elemento dimensionado como viga-coluna embora potencialmente com um forte desempenho de elemento estrutural coluna.

Assim, nas vigas-coluna tanto o efeito do esforço axial como o efeito do momento flector são relevantes, pelo que a análise deste tipo de elementos torna-se mais complexa face à necessidade de evitar problemas de instabilidade.

Tanto a complexidade da análise e dimensionamento das vigas - coluna como a necessidade de as conhecer e caracterizar, dada a sua crescente utilização, foram impulsionadores de muitos estudos; os mais relevantes, para o tema deste trabalho, são de seguida apresentados.

2.1 Colunas Tubulares Circulares em Aço

Apresentam-se na Figura 2.1 as colunas tubulares circulares em aço, antes da betonagem, que foram ensaiadas, como descrito no Capítulo 5.



Figura 2.1: Colunas tubulares circulares ocas em aço

Este trabalho surge na sequência de um outro (Barros, 1983) sobre colunas espaciais tubulares circulares em aço com restrições de rigidez nas extremidades

Assim sendo, inicia-se a pesquisa na década de 1980, para o presente estado da arte. Chen (1980) definiu a análise das vigas-colunas tubulares em aço, descrevendo a pesquisa da época realizada pelo SSRC (Structural Stability Research Council) e acentuando a importância de esclarecer a influência do esforço axial nas colunas com apoios restringidos nas extremidades (total ou parcialmente).

Bjorhovde (1980) apresentou uma pesquisa nas várias áreas relacionadas com a estabilidade de estruturas de metal. Especificamente sob o título geral das colunas tubulares, foi admitido que muitas regras de dimensionamento correntes para elementos tubulares eram originalmente desenvolvidas de outras formas, e era necessária a verificação desta prática.

Com vista a preencher determinadas lacunas da época relativamente à análise e dimensionamento das vigas-coluna, Barros (1983) elaborou um estudo experimental e

numérico para vigas-coluna tubulares em aço imperfeitas, isto é, com tensões residuais, excentricidades de carga, momentos flectores, não linearidade material e condições de apoio.

Desde então, no âmbito da instabilidade, as vigas-coluna foram alvo de muitos estudos e assunto de muitos artigos. Recentemente, a problemática da instabilidade, por si só, de colunas circulares deixou de ser tão explorada, dando lugar a outras problemáticas como o comportamento de colunas ao fogo, sob acções sísmicas, o comportamento das colunas constituídas por outros materiais como é o caso do aço inoxidável ou alumínio. Outro assunto muito constante na comunidade científica é a análise e dimensionamento de colunas tubulares em aço preenchidas por betão de classes de resistência usual, de elevado desempenho, betão armado, betão com perfis metálicos no seu interior.

Apesar da referência exclusiva à instabilidade de vigas-coluna tubulares circulares em aço já não ser tão usual, ainda é tema que suscita algum interesse. Exemplos disso, são os próximos autores aqui mencionados, não sendo casos únicos.

D.J. Han e W.F.Chen (2003) elaboraram uma metodologia analítica que combina o método dos elementos finitos com o método dos coeficientes de influencia com vista a estimar o comportamento inelástico de colunas tubulares em aço sob condições de pós-encurvadura e carregamentos cíclicos. Neste estudo, os autores entraram em linha de conta imperfeições geométricas, designadamente, imperfeições iniciais, tensões residuais e condições fronteira.

Linzell *et al.* (2003), apresentaram um trabalho teórico-experimental em colunas tubulares circulares em aço sujeitas a cargas axiais excêntricas e concêntricas. Os ensaios tinham por objecto examinar o comportamento das colunas, desenvolver regimes de instrumentação. Os resultados obtidos foram confrontados com os valores teóricos determinados segundo as especificações da *American Association of State Highway and Transportation Official* (AASHTO) e o *American Institute of Steel Construction* (AISC). Após esta comparação verificou-se que a carga última medida é em média 1,3 vezes maior que os resultados obtidos pelo procedimento AASHTO e AISC. No entanto, quando determinaram a carga ultima pelo AASHTO e AISC sem o factor de redução, verificaram que a actual carga última era em média 5% maior que os valores analíticos.

H. Jiao e X.L. Zhao (2003), publicaram um trabalho que estudava as imperfeições geométricas iniciais, tensões residuais e esbelteza limite de cedência para colunas tubulares

circulares em aço para tensões elevadas, com tensão de cedência de 1350 MPa. As deformações iniciais eram em média $L/6800$ para colunas curtas e as tensões residuais eram em média 4% da tensão de cedência. Nesse trabalho foram ensaiados oito exemplares, a esbelteza dos mesmos era de 135 a 258. Com este estudo obtiveram valores de esbelteza elevados, segundo os autores, devem-se em parte à elevada resistência do aço que constitui os exemplares testados e parte devido ao baixo valor de tensão residual da secção.

Recentemente, Trahair (2009) apresenta um trabalho sobre a análise de encurvadura no dimensionamento de barras em aço. Neste trabalho, o autor demonstra que o método de dimensionamento para análise de encurvadura pode ser utilizado para o dimensionamento de vigas-coluna. O autor com esta publicação demonstra como esta metodologia conduz a secções significativamente mais económicas e igualmente funcionais.

2.2 Colunas Mistas Tubulares em Aço-Betão

Apresentam-se na Figura 2.2 algumas das colunas tubulares circulares mistas, aquando da betonagem, que foram ensaiadas, como descrito no Capítulo 5.



Figura 2.2: Colunas tubulares circulares em aço cheias de betão.

As vigas–coluna compostas por aço–betão são um elemento estrutural cujo uso na construção têm-se tornado usual nos dias que correm, nomeadamente, em edifícios sísmo-resistentes, pilares de pontes sujeitos ao impacto do tráfego, colunas para apoiar tanques de armazenamento, colunas de edifícios altos, entre outras utilizações.

As vigas-coluna compostas por aço–betão têm sido alvo de estudos quer experimentais quer analíticos, sendo os primeiros iniciados por Burr, (1912), citado em Shanmungam *et al.* (2001).

Ghosh (1977), citado em Shanmungam *et al.* (2001), analisou experimentalmente duas vigas–coluna idênticas, uma vazia e outra cheia de betão. Desse estudo, concluiu que a viga coluna com betão, no seu interior, tinha uma maior capacidade resistente. Por sua vez, nos testes realizados por Prion *et al.* (1989), citado em Shanmungam *et al.* (2001), mantendo a razão diâmetro/ espessura e variando as características dos materiais ($250 \leq f_y \leq 350$ (MPa) e $70 \leq f_c \leq 90$ (MPa)), concluíram que o efeito do confinamento do betão era notável nas colunas cuja razão L/D (comprimento/ diâmetro) era menor que 15. Não detectaram nenhuma diferença significativa na capacidade de carga, quer entre as espécies longas e curtas, quer entre um carregamento da total ou parcial da secção (betão).

As vigas – coluna rectangulares compostas por aço – betão, também têm sido submetidas a estudos experimentais, entre os quais se podem salientar os ensaios realizados por Shakir–Khalil *et al.* (1989), citados em Shanmungam *et al.* (2001). Nesse ensaios testaram colunas rectangulares compostas por um perfil tubular em aço cheio de betão, com 3m de comprimento, com curvaturas uniaxiais aplicadas sobre maior ou menor eixo e curvaturas biaxiais, sujeitas a três acções axiais. Estes concluíram que o modo de rotura de todas as colunas era o modo de encurvadura global, sem sinal de encurvadura local das secções em aço.

Neste campo, Shakir–Khalil *et al.* (1990), citados em Shanmungam *et al.* (2001), testaram tubos rectangulares cheios de betão e mostraram que o betão de enchimento aumenta consideravelmente a capacidade de carga das colunas.

Quanto aos estudos analíticos, Rangan *et al.* (1992), citados em Shanmungam *et al.* (2001), propuseram um método de cálculo para vigas–coluna tubulares compostas por aço–betão, no qual assumiram uma função seno para o desvio da coluna, onde a carga última é alcançada quando o momento máximo é igual ao momento último a meia altura. Por sua vez,

Bradford (1996), citado em Shanmungam *et al.* (2001), propôs uma curva de iteração carga–momento flector assumindo a posição dos eixos neutrais últimos como um parâmetro.

Ainda no âmbito analítico Ge *et al.* (1994), citados em Shanmungam *et al.* (2001), propuseram uma expressão de dimensionamento com um factor de redução empírico para os efeitos do betão interior e para a classe de resistência de betão; Wang *et al.* (1997), desenvolveram um procedimento satisfatório e simples, baseado nas recomendações da norma BS 5950 para colunas de aço, para um cálculo manual em que se substituem as propriedades da secção só com aço pelas propriedades da secção composta. Por sua vez, Bem Kato (1996), citado em Shanmungam *et al.* (2001), propõe uma expressão de dimensionamento baseada na ISO modificando-a para as colunas de aço cheias de betão.

Na maioria das aplicações das vigas-coluna compostas, estas estão sujeitas a cargas de compressão axial consideravelmente elevadas, o que levou vários investigadores a debruçarem-se sobre o uso de cargas elevadas em vigas coluna compostas, tais como: Rangan *et al.* (1992) e O'Brien *et al.* (1993), citados em Shanmungam *et al.* (2001) que estudaram colunas tubulares esbeltas em aço sob acção de cargas excêntricas elevadas, com iguais excentricidade em ambas as extremidades da coluna e sujeitas a uma única encurvadura. Estes comprovaram que, todas as colunas têm rotura a meia altura devido ao esmagamento do betão na zona de compressão, e que na rotura a extensão elástica da fibra extrema não alcançou a extensão máxima do aço.

Nas secções circulares ocas cheias de betão, esta presente o efeito do confinamento, o qual, ao invés das secções rectangulares, não pode ser desprezável. O efeito de confinamento consiste no aumento da resistência do núcleo de betão das colunas, onde o aço que o envolve o impede lateralmente. Este efeito aumenta a capacidade resistente do núcleo de betão confinado e é tanto maior quanto maior for o esforço de compressão a que a coluna está sujeita. Este efeito de confinamento não está presente nas secções rectangulares ocas cheias de betão, excepto nas regiões dos cantos, como afirmam Matsui *et al.* (1995), citados em Shanmungam *et al.* (2001).

O confinamento pode ocorrer em colunas onde o betão esteja esmagado á priori para a encurvadura local do aço, o que geralmente se verifica para colunas onde a esbelteza limite é pequena (Brauns, 1999).

Barros *et al.* (2001) elaboraram um estudo experimental em colunas curtas cujos resultados visavam validar os procedimentos de cálculo do Eurocódigo 4.

Ahmed *et al.* (2002) apresentaram um estudo onde analisaram o comportamento e a tensão de colunas tubulares em aço com núcleo em betão, submetidas a acções sísmicas, onde se lhe aplicou uma carga axial constante e uma carga lateral cíclica. Este estudo teve como variáveis o nível de carga axial aplicado, a relação entre o diâmetro da coluna e a espessura do aço que a constitui e a tensão de compressão do betão do núcleo. Dos ensaios realizados, os autores retiraram importantes relações; os exemplares estudados apresentam uma elevada ductilidade, as colunas têm maior capacidade resistente devido ao ganho na tensão de compressão do núcleo em betão, proporcionado pelo efeito de confinamento. No mesmo estudo os autores desenvolveram um modelo analítico que visava prever a capacidade resistente das colunas, levando em linha de conta a iteração entre o aço e betão que compõem as colunas. Com este modelo verificaram que a rigidez inicial de uma coluna em betão encamisada em aço pode ser aproximada a uma secção transformada, ou seja, uma secção homogeneizada equivalente.

Bruneau *et al.* (2003) apresentaram um trabalho onde propõem novas equações de dimensionamento de pilares de pontes circulares em aço cheias de betão sob conjugação de esforços axiais e de flexão. As equações propostas baseiam-se num modelo simples de plasticidade criado a partir de resultados experimentais, e conduzem a resultados mais próximos com os obtidos em ensaios do que as metodologias descritas CAN/ CSA-S16.1-M94, AISC, LRFD 1994 e o Eurocódigo 4, EC4.

Qingxiang *et al.* (2004) elaboraram um estudo experimental com vista a analisar a tensão e a ductilidade de colunas tubulares em aço com o núcleo em betão armado. Os ensaios tiveram como finalidade averiguar a influência; da tensão do betão constituinte do núcleo das colunas, o nível de confinamento, a quantidade de aço estrutural e a esbelteza dos exemplares ensaiados. Os exemplares experimentados eram de dois tipos; colunas em aço encamisado em betão e betão encamisado em aço. Com este trabalho, os autores retiraram algumas conclusões:

- Esta tipologia de colunas é vantajosa, uma vez que a tensão, ductilidade e energia de absorção das colunas é aumentada consideravelmente por causa da iteração entre o tubo em aço, o aço interior e o betão;

- A secção em aço previne as fissuras por corte do betão constituinte do núcleo;
- O aço de reforço das colunas compostas incrementa a tensão crítica e a ductilidade; estes parâmetros são igualmente aumentados com o aumento do efeito do confinamento do betão;
- Quanto maior for a esbelteza da coluna, menor é a sua capacidade resistente
- As expressões que predizem o carga última das colunas, por eles propostos no referido trabalho, conduz a resultados satisfatórios.

Romero *et al.* (2005), propuseram um estudo numérico baseado na técnica numérica dos elementos finitos, para a análise do comportamento de apoios compostos por perfis tubulares circulares de aço cheios de betão de alta resistência. Com este mostraram um aceitável grau de precisão em comparação com ensaios experimentais.

Abedi *et al.* (2008), apresentaram um estudo, onde propuseram novas secções para colunas tubulares em aço preenchido em betão. Estas secções são ortogonais e circulares, apresentadas na Figura 2.3. Nesse trabalho estudaram os parâmetros efectivos na capacidade de carga das colunas mistas; a ligação entre o aço e o núcleo de betão, a carga de encurvadura local do tubo em aço, a fendilhação do betão e condições fronteira da coluna enquanto carregada.

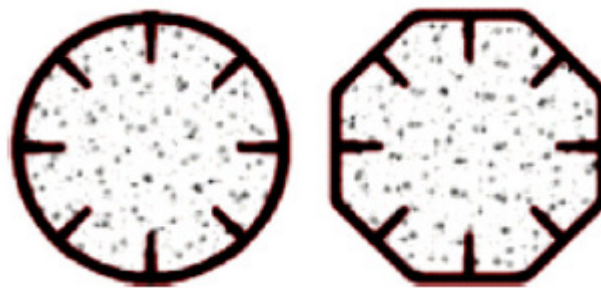


Figura 2.3: Secções sugeridas por Abedi *et al.* (2008).

Young-Hwan *et al.* (2008), apresentam uma simplificação da curva de iteração, P-M, para tubos rectangulares em aço preenchidos com betão de alta resistência (55-100 MPa). O método proposto utiliza um par de equações que contêm duas variáveis desconhecidas como fórmulas, unificando os elementos em aço e os elementos em aço

preenchidos em betão. Os resultados obtidos foram considerados satisfatórios quando comparados com o AISC 2001 e AISC 2005.

Hatzigeorgiou (2008) elaborou um estudo em duas partes, uma parte teórica e uma outra parte com uma componente mais prática (Hatzigeorgiou, 2008a). Na parte I (teórica) o autor apresenta um modelo simples e efectivo para o desempenho e capacidade resistente de colunas curtas circulares em aço encamisadas em aço sob carregamento axial e momento na extremidade. Este modelo define a curva tensão-extensão quer para o aço quer para o betão. Nesse estudo propõem também uma hipótese empírica para o efeito de confinamento que o núcleo de betão está sujeito, hipótese que incrementa a tensão e a ductilidade do betão mas reduz a tensão de cedência do aço. A segunda parte do trabalho é um complemento da primeira, em que confronta os resultados analíticos com os resultados experimentais. Neste confronto demonstrou que a metodologia proposta traduz de forma fidedigna o desempenho e a capacidade resistente de colunas curtas de betão encamisado em aço. Por último Hatzigeorgiou (2008a) aplica a sua metodologia a colunas encamisadas com fibras, obtendo resultados igualmente satisfatórios.

3 PRINCÍPIOS TEÓRICOS PARA A ANÁLISE NÃO LINEAR DE COLUNAS

As colunas são por definição (Thonier, 1995) elementos verticais, raramente inclinados, cuja finalidade é principalmente transmitir as cargas gravíticas da estrutura. As colunas podem ser incorporadas em conjuntos constituídos entre elementos horizontais (pisos) e podem trabalhar em pórticos. Nestes casos, elas estão sujeitas a momentos nas extremidades provocando um trabalho de flexão.

Resumidamente as colunas estão sujeitas a solicitações axiais resultantes das cargas gravíticas e momentos flectores provenientes das excentricidades de carga e dos esforços aplicados nos pórticos.

3.1 Vigas - Coluna

Segundo Reis e Camotim (2001), uma viga-coluna consiste numa barra solicitada simultaneamente por esforços axiais e momentos flectores, estes últimos devido a um carregamento transversal (cargas concentradas, distribuídas ou momentos flectores aplicados). A trajectória de equilíbrio deste elemento estrutural é definida pelos autores como sendo.

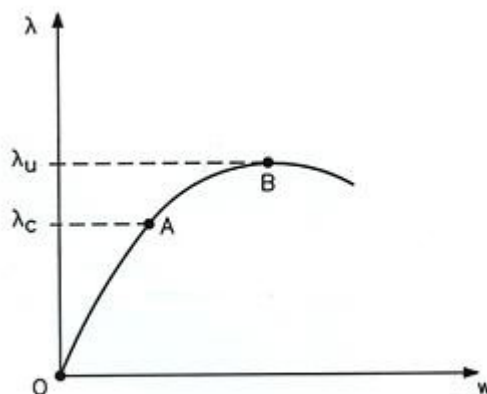


Figura 3.1: Trajectória de equilíbrio, adaptado de Reis e Camotim (2001)

A trajectória de equilíbrio representada na Figura 3.1, representa a análise do comportamento de uma viga-coluna carregada, simultaneamente, axial e transversalmente, sendo estes linearmente dependentes de um parâmetro λ ; a resistência última da viga-coluna está associada ao valor λ_u do parâmetro.

A referida trajectória de equilíbrio da viga-coluna é definida por dois tramos: o primeiro deles, tramo AO, corresponde à fase elástica; e a segunda parte, tramo AB, refere-se à fase elasto-plástica. Esta última finaliza quando se atinge o valor limite do parâmetro λ , designado por λ_u . A determinação do referido parâmetro é muito complexa, e é efectuada através da “análise plástica de 2ª ordem com espalhamento” (Reis e Camotim, 2001) considerando, na secção da viga-coluna, as progressivas plastificações e eventuais descargas elásticas.

Em suma, obter valores exactos da carga última ou de colapso de uma análise do comportamento de uma viga-coluna implica um esforço computacional enorme. Daí, tornar-se indispensável o recurso a metodologias mais aproximadas para a determinação de λ_u , entre as quais se destacam: a análise não-linear elástica, e as análises plástica de 1ª ordem e elasto-plástica de 2ª ordem.

3.2 Instabilidade Estrutural

A noção de estabilidade está presente no dimensionamento de estruturas (Reis e Camotim, 2001; Silva, 2004), pois é utilizada para classificar o equilíbrio.

Quando uma dada estrutura sujeita a cargas exteriores sofre uma perturbação, esta é identificada através dos deslocamentos sofridos pela estrutura, os quais caracterizam a configuração de equilíbrio.

A configuração de equilíbrio é explicada por vários autores através de um exemplo clássico da esfera rígida. Este diz-nos que uma esfera rígida quando sujeita a acção de seu peso próprio e em repouso sobre uma superfície côncava, desenvolve um equilíbrio estável; numa superfície convexa desenvolve um equilíbrio instável e por sua vez numa superfície horizontal desenvolve um equilíbrio neutro. No entanto, a estabilidade ou instabilidade de corpos deformáveis é influenciada pela forma como as tensões se distribuem no interior do corpo.

Aquando do dimensionamento de um elemento estrutural, principalmente se este for esbelto, deve-se ter presente quer os conceitos de segurança relacionados com a resistência e deformabilidade quer os fenómenos que envolvem conceitos de instabilidade, tanto do elemento em estudo como da estrutura em que este elemento se insere. Estes fenómenos são denominados por “fenómenos de instabilidade estrutural”.

A segurança de uma estrutura tem de ser verificada para os estados limites últimos e de utilização ou serviço. Com os estados limites últimos, verifica-se a segurança da estrutura a situações de colapso total ou parcial da estrutura. Com os estados limites de serviço ou utilização, verifica-se se o serviço ou exploração eficiente da estrutura está comprometido. A verificação a fenómenos de instabilidade estrutural realiza-se para o estado limite último – também denominados, (Reis e Camotim, 2001), estados limites de instabilidade ou encurvadura. Esta última designação deve-se ao facto da regulamentação de estruturas nacional adoptar o termo genérico “encurvadura” (do inglês *buckling*) para designar os fenómenos de instabilidade estrutural.

3.2.1 Hipótese de Euler

Com vista a determinar a carga crítica de uma coluna submetida a um carregamento de compressão axial, Euler empregou a análise da forma crítica directamente. Esta coluna, designada por coluna de Euler, consiste numa coluna elástica de comprimento L , simplesmente apoiada sob acção de uma carga axial P . Salienta-se que a carga crítica, segundo os autores (Reis e Camotim, 2001), é a carga a partir da qual as perturbações nas “configuração de equilíbrio” atrás mencionadas, provocam fenómenos de instabilidade.

A carga axial necessária para encurvar a coluna e impor (e manter) uma perturbação na configuração de equilíbrio é zero, estando-se portanto, na presença do equilíbrio indiferente. Consequentemente, a carga crítica é aquela que está em equilíbrio com o momento flector, quando a coluna começa a sofrer fenómenos de instabilidade (Reis e Camotim, 2001).

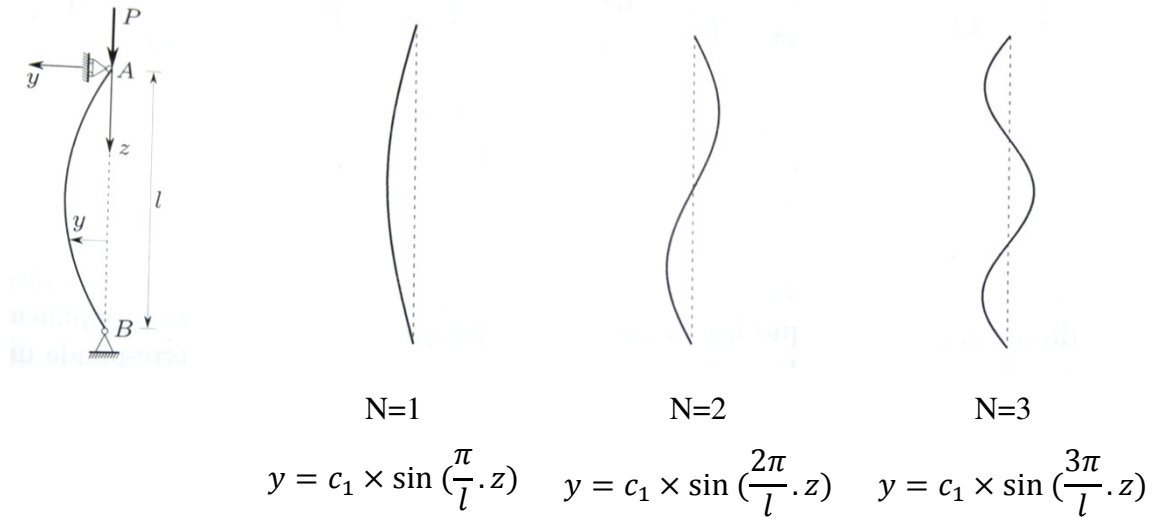


Figura 3.2: Coluna de Euler, adaptado de Silva (2004)

Para os modos de encurvadura, apresentados na Figura 3.2, o momento flector é dado por:

$$M = P \times y \quad (3.1)$$

Atendendo a que se consideram: as rotações como infinitesimais; o material estrutural com comportamento elástico linear.

A forma de encurvadura é dada pela resolução da equação diferencial apresentada (equação 3.1).

$$M = P \times y \quad (3.1)$$

$$\frac{|M|}{EI} = \left| \frac{d^2 y}{dz^2} \right| \Leftrightarrow P \times y = -EI \times \frac{d^2 y}{dz^2} \Leftrightarrow \frac{d^2 y}{dz^2} + \frac{P}{EI} \cdot y = 0 \quad (3.2)$$

O sinal negativo deve-se a que para um y positivo corresponde a um $\frac{d^2 y}{dz^2}$ negativo.

A equação diferencial é homogénea linear de coeficientes constantes, cuja solução geral é dada por:

$$y = C_1 \cdot \sin(KZ) + C_2 \cdot \cos(KZ), \quad (3.3)$$

sendo $K = \sqrt{\frac{P}{EI}}$

Aplicando as condições fronteiras:

$$1^a) Z = 0 \Rightarrow y = 0 \therefore C_2 = 0$$

$$2^a) Z = 0 \Rightarrow y = 0 \therefore C_1 \cdot \sin(Kl) = 0 \Rightarrow C_1 = 0 \text{ e } Kl = n\pi$$

Analisando os resultados obtidos para a segunda condição fronteira advem que se:

- $C_1 = 0$, indica que a configuração rectilínea é sempre configuração de equilíbrio, o que não implica que seja estável.
- $\sin(Kl) = 0$, indica que na fase crítica, o equilíbrio é indiferente e, conseqüentemente, a amplitude da encurvadura não influencia o equilíbrio.

No último caso, o valor da carga crítica pode ser determinado;

$$Kl = n\pi \Rightarrow K^2 = \frac{n^2 \cdot \pi^2}{l^2}, \text{ sendo } K = \sqrt{\frac{P}{EI}}, \text{ obtêm-se} \quad (3.4)$$

$$\frac{P}{EI} = \frac{n^2 \pi^2}{l^2} \Rightarrow P = \frac{n^2 \pi^2 EI}{l^2} \quad (3.5)$$

Esta última expressão fornece-nos o valor da carga axial para os vários modos de encurvadura ($n=1,2,3,\dots$). No entanto, a carga crítica corresponde à do primeiro modo, isto é, $n=1$. A carga Crítica da coluna corresponde a uma tensão crítica, dada por:

$$\sigma_{cr} = \frac{P_{cr}}{A} \quad (3.6)$$

Em que A é a área da secção transversal.

$$\sigma_{cr} = \frac{\frac{\pi^2 EI}{l^2}}{A} \Leftrightarrow \sigma_{cr} = \frac{\pi^2 EI}{l^2 A} \quad (3.7)$$

Visto que o raio de giração é dado por; $i = \sqrt{\frac{I}{A}}$ e ao coeficiente de esbelteza, λ , por $\lambda = \frac{l}{i}$,

então a tensão crítica pode ser dada pela expressão:

$$\sigma_{cr} = \frac{\pi^2 E}{\lambda^2} \quad (3.8)$$

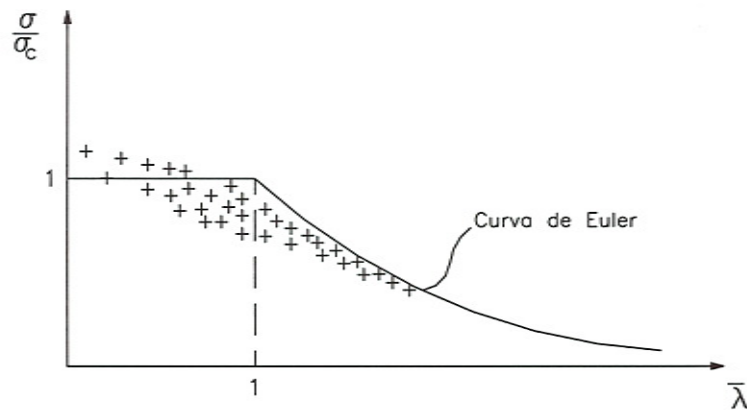


Figura 3.3: Gráfico de Euler, adaptado Reis e Camotim (2001)

As tensões da coluna em aço podem ser representadas no diagrama adimensional da Figura 3.3, no qual se compara em coordenadas adimensional (σ/σ_c) versus esbelteza reduzida, $\bar{\lambda}$, as tensões limites (σ) com as correspondentes esbeltezas (λ). As cruzes representam valores experimentais de colunas de aço de referência, a parte curvilínea corresponde á hipótese de Euler (Equação 3.9), o patamar corresponde às tensões de esmagamento da coluna referência em aço, σ_c , corresponde à tensão de cedência do aço da coluna.

3.2.2 Fórmula de Rankine-Gordon

A previsão da carga de encurvadura (Allen e Bulson, 1980) pela fórmula de Euler é apenas razoável para escoras muito longas e esbeltas que têm imperfeições geométricas muito pequenas. Na prática, porém, muitas escoras sofrem esmagamento plástico (para colunas muito curtas de muito baixa esbeltezas) ou instabilidade elasto-plástica (para esbeltezas médias) e obtêm experimentalmente cargas de encurvadura mais baixas que a previsão de Euler. Para as escoras desta categoria a fórmula de Rankine-Gordon é satisfatória, a qual é uma expressão semi-empírica que tem em conta a tensão de cedência σ_y do material, o módulo de elasticidade E e a razão de esbelteza L/i (onde: L – comprimento da escora ; i – raio de giração).

Designando por P_y a carga plástica da secção de área A de uma coluna, como a carga para a qual todas as fibras seccionais estão esforçadas pela tensão de cedência para extensões iguais ou superiores à extensão de cedência, então:

$$P_y = \sigma_y \cdot A \quad (3.9)$$

A carga de Rankine-Gordon P_r é então obtida (Allen e Bulson, 1980) de:

$$\frac{1}{P_r} = \frac{1}{P_E} + \frac{1}{P_y} \quad (3.10)$$

$$\frac{1}{P_r} = \frac{L_0^2}{\pi^2 EI} + \frac{1}{\sigma_y A} = \frac{L_0^2}{\pi^2 EAi^2} + \frac{1}{\sigma_y A} = \frac{L_0^2 \cdot \sigma_y + \pi^2 Ei^2}{\pi^2 EAi^2 \sigma_y} \Leftrightarrow P_r = \frac{\pi^2 EAi^2 \sigma_y}{L_0^2 \cdot \sigma_y + \pi^2 Ei^2} = \frac{\sigma_y}{\frac{L_0^2 \cdot \sigma_y}{\pi^2 EAi^2} + \frac{\pi^2 Ei^2}{\pi^2 EAi^2}} = \frac{\sigma_y A}{\left(\frac{\sigma_y}{\pi^2 E} \left(\frac{L_0}{i}\right)^2\right) + 1} \quad (3.11)$$

Designando $a = \frac{\sigma_y}{\pi^2 E}$, a Fórmula de Rankine-Gordon explicita a carga de Rankine-Gordon através de: $P_r = \frac{\sigma_y A}{\left(a \cdot \left(\frac{L_0}{i}\right)^2\right) + 1}$ (3.12)

A tensão seccional média correspondente à carga de Rankine-Gordon, dependente das condições de comportamento e das propriedades do material, é dada por:

$$\sigma_r = \frac{P_r}{A} = \frac{\frac{\sigma_y A}{\left(a \cdot \left(\frac{L_0}{i}\right)^2\right) + 1}}{A} = \frac{\sigma_y}{\left(a \cdot \left(\frac{L_0}{i}\right)^2\right) + 1} \quad (3.13)$$

3.2.3 Adaptação da Fórmula de Rankine-Gordon para colunas mistas

O comportamento das colunas mistas é aqui considerado como que baseado nas seguintes hipóteses simplificativas:

- (i) Funcionamento em série, para modelar os desempenhos - eventualmente simultâneos - das duas fases de comportamento elástico e plástico;
- (ii) Funcionamento em paralelo, para modelar a contribuição dos dois materiais solicitados - aço e betão - da mesma estrutura coluna mista.

Nesta perspectiva a perda de capacidade resistente ocorrerá para uma carga máxima $P_{RG,mistas}$ que devido ao funcionamento em série (hipótese *i*), segundo o esquema de extrapolação que se realiza pela fórmula de Rankine-Gordon para colunas em aço, será agora expresso por:

$$\frac{1}{P_{RG,mistas}} = \frac{1}{P_{cr,ab}} + \frac{1}{P_{y,ab}} \quad (3.14)$$

Em que:

$P_{y,ab} \Rightarrow P_{y,a} + P_{y,b}$ - devido ao funcionamento em paralelo (hipótese *ii*)

$$P_{cr,ab} = K_{ab} \times P_{cr,a}$$

sendo K_{ab} , uma constante de majoração, obtida pelas expressões de Euler; $P_{cr,a}$ a carga crítica do aço:

$$P_{cr,ab} = P_{cr,a} + P_{cr,b} \Leftrightarrow \frac{\pi^2 \cdot E_b \cdot \bar{I}}{L^2} = \left[\frac{\pi^2 \cdot E_a \cdot I_a}{L^2} \right] \cdot K_{ab} \Leftrightarrow K_{ab} = \frac{\frac{\pi^2 \cdot E_b \cdot \bar{I}}{L^2}}{\left[\frac{\pi^2 \cdot E_a \cdot I_a}{L^2} \right]} \quad (3.15)$$

Substituindo na equação 3.15:

$$\begin{aligned} \frac{1}{P_{RG,mistas}} &= \frac{1}{P_{cr,ab}} + \frac{1}{P_{y,ab}} \Leftrightarrow \frac{1}{P_{RG,mistas}} = \frac{1}{P_{cr,a} \times K_{ab}} + \frac{1}{(P_{y,b} + P_{y,a})} \\ \frac{1}{P_{RG,mistas}} &= \frac{(P_{y,b} + P_{y,a})}{P_{cr,a} \times K_{ab} \times (P_{y,b} + P_{y,a})} + \frac{P_{cr,a} \times K_{ab}}{P_{cr,a} \times K_{ab} \times (P_{y,b} + P_{y,a})} = \frac{(P_{y,b} + P_{y,a}) + P_{cr,a} \times K_{ab}}{P_{cr,a} \times K_{ab} \times (P_{y,b} + P_{y,a})} \\ &= \frac{(\sigma_c \times A_c + \sigma_{ya} \times A_a) + P_{cr,a} \times K_{ab}}{P_{cr,a} \times K_{ab} \times (\sigma_c \times A_c + \sigma_{ya} \times A_a)} \Leftrightarrow P_r = \frac{P_{cr,a} \times K_{ab} \times (\sigma_c \times A_c + \sigma_{ya} \times A_a)}{(\sigma_c \times A_c + \sigma_{ya} \times A_a) + P_{cr,a} \times K_{ab}} \end{aligned} \quad (3.16)$$

Onde:

$P_{cr,a}$ – Carga crítica elástica da coluna de aço

$P_{cr,ab}$ – Carga crítica elástica da coluna mista – a obter

K_{ab} – Constante de majoração, para converter a resistência das colunas em aço, na das mistas

σ_c – Tensão de cedência de betão

A_c – Área de Betão

σ_{ya} – Tensão de cedência do aço

A_a – Área de Aço

\bar{I} – Momento de inércia da secção mista

\bar{E} – Módulo de elasticidade da secção homogeneizada

3.2.4 Fórmula de Merchant-Rankine

Na análise plástica de 1ª ordem de uma viga-coluna, segundo Reis e Camotim (2001), determina-se o valor do parâmetro de carga plástico λ_p , e numa análise limite obtêm-se os valores λ_{cr} . Assim, conhecendo λ_{cr} e λ_p é possível determinar o valor último do parâmetro de carga λ_u associado à carga última, utilizando para tal a fórmula de Merchant-Rankine, que se caracteriza por:

$$\frac{\lambda_u}{\lambda_{cr}} + \frac{\lambda_u}{\lambda_p} < 1 \Rightarrow \lambda_u = \frac{\lambda_p}{1 + \frac{\lambda_p}{\lambda_{cr}}} \quad (3.17)$$

Este parâmetro de carga λ_u advém de uma integração linear entre os fenómenos de plasticidade e de instabilidade.

Salienta-se que a fórmula de Merchant-Rankine conduz a valores conservativos de λ_u . Este tema será retomado posteriormente neste capítulo.

Coeficiente de correcção da Fórmula de Merchant - Rankine

Moy (1981), Reis e Camotim (2001), e inúmeros outros autores, mencionam um coeficiente de correcção a aplicar na fórmula de Merchant-Rankine (FMR), com vista a determinação da carga última com uma maior precisão, face a resultados de ensaios experimentais. Este coeficiente, mencionado por estes autores, é adequado à correcção da FMR associada a pórticos metálicos em aço.

Este coeficiente corrector foi utilizado no passado por vários autores, nomeadamente Moy (1981), para determinar mais rigorosamente pela fórmula expedita de FMR, a carga

última elasto-plástica de vigas colunas reais em aço. No caso de vigas-coluna de secções rectangulares e de acordo com a Figura 3.4, o coeficiente corrector, k_{FMR} , é da ordem de 0,9 face ao universo de dados de ensaios experimentais utilizados na sua determinação.

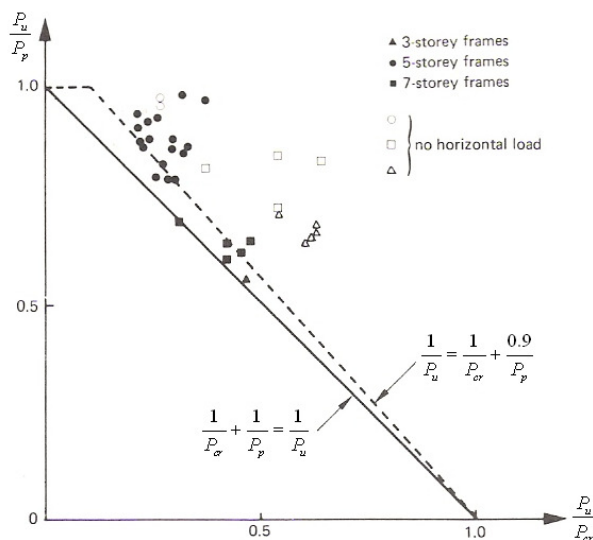


Figura 3.4: Diagrama de interacção de Merchant-Rankine: FMR e FMR – modificado, adaptado de Barros (2009) e Barros *et al.* (2009)

A fórmula de Merchant-Rankine, segundo os autores Wood (1974) Moy (1981) e Reis e Camotim (2001) mencionados em Barros *et al.* (2009), é expressa nos seguintes termos de carga:

$$\begin{cases} P_u = P_p & \text{para } \frac{P_{cr}}{P_p} > 10 \\ \frac{1}{P_u} = \frac{1}{P_{cr}} + \frac{k}{P_p} & \text{para } 10 > \frac{P_{cr}}{P_p} > 4 \text{ e } K = 0.9 \end{cases} \quad (3.18)$$

Este coeficiente tem por finalidade modificar a carga última, obtida pela fórmula de Merchant-Rankine sem termo corrector, para que esta se aproxime melhor do valor da carga última exacta. É menor que a unidade e é obtido a partir dos resultados da análise numérica.

Este coeficiente corrector da FMR, segundo diversos autores nomeadamente Barros (2009), demonstra ser adequado para colunas tubulares em aço.

3.2.5 Curvas de Encurvadura

As colunas de aço apresentam grande variabilidade das suas máximas resistência à compressão consoante a forma da coluna, sua secção, e o tipo de imperfeição existente. Para tal, encontra-se no Eurocódigo 3 (2003) uma série de curvas que definem a instabilidade e encurvadura das ditas colunas, designadas por Curvas de Encurvadura.

As Curvas de Encurvadura foram determinadas com base probabilística, a partir da resistência última teórica de colunas com imperfeição inicial na secção média da ordem de $\delta_0=L/1000$, e cuja distribuição de tensões residuais é a efectivamente medida em cada tipo de secção.

As curvas de encurvadura correspondem à seguinte formulação matemática:

$$\chi = \frac{1}{\phi + [\phi^2 - \bar{\lambda}^2]^{0.5}} \quad (3.19)$$

Onde;

$$\phi = 0.5[1 + \alpha(\bar{\lambda} - 0.2) + \bar{\lambda}^2] \quad (3.20)$$

α é um factor de imperfeição:

$\bar{\lambda}$ – Esbelteza reduzida

λ – Esbelteza

$\lambda_E = \pi \cdot \sqrt{\frac{E}{f_y}}$, E - módulo de Elasticidade do aço utilizado e f_y a tensão de cedência do aço.

Segundo o Eurocódigo 3 (2003), para elementos comprimidos em aço, o esforço axial real de encurvadura, tendo em conta as imperfeições geométricas é dada pela expressão;

$$N_{cr,r} = \chi \cdot N_{pl} \quad (3.21)$$

Onde;

χ – é o coeficiente de encurvadura

$N_{cr,r}$ – é a carga real de encurvadura tendo em conta imperfeições geométricas;

N_{pl} – esforço axial de cedência por plastificação e é definido por; $N_{pl} = A \cdot f_y$ (no caso de secções de classes 1, 2 e 3).

Por sua vez, se o elemento comprimido for misto aço-betão, segundo o Eurocódigo 4 (2004) o esforço axial real de encurvadura é traduzido pela equação:

$$N_{K,Rd} = \chi_k \cdot N_{pl,Rd} \quad (3.21)$$

Onde;

χ_k - é o coeficiente de encurvadura e é obtido pelas curvas europeias de encurvadura Eurocódigo 3 (2003)

$N_{K,Rd}$ – é o esforço axial real de encurvadura

$N_{pl,Rd}$ - é o carga última de cedência à plastificação e é definido por:

$$N_{pl,Rd} = A_a \cdot \frac{f_y}{\gamma_a} + A_c \cdot \eta_1 \cdot \frac{0,85 \cdot f_{ck}}{\gamma_c} + A_s \cdot \frac{f_{sk}}{\gamma_s} \quad (3.22)$$

Sendo;

A_a - área da secção do perfil

A_c - área da secção de betão

A_s - área da secção da armadura ordinária de reforço

η_1 - factor de correcção para o confinamento do betão (por defeito considera-se $\eta_1 = 1$, para os perfis oco cheio de betão $\eta_1 = 1.18$).

f_{ck} – valor característico da resistência à compressão do betão

f_y - tensão de cedência do aço do perfil

f_{sk} - tensão de cedência do aço das armaduras.

3.3 Imperfeições Geométricas

No presente capítulo, têm-se desenvolvido conceitos teóricos de colunas axialmente comprimidas. No entanto, tem-se admitido que as colunas são perfeitas, isto é, o eixo da coluna – localizado segundo a linha de acção da carga axial – é rectilíneo.

Na prática, as colunas possuem imperfeições geométricas. De entre elas destacam-se:

- Configuração com deformada inicial; isto é, o eixo da coluna na fase inicial não se encontra rectilíneo (como se pode ver na Figura 3.6).
- Excentricidade de carga, isto é, o carregamento axial não é aplicado no eixo da coluna (como se pode ver na Figura 3.7).

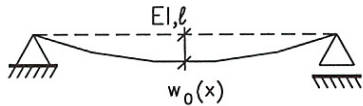


Figura 3.5: Configuração de deformada inicial, adaptado de Reis e Camotim (2001)



Figura 3.6: Excentricidade de carga, adaptado de Reis e Camotim (2001)

De seguida são demonstrados, de forma mais pormenorizada, os tipos de imperfeições acima apresentadas. Salienta-se que nos princípios abaixo expostos considera-se que as colunas são simplesmente apoiadas.

3.3.1 Deformada inicial

Considere-se uma coluna simplesmente apoiada, a qual apresenta uma configuração de deformada inicial definida $w_0(x)$, axialmente carregada por uma carga P (Reis e Camotim, 2001). Após carregamento a configuração de equilíbrio é definida por:

$$w_0(x) + w(x) \quad (3.23)$$

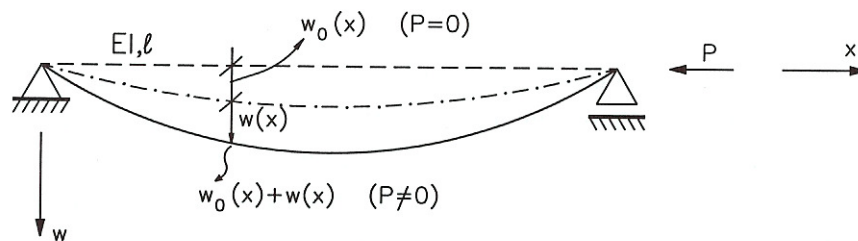


Figura 3.7: Configuração deformada inicial, adaptado de (Reis e Camotim, 2001)

O comportamento da coluna é definido pela equação diferencial:

$$E \cdot I \cdot w_{xx} + P(w_0 + w) = 0 \quad (3.24)$$

A primeira parcela da equação, $E \cdot I \cdot w_{xx}$, define os momentos internos e deve-se aos deslocamentos adicionais $w(x)$.

A deformada inicial da coluna pode ser representada, pela série de Fourier:

$$w_0(x) = \sum_{m=1}^{\infty} w_m^0 \cdot \sin\left(\frac{m \cdot \pi \cdot x}{l}\right) \quad (3.25)$$

Sendo os coeficientes w_m^0 conhecidos (pela série de Fourier) e dado que os modos de instabilidade das colunas perfeitas são dados pela expressão; $w_m(x) = \sin\left(\frac{m \cdot \pi \cdot x}{l}\right)$ é correcto afirmar que “a componente da configuração com deformada inicial segundo o modo de instabilidade de ordem m da coluna perfeita” é representada por cada w_m^0 ” (Reis e Camotim, 2001).

Atendendo a que as condições fronteiras são:

$$w(0) = w(l) = 0 \quad (3.26)$$

e aplicando-as nas equações atrás definidas, obtem-se a solução geral da equação diferencial, dada por:

$$w(x) = \sum_{m=1}^{\infty} w_n \cdot \sin\left(\frac{n \cdot \pi \cdot x}{l}\right) \quad (3.27)$$

Em que w_n são os coeficientes que é necessário determinar. Para tal basta substituir a equação atrás apresentada na equação diferencial, obtendo-se:

$$\sum_{n=1}^{\infty} \left[-EI \left(\frac{n\pi}{l} \right)^2 + P \right] \cdot w_n \cdot \sin \frac{n\pi x}{l} = \sum_{m=1}^{\infty} \left(-P w_m^0 \cdot \sin \frac{m\pi x}{l} \right) \quad (3.28)$$

Igualando os coeficientes das funções trigonométricas (senos), vem:

$$w_n = \frac{P \cdot w_n^0}{EI \left(\frac{n\pi}{l} \right)^2 - P} \quad (3.29)$$

Tendo em conta que $P_b^n = \frac{n^2 \cdot \pi^2 EI}{l^2}$, obtém-se:

$$w_n = \frac{P}{P_b^n - P} \cdot w_n^0 \quad (3.30)$$

Posto isto conclui-se que a configuração com deformada inicial da coluna, quando submetida a um esforço de compressão constante P, é definida pela expressão matemática:

$$w(x) = \sum_{n=1}^{\infty} \frac{P}{P_b^n - P} \cdot \sin \frac{n\pi x}{l} \quad (3.31)$$

Da expressão matemática acima apresentada, podem-se retirar as seguintes conclusões:

- Cada termo da série corresponde a um modo de instabilidade;
- A amplitude de cada modo de instabilidade é dada pelo factor $\frac{P}{(-P + P_b^{(n)})}$ que é designado, segundo (Reis e Camotim, 2001), factor de ampliação
- Cada componente das imperfeições iniciais, (Reis e Camotim, 2001), é ampliada por um factor, o qual é inversamente proporcional à carga de bifurcação correspondente e é dependente do carregamento axial.

Através da expressão matemática que caracteriza a configuração de equilíbrio obtêm-se as trajectórias de equilíbrio, apresentadas na Figura 3.8.

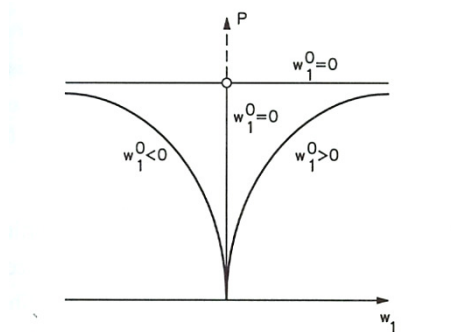


Figura 3.8: Trajectória de equilíbrio de uma coluna comprimida axialmente sujeita uma deformada inicial, adaptado de (Reis e Camotim, 2001)

Analisando a Figura 3.8, observa-se que as colunas com deformada inicial não exibem bifurcação de equilíbrio; isto deve-se à presença de momentos flectores que provocam um aumento gradual dos deslocamentos, matematicamente representados por:

$$M(x) = P. (w(x) + w_0(x)) = P. \frac{P_E}{P_E - P} \cdot w_1^0 \cdot \text{sen}\left(\frac{\pi x}{l}\right) \quad (3.32)$$

Com isto, conclui-se que, transcrevendo (Reis e Camotim, 2001) “uma coluna imperfeita não apresenta bifurcação de equilíbrio, ..., os deslocamentos se tornam infinitos quando se atinge a carga crítica (que é uma assíntota horizontal das trajectórias de equilíbrio)”.

3.3.2 Excentricidades de carga

Considere-se a viga-coluna simplesmente apoiada, abaixo apresentada na Figura 3.9, sujeita a um carregamento axial de compressão, P , aplicada com uma excentricidade e .

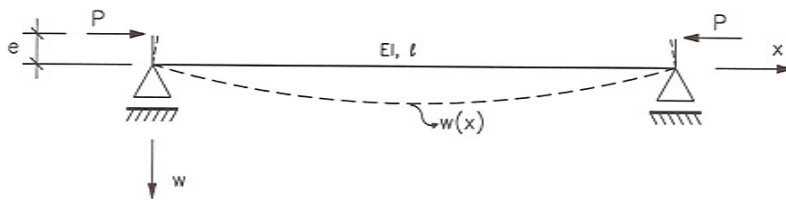


Figura 3.9: Coluna submetida a carregamento excêntrico, adaptado de Reis e Camotim (2001)

O equilíbrio é dado pela equação diferencial, segundo Reis e Camotim (2001):

$$E \cdot I \cdot w_{xx} + P \cdot (w + e) = 0 \Leftrightarrow \quad (3.33)$$

$$E \cdot I \cdot w_{xx} + P \cdot w = -P \cdot e \quad (3.34)$$

Sendo:

- As condições fronteiras; $w(0)=0$ e $w(l)=0$
- $K^2 = P/EI$

Obtêm-se;

$$w(x) = e \cdot \left(\tan \frac{Kl}{2} \cdot \sin(Kx) + \cos(Kx) - 1 \right) \quad (3.35)$$

O deslocamento máximo ocorre a meio vão e é dado pela expressão:

$$\delta = w\left(\frac{l}{2}\right) = e \cdot \left(\sec\left(\frac{kl}{2}\right) - 1\right) = e \cdot \left(\sec\left(\frac{\pi}{2} \cdot \sqrt{\frac{P}{P_E}}\right) - 1\right) \quad (3.36)$$

Através desta expressão são obtidas as trajectórias de equilíbrio, apresentadas a seguir na Figura 3.10.

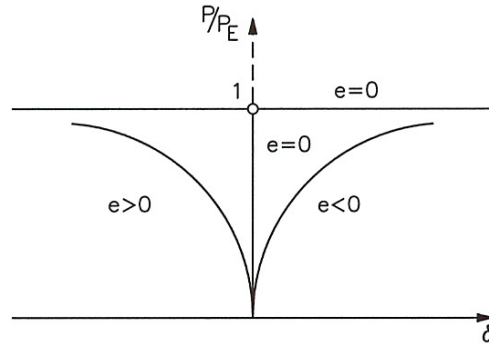


Figura 3.10: Trajectória de equilíbrio de uma coluna comprimida axialmente de forma excêntrica, adaptado de Reis e Camotim (2001)

Analisando a Figura 3.10, observa-se que as colunas axialmente comprimidas de forma excentricamente não exibem bifurcação de equilíbrio; isto deve-se à presença de momentos flectores (Reis e Camotim, 2001) matematicamente representados por:

$$M(x) = P \cdot (e + w(x)) = P e \cdot \left(\tan\left(\frac{kl}{2}\right) \cdot \sin(kx) + \cos(kx)\right) \quad (3.37)$$

Analisando a Figura 3.8 (trajectória de equilíbrio de uma coluna com um padrão de deformações iniciais comprimida axialmente) e a Figura 3.10 (trajectória de equilíbrio de uma coluna sujeita a esforços de compressão axial, aplicados de forma excêntrica) verifica-se que ambas as trajectórias apresentam a mesma forma ou configuração.

3.3.3 Diagrama de Southwell

O Diagrama de Southwell foi desenvolvido por Southwell em 1932. Esta metodologia está bem consolidada e tem por finalidade determinar a carga crítica, P_{cr} , de uma forma directa, através dos resultados obtidos dos ensaios de colunas. De uma forma sucinta, esta metodologia extrapola os resultados experimentais de estabilidade de colunas e vigas-coluna.

Segundo Barros (2004) – citando Reis e Camotim (2001), Bazant e Cedolin (1991) e Barros (1999) – considere-se uma coluna com imperfeições geométricas, como por exemplo excentricidades de carga e/ou deformações iniciais, axialmente comprimidas com uma carga P .

Considerem-se as imperfeições geométricas definidas por;

$$v_i(x) = \sum_n i_n \cdot v_n(x) = \sum_n i_n \cdot v_n \quad (3.38)$$

onde i_n são as amplitudes das componentes das imperfeições geométricas das colunas.

A deformada lateral da viga coluna correspondente ao equilíbrio é expressa por:

$$v_e(x) = \sum_n e_n \cdot v_n(x) = \sum_n e_n \cdot v_n \quad (3.39)$$

sendo a equação de equilíbrio de 2ª ordem, na fase de pré-encurvadura de uma coluna axialmente comprimida, definida por :

$$EI \cdot \frac{d^2 v}{dx^2} + P \cdot v = 0 \quad (3.40)$$

Onde;

EI - rigidez à flexão

P – carga axial de compressão

v – deslocamento transversal da barra

Com auxílio da equação 3.40 é possível deduzir (Barros, 2004) o deslocamento lateral da barra, v , através da equação:

$$v = - \iint \frac{P \cdot v}{EI} dx dx \quad (3.41)$$

Aplicando um processo iterativo para determinar valores derivados (d) a partir de valores arbitrados (a):

$$v(d) = - \iint \frac{P \cdot v(a)}{EI} dx dx \quad (3.42)$$

Sendo $v(a)$ os deslocamentos arbitrados expressos pela série :

$$v(a) = \sum a_n \cdot v_n \quad (3.43)$$

Substituindo na equação 3.42, verifica-se que os valores do deslocamento lateral derivadas a partir dos deslocamento arbitrados é dado por:

$$v(d) = - \iint \frac{P \cdot a_n \cdot v_n}{E \cdot I} dx dx = a_n \cdot \frac{P}{P_n} v_n \quad (3.44)$$

Posto isto, na situação de equilíbrio, pós-encurvadura, o deslocamento lateral é expresso por:

$$v(e) = v(d) = - \iint \frac{P \cdot v(a)}{E \cdot I} dx dx = - \iint \frac{P \cdot (v_e + v_i)}{E \cdot I} dx dx \quad (3.45)$$

Onde;

v_e - é o deslocamento lateral na situação de equilíbrio arbitrado

v_i - é o deslocamento lateral proveniente das imperfeições geométricas da conhecidas.

Então também:

$$\sum_n e_n \cdot v_n = \sum_n (i_n + e_n) \frac{P}{P_n} V_n \quad (3.46)$$

A identificação dos termos da equação 3.46 permite obter os factores derivados, e_n , em função dos factores conhecidos, i_n . Então:

$$e_n = \frac{i_n \cdot \frac{P}{P_n}}{1 - \frac{P}{P_n}} = i_n \cdot \frac{1}{\frac{P_n}{P} - 1} \quad (3.47)$$

Segundo Barros (2004), o termo $\frac{1}{\frac{P_n}{P} - 1}$ é designado pelo factor de ampliação do modo n e quantifica o efeito da carga axial P no termo modal correspondente.

Como já foi mencionado anteriormente neste capítulo a carga correspondente ao primeiro modo de instabilidade é a designada carga crítica.

Através das equações 3.38, 3.39 e 3.47, obtêm-se para o primeiro modo de instabilidade;

$$v_e = e_1 \cdot v_1 = i_1 \cdot \frac{1}{\frac{P_1}{P} - 1} \cdot v_1 \cong \frac{1}{\frac{P_1}{P} - 1} \quad (3.48)$$

A equação 3.49, representa a equação de uma recta de variação linear entre $\frac{v_e}{P}$ e v_e , sendo o inverso do declive da recta a carga critica da viga-coluna.

Esta recta de aproximação, aqui deduzida, denomina-se Diagrama de Southwell.

Portanto, segundo os autores referidos, o Diagrama de Southwell é obtida pela regressão linear dos resultados experimentais entre $\frac{v_e}{P}$ e v_e para cada valor da carga aplicada P .

Esta metodologia é extremamente útil, e foi utilizada nos resultados dos ensaios experimentais (apresentados no Capítulo 5) obtidos no âmbito desta tese de mestrado, pois possibilita a obtenção da carga crítica de instabilidade de vigas-coluna por extrapolação de resultados experimentais e através de ensaios não destrutivos.

A Figura 3.11, ilustra a metodologia associada ao designado Diagrama de Southwell, adaptação de Reis e Camotim (2001) e de Barros (2004)

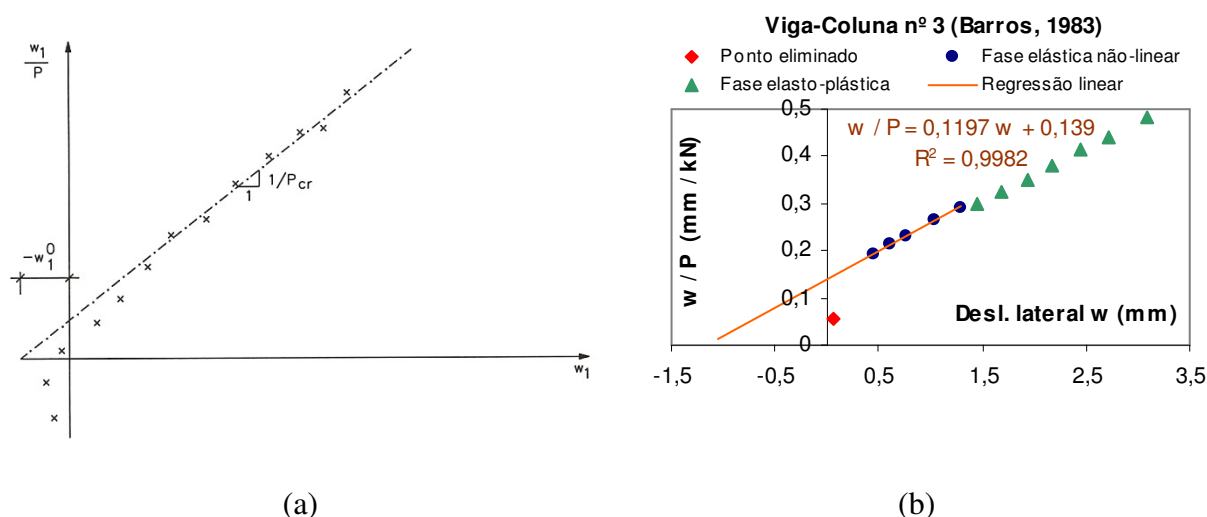


Figura 3.11: Diagrama de Southwell

3.4 Princípio do Método dos Coeficientes de Influência

O Método dos Coeficientes de Influência, conforme Barros (1983), é uma metodologia que determina as curvaturas correspondentes às tensões, extensões e momentos internos de uma viga-coluna equilibrada axialmente carregada, através dos deslocamentos compatíveis ao longo de todo o seu comprimento. Estes deslocamentos são inicialmente arbitrados; posteriormente são determinados a partir do carregamento e dos momentos internos da viga-coluna em condições de equilíbrio, com auxílio do processo iterativo de Newton-Raphson e de uma matriz de coeficientes de influência. Estes deslocamentos

calculados segundo determinada relação de recorrência são confrontados com as suas estimativas iniciais, de modo a obedecer a determinado critério de convergência. Esta metodologia foi realizada e aplicada com sucesso por Barros (1983) para vigas-coluna espaciais tubulares imperfeitas em aço com restrições de rigidez nas extremidades, conforme fora inicialmente proposto por Chen e Atsuta (1978).

Com vista a determinar a carga última de uma viga-coluna mista, constituída por aço e betão, simplesmente carregada axialmente, para tal Viridi e Dowling (1973), citados Barros (1983), utilizaram o método dos coeficientes da influência. Na análise realizada pelos autores mencionados foram desprezados os efeitos de torção, isto por causa da elevada rigidez da secção transversal da coluna em estudo. Esta metodologia foi utilizada por Ross *et al* (1978), citado em Barros (1983), para analisar a carga e o desempenho de colunas tubulares em aço fabricadas com tensões residuais. Nesses estudos os autores idealizaram as vigas-coluna como uma assemblagem para pequenas fracções ou trechos de coluna de comprimento variável. Através de trabalhos de diversos autores, verifica-se que o método dos coeficientes de influência adequa-se a uma diversidade de secções transversais de vigas-coluna, simplesmente apoiadas ou até com restrições de rigidez nas extremidades, e carregadas axialmente.

Por sua vez, na análise do comportamento num plano de uma viga-coluna carregada axialmente, a relação momento flector-carga axial-curvatura (curvas $M-P-\theta$) não é de fácil determinação, já que a mesma tem comportamento não linear sendo portanto a sua determinação executada por um processo incremental e iterativo. Para tal, a secção transversal da viga coluna é dividida num determinado número de elementos ou células, nos quais se assume que a tensão normal é uniforme, como se pode visualizar na Figura 3.13. De seguida, procede-se à determinação do carregamento axial e dos momentos flectores aplicados recorrendo, segundo Barros (1983), à hipótese de Bernoulli-Navier para cada diagrama de extensões proposto para secções planas.

Se a integração dos resultados obtidos nas células, associados à distribuição considerada de extensões planas, se aproximarem do carregamento aplicado na secção – obedecendo ao critério de convergência do processo iterativo – considera-se como válida a curvatura correspondente ao carregamento axial determinado. Caso contrário, procede-se à modificação do diagrama de extensões para secções planas e repete-se o procedimento descrito até que seja respeitado o critério de convergência.

Esta metodologia, para determinação das curvas $M-P-\phi$, tem uma dificuldade acrescida quando é aplicada ao comportamento espacial de vigas-coluna tubulares, pois: (i) existe dependência da história do carregamento; (ii) está-se na presença de dois modelos de distribuição de tensões residuais (circunferencial e longitudinal), sem existir expressão analítica exacta nem aproximações que traduzam a solução analítica.

As curvas $M - P - \phi$, para o comportamento espacial, definem os momentos biaxiais M_x, M_y em função das curvaturas biaxiais ϕ_x, ϕ_y e da carga axial P , dados por:

$$M_x = M_x(\phi_x, \phi_y, P) \quad (3.49)$$

$$M_y = M_y(\phi_x, \phi_y, P) \quad (3.50)$$

Estas relações são obtidas executando uma análise não linear da secção da coluna, com uma unidade de comprimento, por meio do método da matriz rigidez tangente (Chen e Atsuta, 1978).

Resumidamente, assume-se que a relação tensão-extensão do material é elástica-prefeitamente plástica e que as secções são planas e permanecem planas após deformações. As referidas relações das curvas $M-P-\phi$ são então determinadas por um processo incremental e iterativo.

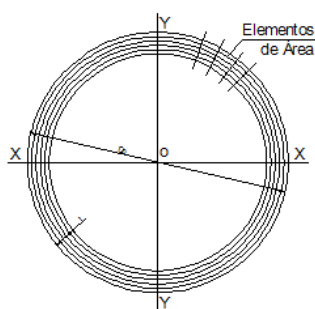


Figura 3.12: Divisão da secção transversal, adaptado de Barros (1983)

As extensões e tensões, em cada elemento de área (intercepção de fibras longitudinais com o plano da secção), são calculadas como o valor médio no seu centróide, para cada estado de deformação e de carga. A carga em cada coluna é aplicada na secção de uma forma incremental, e segue os seguintes princípios: a carga axial exigida é aplicada e as iterações de equilíbrio são cumpridas; com a carga axial P mantida constante, uma série de iterações de equilíbrio são executadas para o momento biaxial aplicado M_x ; com ambas a carga axial P e o

momento biaxial M_x mantidos constantes, a relação momento–curvatura (M_y, ϕ_y) para um momento biaxial M_y crescente, é desenvolvida de uma forma incremental.

3.4.1 Formulação Matemática:

O software TBCOL, desenvolvido por Barros (1983), sustenta a sua formulação matemática e computacional no método dos coeficientes de influência (Chen e Atsuta, 1978) aqui apresentado sumariamente.

Segundo Barros (1983), na formulação matemática do software em causa considera-se uma viga coluna de comprimento L , submetida a uma carga axial de compressão P e a momentos de extremidades biaxiais M_{xB} , M_{yB} , na extremidade inferior, e M_{xT} , M_{yT} , na extremidade superior. Sejam e_{xB} , e_{yB} e e_{xT} , e_{yT} as excentricidades da carga axial em ambas as extremidades. A viga–coluna está restringida nas extremidades, em ambas as direcções x, y , por apoios elásticos não lineares cuja relação momento–rotação é assumida como conhecida.

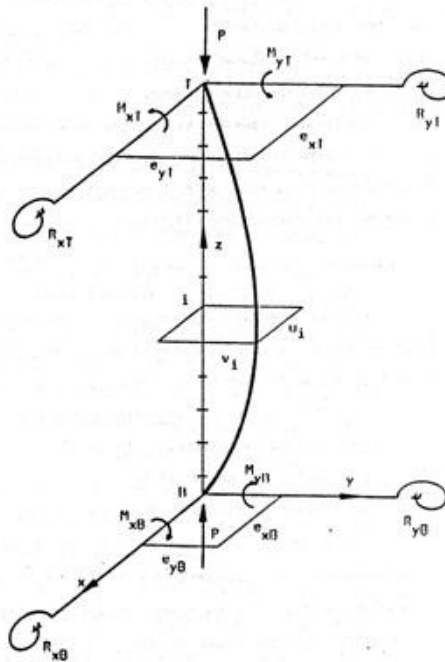


Figura 3.13: Notações para a análise das vigas-coluna, adaptado de Barros (1983)

Permitindo u_0 e v_0 , denominados por desvios laterais iniciais do centróide da secção transversal da viga–coluna num estado inicial sem carregamento respectivamente nas direcções x e y , e se u e v são assumidos como desvios laterais reais do centróide da secção transversal, então as curvaturas totais da coluna nos planos yz e xz , são respectivamente:

$$\phi_x = -\frac{v_0'' + v''}{\left[1 + (v_0' + v')^2\right]^{\frac{3}{2}}} \quad (3.51)$$

$$\phi_y = -\frac{u_0'' + u''}{\left[1 + (u_0' + u')^2\right]^{\frac{3}{2}}} \quad (3.52)$$

Assumindo como válida a teoria das pequenas deformações (e seus gradientes espaciais pequenos, para que suas primeiras derivadas sejam desprezáveis):

$$((u_0' + u'), (v_0' + v')) \ll 1 \quad (3.53)$$

A curvatura pode ser escrita como:

$$\phi_x = -(v_0'' + v'') \quad (3.54)$$

$$\phi_y = u_0'' + u'' \quad (3.55)$$

Das quais as curvaturas iniciais da coluna sem carregamento ϕ_{0x} , ϕ_{0y} e as curvaturas totais ϕ_x , ϕ_y , respectivamente nos planos yz e xz , podem ser expressas por:

$$\phi_{0x} = -\frac{\partial^2 v_0}{\partial z^2} \quad (3.56)$$

$$\phi_{0y} = \frac{\partial^2 u_0}{\partial z^2} \quad (3.57)$$

$$\phi_y = -\frac{\partial^2 u}{\partial z^2} \quad (3.58)$$

$$\phi_x = \frac{\partial^2 v}{\partial z^2} \quad (3.59)$$

Nomeando um número discreto da estação I até i para o extremo inferior B e para o extremo superior T , variando a distância, h_i , entre as estações, como se apresenta na Figura 3.15, a expressão diferencial pode ser calculado por operadores de diferenças finitas.

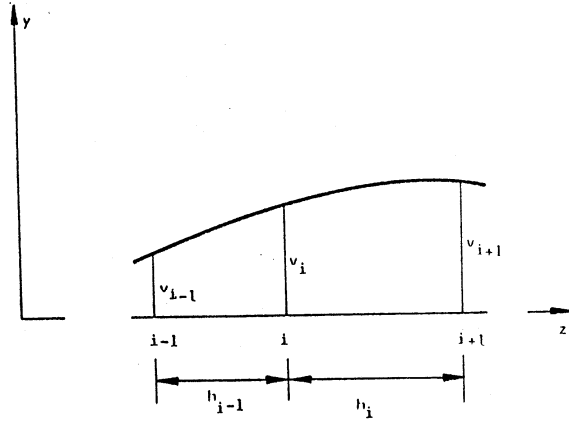


Figura 3.14: Derivação da curvatura no plano yz, adaptado de Barros (1983)

Em todas as estações i ao longo do comprimento da coluna, a equação de equilíbrio pode ser expressa por:

$$M_{xi} = P.(v_{0i} + v_i) + M_{xB} + (M_{xT} - M_{xB}).\frac{Z_i}{L} \quad (3.60)$$

$$M_{yi} = -P.(u_{0i} + u_i) + M_{yB} + (M_{yT} - M_{yB}).\frac{Z_i}{L} \quad (3.61)$$

Onde;

$$Z_i = \sum_{s=1}^{i-1} h_s \quad (3.62)$$

Resolvendo a equação (3.60) e (3.61) para o desvio total u_i e v_i na estação i , vem:

$$u_i = -\frac{1}{P} \left[M_{yi} - \left(1 - \frac{Z_i}{L} \right) M_{yB} - \frac{Z_i}{L} M_{yT} \right] - u_{0i} \quad (3.63)$$

$$v_i = \frac{1}{P} \left[M_{xi} - \left(1 - \frac{Z_i}{L} \right) M_{xB} - \frac{Z_i}{L} M_{xT} \right] - v_{0i} \quad (3.64)$$

Os momentos internos M_{xi} , M_{yi} são calculados para a relação momento–carga axial–curvatura (equações (3.49) e (3.50)) através de:

$$M_{xi} = M_x(\phi_{xi}, \phi_{yi}, P) \quad (3.65)$$

$$M_{yi} = M_y(\phi_{xi}, \phi_{yi}, P) \quad (3.66)$$

Nas quais, e em conformidade com a Figura 3.14, as curvaturas biaxiais ϕ_{xi} , ϕ_{yi} são calculadas, para os desvios totais v , u , pelos operadores de diferenças finitas:

$$\phi_{xi} = \left(-\frac{\partial^2 v}{\partial Z^2} \right)_i = \frac{-2}{h_i(h_{i-1} + h_i)} \left[v_{i+1} - \left(1 + \frac{h_i}{h_{i-1}} \right) v_i + \frac{h_i}{h_{i-1}} v_{i-1} \right] \quad (3.67)$$

$$\phi_{yi} = \left(-\frac{\partial^2 u}{\partial Z^2} \right)_i = \frac{-2}{h_i(h_{i-1} + h_i)} \left[u_{i+1} - \left(1 + \frac{h_i}{h_{i-1}} \right) u_i + \frac{h_i}{h_{i-1}} u_{i-1} \right] \quad (3.68)$$

Na prática, contudo, não é necessário obter a curva $M - P - \phi$ total para obter as resultantes das tensões normais M_{xi} , M_{yi} . De facto, com o valor da extensão axial calculado para a carga axial aplicada e com as curvas calculadas para as equações (3.67) e (3.68), é possível somar os efeitos sobre as áreas elementares da secção transversal e calcular directamente as resultantes das tensões normais M_{xi} , M_{yi} de cada estação i .

O equilíbrio, nos extremos da viga-coluna, é expresso pelos momentos nas extremidades M_{xB} , M_{yB} , M_{xT} , M_{yT} na forma de momento externo aplicado nas extremidades \bar{M}_{xB} , \bar{M}_{yB} , \bar{M}_{xT} , \bar{M}_{yT} e dos momentos nos extremos impedidos R_{xB} , R_{yB} , R_{xT} , R_{yT} . De acordo com a convenção de sinais apresentada na Figura 3.13, estas relações de equilíbrio são:

$$M_{xB} = \bar{M}_{xB} - R_{xB} \quad (3.69)$$

$$M_{yB} = \bar{M}_{yB} + R_{yB} \quad (3.70)$$

$$M_{xT} = \bar{M}_{xT} - R_{xT} \quad (3.71)$$

$$M_{yT} = \bar{M}_{yT} + R_{yT} \quad (3.72)$$

Nos quais o momento externo aplicado nos extremos (gerado pelas excentricidades da carga axial aplicada) são dados por:

$$\bar{M}_{xB} = -P.e_{yB} \quad (3.73)$$

$$\bar{M}_{yB} = P.e_{xB} \quad (3.74)$$

$$\overline{M}_{xT} = -P.e_{yT} \quad (3.75)$$

$$\overline{M}_{yT} = P.e_{xT} \quad (3.76)$$

A função dos momentos nos extremos impedidos não lineares é expressa na forma da correspondente rotação total nos extremos $\theta_{xB}, \theta_{yB}, \theta_{xT}, \theta_{yT}$.

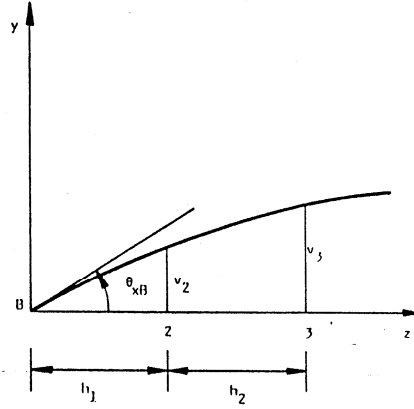


Figura 3.15: Condições de inclinação para o extremo inferior B no plano yz , adaptado de Barros (1983)

Referindo a Figura 3.15 e usando a mesma convenção de sinais para as rotações extremas e os momentos extremos, a rotação total é determinada pelos operadores de diferenças finitas como:

$$\theta_{xB} = \left(\frac{\partial v}{\partial Z} \right)_B = \frac{-1}{h_2 \left(1 + \frac{h_2}{h_1} \right)} \left[v_3 - \left(1 + \frac{h_2}{h_1} \right)^2 . v_2 \right] \quad (3.77)$$

$$\theta_{xT} = \left(-\frac{\partial v}{\partial Z} \right)_T = \frac{-1}{h_{n-1} \left(1 + \frac{h_{n-1}}{h_n} \right)} \left[v_{n-1} - \left(1 + \frac{h_{n-1}}{h_n} \right)^2 . v_n \right] \quad (3.78)$$

$$\theta_{yB} = \left(-\frac{\partial u}{\partial Z} \right)_B = \frac{1}{h_2 \left(1 + \frac{h_2}{h_1} \right)} \left[u_3 - \left(1 + \frac{h_2}{h_1} \right)^2 . u_2 \right] \quad (3.79)$$

$$\theta_{yT} = \left(\frac{\partial v}{\partial Z} \right)_T = \frac{1}{h_{n-1} \left(1 + \frac{h_{n-1}}{h_n} \right)} \left[u_{n-1} - \left(1 + \frac{h_{n-1}}{h_n} \right)^2 u_n \right] \quad (3.80)$$

Estabelecendo o equilíbrio de todas as estações ao longo do comprimento da coluna, resultam as equações de equilíbrio na coluna:

$$u_i = U_i(u_1, u_2, \dots, u_{n+1}, v_1, v_2, \dots, v_{n+1}) \quad (3.81)$$

$$v_i = V_i(u_1, u_2, \dots, u_{n+1}, v_1, v_2, \dots, v_{n+1}) \quad (3.82)$$

Para $i=1, 2, \dots, n+1$, nas quais U_i e V_i são funções conhecidas do deslocamento assumido v, u para todas as estações, traçando o $2(n+1)$ - espaço dimensional, $R^{2(n+1)}$ até R . As relações acima definem claramente pontos fixos da iteração das funções de várias variáveis. Usando notação vectorial para representar os deslocamentos de todas as estações, esta relação pode ser simplificada segundo Burden et al. (1970) citado em Barros (1983).

$$\{w\} = \{F(\{w\})\} = \begin{Bmatrix} \{u\} \\ \{v\} \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} \{U(\{w\})\} \\ \{V(\{w\})\} \end{Bmatrix} \quad (3.83)$$

Em que;

$$\{w\} = (u_1, u_2, \dots, u_{n+1}, v_1, v_2, \dots, v_{n+1})^T$$

F é a função traçada desde $R^{2(n+1)}$ até $R^{2(n+1)}$, por:

$$\{F(w)\} = (U_1(w), U_2(w), \dots, U_{n+1}(w), V_1(w), V_2(w), \dots, V_{n+1}(w))^T$$

Alternativamente, $\{u\} = (u_1, u_2, \dots, u_{n+1})^T$, $\{v\} = (v_1, v_2, \dots, v_{n+1})^T$ e as funções U, V traçados $R^{2(n+1)}$ desde até $R^{(n+1)}$.

As condições fronteira dos deslocamentos garantem que os desvios em ambos os extremos da coluna sejam sempre zero ($u_i = v_i = u_{n+1} = v_{n+1} = 0$). Portanto, as equações de equilíbrio da estação 1 e $n+1$ são eliminadas.

A função da iteração com o ponto fixo, definido na equação (3.83) pode ser resolvida eficazmente pela aplicação do método iterativo de Newton-Raphson para sistemas de

equações não-lineares. Se $\{W^k\}$ é um vector aproximado do desvio após k iterações, uma solução melhorada $\{W^{k+1}\}$, depois de $k+1$ iterações, é calculado por:

$$\{w^{k+1}\} = \{w^k\} - [I - J]^{-1} \cdot \{w^k - \bar{w}\} \quad (3.84)$$

Em que;

$$\{\bar{w}\} = \{F(\{w^k\})\}$$

[I] é a matriz identidade de grau $(n+1)$

[J] é a matriz Jacobiana cujos termos de cada iteração k são definidos como;

$$J_{ij} = \frac{\partial F_i}{\partial w_j} \quad (3.85)$$

A técnica iterativa acima esboçada é repetida até que a iteração particular k seja:

$$\frac{\|\{w^k\} - \{\bar{w}\}\|_2}{\|\{w^k\}\|_2} \leq \varepsilon_D \quad (3.86)$$

Onde;

$\|\cdot\|_2$ É uma norma Euclidean

ε_D É uma tolerância de convergência para deslocamentos, o qual tem como valores usuais de 10^{-2} até 10^{-6} , dependendo da precisão desejada e do equipamento computacional disponível.

3.4.2 Metodologia:

O Software TBCOL tem por objectivo fornecer resultados fiáveis de vigas-coluna tubulares imperfeitas em aço, com tensões residuais, excentricidades de carga, momentos aplicados nas extremidades, não linearidade material e restrições de extremidade.

Para alcançar esse fim, o dito programa TBCOL segue a seguinte metodologia, segundo Chen e Atsuta (1978), amplamente utilizado por Barros (1983):

São determinados: Cargas exteriores: $\bar{M}_{xA}, \bar{M}_{yA}, \bar{M}_{xB}, \bar{M}_{yB}$; funções de rigidez dos extremos impedidos: $\bar{M}_{xA}(\theta), \bar{M}_{yA}(\theta), \bar{M}_{xB}(\theta), \bar{M}_{yB}(\theta)$; relações momento–carga axial–curvatura: $M_{xi} = M_x(\phi_{xi}, \phi_{yi}, P)$ e $M_{yi} = M_y(\phi_{xi}, \phi_{yi}, P)$

1. Assume o valor de ensaio de desvio:

$$\{u_0\} = \{u_1, u_2, \dots, u_n\} \quad (3.87)$$

$$\{v_0\} = \{v_1, v_2, \dots, v_n\} \quad (3.88)$$

2. Calcula a inclinação das extremidades:

$$\theta_{xA} = -\frac{1}{2\lambda} \cdot (v_3 - 4 \cdot v_2) \quad \theta_{xB} = \frac{1}{2\lambda} \cdot (v_{n-1} - 4 \cdot v_n) \quad (3.89)$$

$$\theta_{yA} = \frac{1}{2\lambda} \cdot (u_3 - 4 \cdot u_2) \quad \theta_{yB} = \frac{1}{2\lambda} \cdot (u_{n-1} - 4 \cdot u_n) \quad (3.90)$$

3. Calcula os momentos nas extremidades:

$$M_{xA} = \bar{M}_{xA} - \bar{M}_{xA}(\theta_{xA}) \quad M_{xB} = \bar{M}_{xB} - \bar{M}_{xB}(\theta_{xB}) \quad (3.91)$$

$$M_{yA} = \bar{M}_{yA} - \bar{M}_{yA}(\theta_{yA}) \quad M_{yB} = \bar{M}_{yB} - \bar{M}_{yB}(\theta_{yB}) \quad (3.92)$$

4. Calcula as curvas

$$\phi_{xi} = -\frac{1}{\lambda^2} \cdot (v_{i-1} - 2 \cdot v_i + v_{i+1}) \quad (3.93)$$

$$\phi_{yi} = \frac{1}{\lambda^2} \cdot (u_{i-1} - 2 \cdot u_i + u_{i+1}) \quad (3.94)$$

5. Calcula as curvas dos momentos internos pelas relações momento–carga axial–curvatura:

$$M_{xi} = M_x(\phi_{xi}, \phi_{yi}, P) \quad (3.95)$$

$$M_{yi} = M_y(\phi_{xi}, \phi_{yi}, P) \quad (3.96)$$

6. Calcula os novos valores para o desvio, através das condições de equilíbrio:

$$\bar{u}_i = -\frac{1}{P} \cdot \left[M_{yi} - \left(1 - \frac{i-1}{n} \right) M_{yA} - \frac{i-1}{n} M_{yB} \right] \quad (3.97)$$

$$\bar{v}_i = -\frac{1}{P} \cdot \left[M_{xi} - \left(1 - \frac{i-1}{n} \right) M_{xA} - \frac{i-1}{n} M_{xB} \right] \quad (3.98)$$

7. Compara:

$$\sum \left[(\bar{u}_i - u_i) + (\bar{v}_i - v_i) \right] < \varepsilon \quad (3.99)$$

Se sim, \bar{u}_i e \bar{v}_i são a solução, caso contrário

8. Calcula as rigidezes tangentes:

$$\alpha_{xvi} = \frac{\partial M_{xi}}{\partial \phi_{xi}} \quad \alpha_{xyi} = \frac{\partial M_{xi}}{\partial \phi_{yi}} \quad (3.100)$$

$$\alpha_{yvi} = \frac{\partial M_{yi}}{\partial \phi_{xi}} \quad \alpha_{yyi} = \frac{\partial M_{yi}}{\partial \phi_{yi}} \quad (3.101)$$

9. Calcula a tangente da constante da mola:

$$\beta_{xA} = \frac{\partial \bar{M}_{xA}}{\partial \theta_{xA}} \quad \beta_{xB} = \frac{\partial \bar{M}_{xB}}{\partial \theta_{xB}} \quad (3.102)$$

$$\beta_{yA} = \frac{\partial \bar{M}_{yA}}{\partial \theta_{yA}} \quad \beta_{yB} = \frac{\partial \bar{M}_{yB}}{\partial \theta_{yB}} \quad (3.103)$$

10. Constrói a matriz coeficientes de influência.

$$\begin{Bmatrix} d\bar{u} \\ d\bar{v} \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{\partial U}{\partial u} & \frac{\partial U}{\partial v} \\ \frac{\partial V}{\partial u} & \frac{\partial V}{\partial v} \end{bmatrix} \cdot \begin{Bmatrix} du \\ dv \end{Bmatrix} \quad (3.104)$$

11. Calcula novos momentos de extremidades para o desvio com as equações Newton-Raphson:

$$\begin{Bmatrix} u^{k+1} \\ v^{k+1} \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} u^k \\ v^k \end{Bmatrix} - \left([I] - \begin{bmatrix} \frac{\partial U}{\partial u} & \frac{\partial U}{\partial v} \\ \frac{\partial V}{\partial u} & \frac{\partial V}{\partial v} \end{bmatrix} \right)^{-1} \cdot \begin{Bmatrix} u^k - \bar{u} \\ v^k - \bar{v} \end{Bmatrix} \quad (3.105)$$

12. Usando novamente os valores obtidos para o desvio, repete-se o procedimento acima descrito até que a convergência seja encontrada.

3.4.3 Organograma:

O software TBCOL (Barros, 1983), para realizar a metodologia descrita no ponto anterior, é baseado no organograma abaixo exposto:

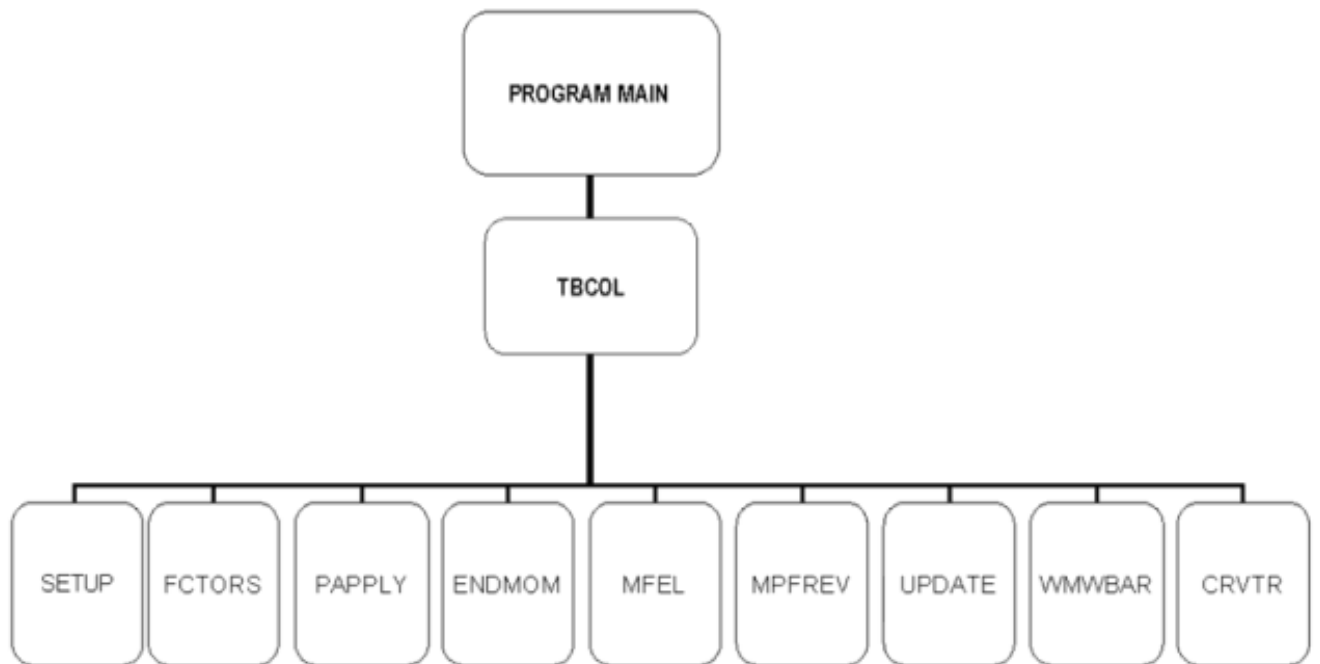


Figura 3.16: Organograma do software.

3.5 Fundamentos Teóricos da Modelação por Elementos Finitos

3.5.1 Análise não linear geométrica com elementos não lineares

A análise não linear no software MIDAS/Civil (2005), segundo a memória de cálculo do referido software, é aplicada como uma análise estática de uma estrutura linear em que alguns elementos não lineares são incluídos. Os elementos não lineares que podem ser utilizados, incluem: elementos de treliça (bielas) só traccionados, elementos roldana, elementos cabo, bielas só à compressão, elementos de junta e ligação elástica pura tracção/compressão (“Elastic Link”). A equação de equilíbrio estático de um sistema estrutural usando os referidos elementos não lineares pode ser expressa como:

$$[K + K_{NL}] \times \{U\} = \{P\} \quad (3.106)$$

onde:

K : Matriz de Rigidez de estruturas lineares

K_{NL} : Matriz de Rigidez de elementos não lineares

A equação de equilíbrio contém a rigidez não linear, K_{NL} , na equação (3.106) que pode ser resolvida por dois métodos.

O primeiro método procura a solução da equação modificando o vector das acções generalizadas ou cargas $\{P\}$, sem alterar o respectivo termo da rigidez mas exprimindo-o de um modo equivalente. De facto, se for aplicada a rigidez dos elementos não lineares no estágio linear a ambos os membros da equação, e se for movida para o 2º membro a rigidez dos elementos não lineares incluindo-a na parcela de carga do 2º membro, obtêm-se a equação:

$$[K + K_L] \cdot \{U\} = \{P\} + [K_L - K_{NL}] \cdot \{U\} \quad (3.107)$$

K_L : Rigidez de elementos não lineares no estado linear

Na equação (3.107) a rigidez linear da estrutura e a rigidez do elemento não linear no estado linear permanecem sempre inalterados. Portanto, a análise estática de estruturas contendo elementos não lineares pode ser realizada recursivamente em repetições

modificando a parcela de carga do 2º membro da equação, sem ter que redefinir a matriz rigidez global ou decompor a matriz.

Este método tem vantagem em ser um método fácil para realizar análises não lineares, assim como reduz consideravelmente o tempo do processo de cálculo sem alterar as matrizes de rigidez para os diversos casos de carga.

O segundo método procura a solução para a equação através de um processo iterativo em que a matriz rigidez é reestruturada em cada iteração sem que o termo das cargas seja alterado. Assim, neste método, a análise estática realiza-se assumindo inicialmente a rigidez dos elementos não lineares. A rigidez dos elementos não lineares é obtida a partir dos resultados da primeira análise estática, e esta rigidez é adicionada à rigidez da estrutura linear para formar a rigidez global. Esta nova rigidez é utilizada para realizar nova análise estática, este procedimento é repetido até que seja alcançado o critério de convergência, e consequentemente encontrada a solução. Este método elabora análises separadas para diferentes condições de carga em que as matrizes de rigidez dos elementos não lineares variam.

Dos dois métodos, acima descritos, resultam níveis de convergência diferentes, em função do tipo de estrutura em análise. O primeiro método é geralmente eficaz na análise de estruturas que possuam bielas de contraventamento só com funcionamento à tracção, que são frequentemente encontradas na construção de estruturas metálicas de edifícios. No entanto, o segundo método pode ser eficaz para análise de uma estrutura com as condições fronteira do solo apenas com elementos de barra (bielas) só à compressão.

3.5.2 Analise não linear material

A fim de elaborar o trabalho que este documento visa descrever, realizaram-se várias análises numéricas computacionais, nomeadamente uma analise não linear material simplificada com vista a reproduzir o comportamento real das estruturas. Esta última análise foi elaborada com o auxílio do software MIDAS/Civil (2005), que é um programa comercial baseado na técnica dos elementos finitos, que visa simular o comportamento e dimensionar elementos estruturais submetidos à influência de diversos agentes externos.

Conforme citado em Barros et al (2009), o uso de um programa de cálculo automático visa reproduzir o comportamento real das estruturas. Muitos dos software encontrados no mercado, em que a modelação dos elementos estruturais é baseada na formulação de elementos finitos, não possuem a capacidade de gerir com grande rigor o comportamento não-linear material. No entanto o programa utilizado, MIDAS/Civil (2005), possui a capacidade de simular o referido comportamento não linear material recorrendo, para tal, a dois procedimentos distintos: modelo de rótulas plásticas e modelo de fibras. O que distingue estes dois procedimentos é a forma como se define a lei constitutiva do material em análise.

No estudo realizado optou-se pelo uso do modelo de fibra como modelação simplificada da não linearidade material, visto este ser baseado na discretização da secção em fibras às quais é associada apenas a deformação axial de cada material. Neste tipo de modelação a curva envolvente não é definida para a secção mas para os materiais que constituem a secção, através das respectivas leis constitutivas. A lei da envolvente é determinada através do aumento da variação da relação curvatura/momento. O modelo de fibras utilizado no software considera que a secção mantém-se, ao longo de todo o processo de deformação, perpendicular ao eixo neutro (desprezando, portanto, o escorregamento ou qualquer efeito de corte).

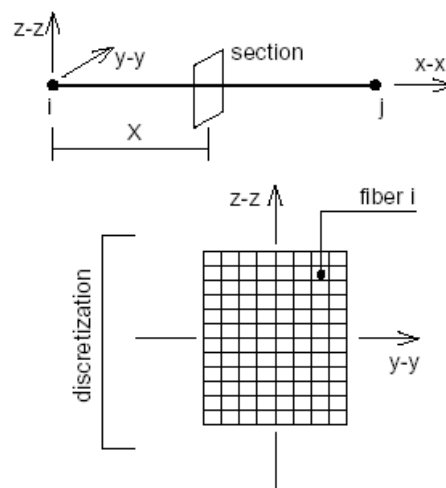


Figura 3.17: Modelo de fibras: discretização da secção (adaptado de Barros et al. 2009)

No modelo de fibra o estado de cada fibra é avaliado através da correspondente deformação axial, provocado pelo carregamento axial, e também pela deformação à flexão da fibra. O esforço axial e o momento flector da secção são determinados a partir do nível de

tensão de cada fibra. O comportamento não linear é assegurado pelas propriedades da secção, sendo definidos pela relação tensão – extensão de todas as fibras constituintes da secção.

Como referido o software traça a curva envolvente em função da lei constitutiva dos materiais que formam a secção, lei essa que visa reproduzir o real comportamento dos materiais. No entanto, a lei constitutiva do aço é simples de obter, pois os ensaios de resistência permitem caracterizar, de uma forma fidedigna, o real comportamento mecânico. O mesmo já não se verifica no caso do betão, já que o ensaio de compressão uni-axial não reproduz o real comportamento ao não considerar o efeito do confinamento lateral; este efeito é muito relevante pois quanto maior for o confinamento, maior será a capacidade resistente. Esta problemática é contornada através de um processo de ajustamento até que o real comportamento seja retratado (conforme obtido em ensaios experimentais). As características do material betão confinado, foram obtidas após sucessivas tentativas até que se consiga caracterizar o confinamento.

Por último, este tipo de modelação permite traçar a relação momento curvatura da secção, assim como monitorizar a posição do eixo neutro com possibilidade de estabelecer, em cada fibra, o nível de esforço axial e possibilita a determinação da extensão da rótula plástica.

3.6 Relação Momento–Curvatura de Secções de Colunas.

Em qualquer análise realizada a uma coluna a quantidade rigidez flexional EI é indispensável (Chen e Atsuta, 1978), e pode ser considerada como a inclinação da curva momento-curvatura. Esta quantidade está presente nos coeficientes da equação diferencial de uma viga-coluna, a qual é expressa:

$$(EI w'')'' + P w'' = q(x) \quad (3.108)$$

A quantidade EI é constante no regime elástico; mas o mesmo já não se verifica no regime elasto-plástico, pois a resposta momento-curvatura é não linear e deve ser utilizada a rigidez instantânea à flexão EI .

Uma típica relação momento-curvatura é a da secção de um perfil I em aço, apresentado na Figura 3.18:

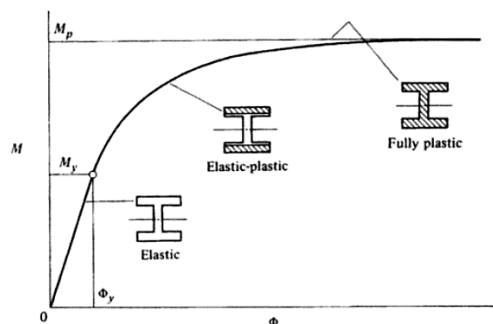


Figura 3.18: Relação momento-curvatura, adaptado de Chen e Atsuta (1978)

Nesta figura, pode ser obtida através da curva tensão – extensão. Como apresentado na Figura 3.19.

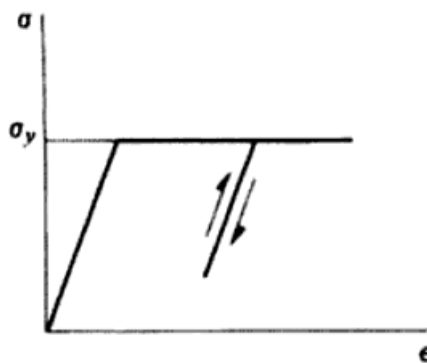


Figura 3.19: Idealização da curva tensão-extensão, elástico-perfeitamente plástico, adaptado de Chen e Atsuta (1978)

A relação momento-curvatura depende da existência do impulso axial P sobre a secção transversal.

Neste subcapítulo, estuda-se a resposta elasto-plásticas da secção da coluna submetida aos esforços combinados de momentos flectores com esforços axiais de compressão. Nomeadamente em secções tubulares em aço e em aço-betão.

3.7 Equação Interactiva para Colunas Tubulares em Aço.

Citando Barros (2009) e Barros et al (2009), o aço é um material preferencial nas construções modernas de engenharia civil e trata-se de um material quase perfeito em análises e dimensionamento plásticos. As estruturas deste material nobre são formadas por elementos unidos por ligações nodais; estas últimas têm que ser capazes de transmitir esforços entre os elementos, sejam elas ligações rígidas (constituindo nós rígidos, de rotação teoricamente nula nas secções de inserção dos elementos barra na entidade nó estrutural) ou semi-rígidas (nos casos em que também existe alguma rotação das referidas secções em simultâneo com capacidade de transmissão e de resistência a momentos flectores).

Os elementos, em causa, devem resistir simultaneamente a esforços de corte e momentos flectores, logo as suas secções devem suportar conjuntamente uma combinação de tensões normais, σ , devido aos momentos flectores, e tensões de corte, τ , devido a esforços de corte. Para tais elementos estruturais, os critérios de cedência de Tresca ou de Von-Mises (Popov, 1968) (Silva, 1995) (Branco, 1998), são os mais usuais para determinar o início da cedência, quando:

$$\left(\frac{\sigma}{\sigma_y}\right)^2 + \left(\frac{\tau}{\tau_y}\right)^2 = 1 \begin{cases} Tresca \begin{cases} \sigma_1 > \sigma_2, \text{mesmo sinal} \\ \sigma_1 = \sigma_y = 2\tau_y \\ \sigma_1 > \sigma_2, \text{sinal opostos} \\ \sigma_1 - \sigma_2 = \sigma_y = 2\tau_y \end{cases} \Rightarrow \sigma^2 + 4\tau^2 = \sigma_y^2 \\ Von Mises \sigma_1^2 + \sigma_2^2 - \sigma_1\sigma_2 = \sigma_y^2 = 3\tau_y^2 \Rightarrow \sigma^2 + 3\tau^2 = \sigma_y^2 \end{cases} \quad (3.109)$$

Onde (σ_1, σ_2) são as direcções principais das tensões na secção, e (σ_y, τ_y) são respectivamente as tensões de cedência em momento puro e corte puro para cada unidade célula ou elemento finito da secção considerada.

Na maioria dos elementos estruturais o esforço axial pode ter uma importância secundária; o mesmo não se verifica quando se esta na presença de colunas. Estes elementos estruturais em aço, principalmente quando fazem parte integrante de edifícios altos, estão normalmente sujeitos a esforços axiais significativos. Assim, nestes casos, os esforços axiais conjugados com momentos flectores, provocam uma deslocação do eixo neutro da secção das

peças, em relação à sua posição inicial, mesmo quando o carregamento axial seria aparentemente desprezável (quando actuando isoladamente).

Nas estruturas analisadas e dimensionados sob o domínio plástico, a carga axial é o principal causador da alteração do momento plástico, para além de alterações associadas quer às dimensões da secção quer à forma do perfil. As alterações do momento plástico causadas pelos esforços de corte são menores do que as consequentes do carregamento axial, e apenas são considerados nos casos em que o esforço de corte é elevado. Assim quão mais alta for a estrutura mais significativos são as reduções do momento plástico, embora neste casos a instabilidade seja o agente controlador.

Alterando a posição do eixo neutro da secção, o incremento de carga axial P reduz o momento plástico flector resistente da secção $M_{p, reduced}$. Este efeito é traduzido analiticamente pela equação de interacção momento flector-esforço axial.

A referida equação de interacção momento flector-esforço axial, é tradicionalmente deduzida para secções rectangulares ($b \times h$), para as quais é expressa por:

$$\frac{M_{p, reduced}}{M_p} = 1 - \left(\frac{P}{P_p} \right)^2 \quad (3.110)$$

Massonnet e Save (1966), estenderam a expressão acima para secções em I; nestes casos existem duas possibilidades de localização do eixo neutro: nos banzos ou na alma.

O momento plástico de uma secção rectangular sob flexão pura é dado por:

$$M_p = \sigma_y \cdot \frac{b \cdot h^2}{4} \quad (3.111)$$

A carga axial máxima que a secção pode suportar antes do esmagamento ocorre quando todas as fibras da secção entraram em cedência sob a carga de rotura plástica, $P_p = \sigma_y \cdot b \cdot h$.

O momento plástico é reduzido igualmente por esforços axiais de tracção ou de compressão; este factor de redução é dado, para secções rectangulares, por $\left(\frac{P}{P_p} \right)^2$.

A curva de interacção destas secções rectangulares pode ser observada, sob representação adimensional, na Figura 3.20; nesta última é também apresentada a curva de interacção para secções em I, adaptada de Moy (1981) e de Barros et al (2009).

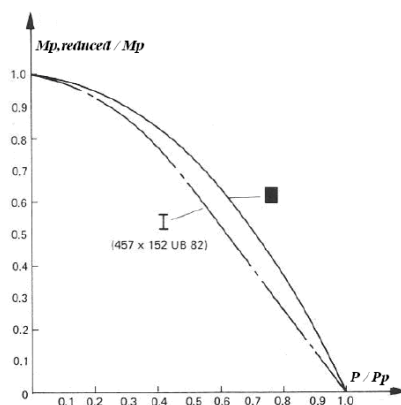


Figura 3.20: Curvas de interacção para secções rectangulares e secções I, adaptado de Moy (1981) e Barros et al (2009)

A equação de interacção para secções tubulares circulares foi deduzida por Barros (2009), que para tal considera a secção transversal apresentada na Figura 3.21, com diâmetro exterior D e espessura t , sujeitas a esforços de flexão e compressão. A força de compressão P aplicada é tal que provoca uma deslocação do eixo neutro da sua posição central de flexão pura; a distribuição de tensões obtidas pode ser substituída pela soma de duas distribuições de tensões distintas; uma distribuição central com tensões resultantes P e uma outra distribuição periférica (de duas porções simétricas) com tensões resultante M . Como o aumento do momento flector também aumenta a curvatura, a cedência propaga-se em direcção ao eixo neutro, com a tensão limitada pela tensão de cedência, mas a extensão aumenta enormemente devido ao fluxo plástico.

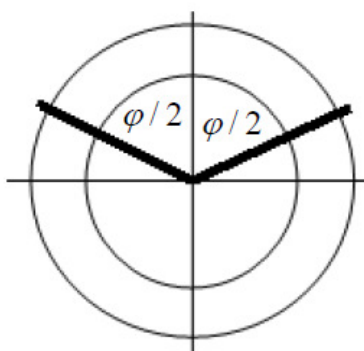


Figura 3.21: Secção tubular circular, adaptado de Barros (2009)

O ângulo $\varphi/2$, é medido em relação ao eixo vertical e situa, simetricamente, a espessura da secção tubular circular onde já se cedeu à flexão; isto corresponde a uma redução do momento plástico $M_{p, reduced}$, submetida à compressão P . O núcleo central $0 < \varphi/2 < \pi/2$ corresponde à capacidade resistente excedente sob P .

Como foi deduzido por Barros (2009) a equação de interacção de secções tubulares circulares é dado por:

$$\begin{cases} \frac{P}{P_p} = \frac{\pi - \varphi}{\pi} = 1 - \frac{\varphi/2}{\pi/2} \Rightarrow \frac{\varphi}{2} = \frac{\pi}{2} \cdot \left(1 - \frac{P}{P_p}\right) = \frac{\pi}{2} - \frac{\pi}{2} \cdot \frac{P}{P_p} \\ \frac{M_{p, reduced}}{M_p} = \sin\left(\frac{\varphi}{2}\right) = \cos\left(\frac{\pi}{2} \cdot \frac{P}{P_p}\right) \end{cases} \quad (3.112)$$

Onde M_p consiste no momento plástico para a flexão pura e P_p corresponde à carga de rotura plástica de secções tubulares circulares (Massonet e Save, 1966) que são expressas por:

$$M_p = \sigma_y \cdot \frac{D^3}{6} \cdot \left[1 - \left(1 - \frac{2t}{D}\right)^3\right] \quad (3.113)$$

$$P_p = \sigma_y \cdot \frac{\pi \cdot D^2}{4} \cdot \left[1 - \left(1 - \frac{2t}{D}\right)^2\right] \quad (3.114)$$

O momento reduzido plástico $M_{p, reduced}$, permitindo a força axial P , resiste a rotação. Também, para qualquer padrão de deslocamentos laterais da coluna, o momento reduzido plástico $M_{p, reduced}$ à carga axial de colapso, P_p , origina a rotação de colapso da coluna.

Então a equação de interacção exacta foi encontrada como;

$$\frac{M_{p, reduced}}{M_p} = \cos\left(\frac{\pi}{2} \cdot \frac{P}{P_p}\right) = \cos \theta \approx 1 - \frac{\theta^2}{2} \quad (3.115)$$

As anteriores considerações são válidas para secções de elementos estruturais que não são afectados por instabilidade ou considerações de encurvadura. Nestes casos, o efeito da carga axial e deformações laterais são completamente distribuídos. O colapso de estruturas muito rígidas é atingido para carga de colapso plástico, P_p , embora as estruturas muito flexíveis encurvem para a carga crítica elásticas, P_{cr} . Merchant desenvolveu uma fórmula numérica que aproxima a verdadeira carga de colapso, baseado no factor de amplificação usado em análises estruturais, também chamada fórmula de Merchant-Rankine anteriormente abordada neste capítulo.

3.8 Equação Interactiva para Colunas Tubulares em Aço Preenchidas com Betão.

A equação de interacção exacta para as colunas tubulares em aço preenchida com betão, como foi mencionada no parágrafo 3.8, é expressa por:

$$\frac{M_{p, reduced}}{M_p} = \cos\left(\frac{\pi}{2} \cdot \frac{P}{P_p}\right) = \cos \theta \approx 1 - \frac{\theta^2}{2} \quad (3.116)$$

Esta fórmula adaptada e actualizada pelo Eurocódigo 4 (2004) tem a seguinte forma:

$$\frac{M_{p, reduced}}{M_{pl, rd}} = \cos\left(\frac{\pi}{2} \cdot \frac{P}{N_{pl, rd}}\right) = \cos \theta \approx 1 - \frac{\theta^2}{2} \quad (3.117)$$

No entanto para este tipo de secções o momento plástico para a flexão pura, $M_{pl, rd}$, e a carga de rotura $N_{pl, rd}$ são traduzidos pelas seguintes equações (Eurocódigo 4, 2004);

$$N_{pl, rd} = A_a \cdot \frac{f_y}{\gamma_a} + A_c \cdot \eta_1 \cdot \frac{0,85 \cdot f_{ck}}{\gamma_c} + A_s \cdot \frac{f_{sk}}{\gamma_s} \quad (3.118)$$

$$M_{pl, rd} = M_{max, Rd} - M_{n, Rd} \quad (3.119)$$

Por sua vez;

$$M_{max, Rd} = w_{pa} \cdot \frac{f_y}{\gamma_a} + 0,5 * w_{pc} \cdot \frac{0,85 \cdot f_{ck}}{\gamma_c} + w_{ps} \cdot \frac{f_{sk}}{\gamma_s} \quad (3.120)$$

$$M_{n, Rd} = w_{pan} \cdot \frac{f_y}{\gamma_a} + 0,5 * w_{pcn} \cdot \frac{0,85 \cdot f_{ck}}{\gamma_c} + w_{psn} \cdot \frac{f_{sk}}{\gamma_s} \quad (3.121)$$

Sendo;

A_a - área da secção do perfil

A_c - área da secção de betão

A_s - área da secção da armadura ordinária de reforço

η_1 - factor de correcção para o confinamento do betão (por defeito considera-se $\eta_1 = 1$, para os perfis oco cheio de betão $\eta_1 = 1.18$).

f_{ck} – valor característico da resistência à compressão do betão

f_y - tensão de cedência do aço do perfil

f_{sk} - tensão de cedência do aço das armaduras

w_{pa} - módulo plástico de resistência do perfil

w_{pc} - módulo plástico de resistência do betão

w_{ps} - módulo plástico de resistência da armadura

w_{pan} - módulo plástico de resistência do perfil, na zona de $2 h_n$

w_{pcn} - módulo plástico de resistência do betão, na zona de $2 h_n$

w_{psn} - módulo plástico de resistência da armadura, na zona de $2 h_n$

α - toma o valor 1,0 para perfis cheios de betão

h_n - é função da posição do eixo neutro da secção mista, no entanto para secções tubulares circulares cheias de betão é expresso por; $h_n = \frac{N_{c,Rd}}{2.d.f_{cd} + 4.t.(2.f_{yd} - f_{cd})}$, sendo $f_{cd} = \frac{f_{ck}}{\gamma_c}$,

$f_{yd} = \frac{f_y}{\gamma_a}$, d é o diâmetro exterior do tubo em aço, t é a espessura do tubo e $N_{c,Rd} = A_c \cdot f_{cd}$

4. CARACTERIZAÇÃO DO COMPORTAMENTO DOS MATERIAIS E DAS COLUNAS EM ESTUDO

O presente trabalho consiste num estudo do desempenho da capacidade axial resistente de colunas tubulares mistas. Para tal, foram empregues dois dos materiais mais utilizados e com mais história no mundo da construção, os clássicos aço e betão, nomeadamente, betão confinado.

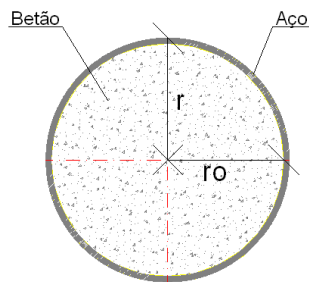


Figura 4.1: Secção das colunas tubulares de betão encamisado em aço

Este capítulo tem por objecto a caracterização destes materiais, bem como, algumas características geométricas das colunas em estudo.

4.1. Caracterização do Betão e seu Confinamento

Neste item pretende-se definir as propriedades mecânicas do betão que, normalmente, se consideram aquando do dimensionamento de elementos estruturais.

A fim de perceber o comportamento das colunas carregadas axialmente torna-se indispensável determinar o diagrama tensão-extensão. O comportamento do betão simples

está bem documentado e legislado, o mesmo não acontece com o betão confinado. No entanto, encontram-se na bibliografia vários estudos que o caracterizam por vários modelos (Richard *et al* (1928), El – Dash e Ahmad (1994), Razvi e Saatcloglu (1999), ... citados em Carrazedo (2002)); neste trabalho será utilizado o modelo de Kent-Park (1971).

O confinamento, segundo o documento que é base da legislação vigente CEB-FIP Model Code 90 (1990), resulta da modificação da lei constitutiva do betão, que para tensões mais elevadas são conseguidas extensões altas.

Quando uma coluna é submetida a esforços de compressão, num primeiro incremento de carga o coeficiente de Poisson do núcleo de betão é menor que o do perfil de aço que o encamisa (Nardin, 1999), não exercendo qualquer efeito de confinamento no betão. Com a aplicação de sucessivos incrementos de carga aumentam as deformações longitudinais, havendo uma maior expansão lateral do núcleo em relação à do perfil. Consequentemente, desenvolvem-se pressões radiais na interface aço-betão; núcleo em betão apresenta um estado triaxial de tensões, e o tubo em aço, um estado biaxial de tensões, que impede o perfil de manter a sua resistência e de transferir esforços ao núcleo.

A capacidade resistente das colunas em aço preenchidas por betão é acrescida, pelo confinamento do betão, dado este estar sujeito a um estado de tensão triaxial (Nardin, 1999). No entanto, o grau de confinamento é dependente de certos factores, tais como: espessura do perfil, esbeltez da coluna, excentricidades de carga, capacidade resistente dos materiais constituintes e secção transversal do pilar.

Dos factores, que condicionam o confinamento, destaca-se a secção transversão da coluna. Nas secções circulares o efeito do confinamento é mais significativo, dado que as tensões radiais se desenvolvem de igual modo por toda a secção, conforme a Figura 4.2.

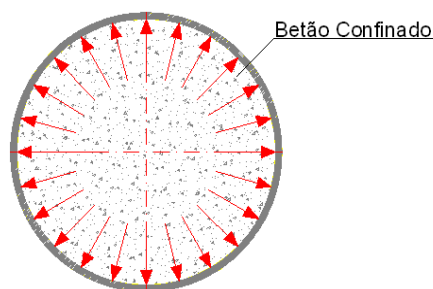


Figura 4.2: Tensões de confinamento em secções circulares

O mesmo não ocorre nas secções quadradas e rectangulares, já que nestas o betão do núcleo encontra um grau de confinamento maior nos cantos do que na restante interface. Este fenómeno deve-se ao arqueamento das tensões do centro da secção para os cantos, sendo mais significativo para secções rectangulares do que para secções quadradas.

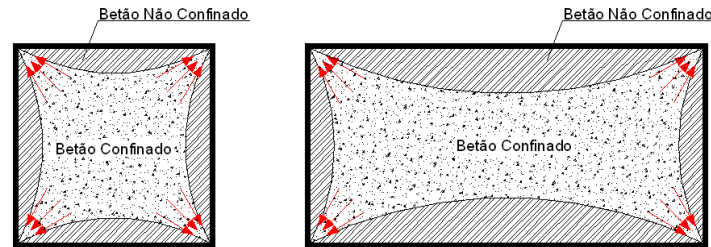


Figura 4.3: Arqueamento das tensões de confinamento em secções rectangulares e quadradas

Em suma o confinamento, que a secção envolvente em aço exerce no núcleo de betão, é responsável pelo aumento da capacidade resistente das colunas, submetidas a carregamentos de compressão; quanto maior for o efeito, melhor será o comportamento do elemento estrutural.

Kent e Park (1971), propuseram um modelo constitutivo para betão confinado usando a curva parabólica tensão-extensão. Segundo esta lei constitutiva (Figura 4.4) o comportamento do betão é representado pela envolvente das relações tensão-extensão sob cargas monotónicas (Coelho, 1997).

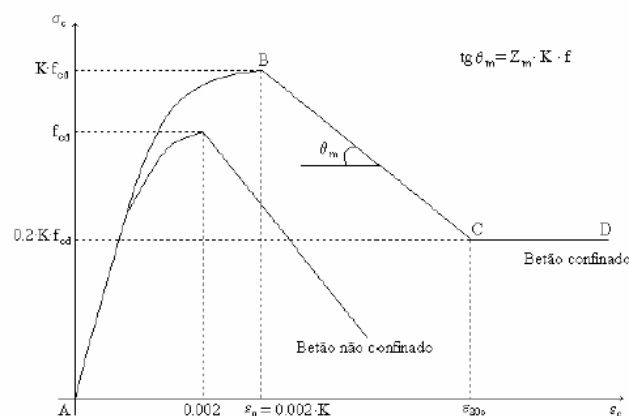


Figura 4.4: Diagrama de tensões-deformações do modelo de Kent e Park (1971), referido em (Coelho, 1997)

No modelo proposto representado na Figura 4.4, nota-se claramente que o diagrama do betão confinado é constituído por três partes bem diferenciadas, sendo cada uma das partes caracterizada pela respectiva lei.

A primeira parte, correspondente ao troço AB, estende-se até extensões de 0.002 K, e é definida pela lei:

$$\sigma_c = K \times f_c \cdot \left[\frac{2 \times \varepsilon_c}{0.002 \times K} - \left(\frac{\varepsilon_c}{0.002 \times K} \right)^2 \right] \quad (4.1)$$

A segunda parte, correspondente ao troço BC delimitado pelas extensões 0.002 K e ε_{20c} , é caracterizada pela lei:

$$\sigma_c = K \times f_c \cdot [1 - Z_m \times (\varepsilon_c - 0.002 \times K)] \quad (4.2)$$

Por último a terceira parte, correspondente ao troço CD com extensões maiores que ε_{20c} , é descrita pela lei:

$$\sigma_c = 0.2 \times K \times f_c \quad (4.3)$$

Onde;

$$K = 1 + \frac{\rho_v \times f_{syt}}{f_c}; \quad (4.4)$$

$$Z_m = \frac{0,5}{\frac{3+0,29 \times f_c}{145 \times f_c - 1000} + \frac{3}{4} \times \rho_v \times \sqrt{\frac{h}{s} - 0.002 \times K}} \quad (4.5)$$

h – Largura do núcleo cintado (medida também à face exterior das cintas);

s – Espaçamento da armadura transversal;

ε_c – Extensão longitudinal de betão;

σ_c – Tensão normal no betão confinado;

f_c – Resistência à compressão do betão não confinado;

ε_{20c} – Extensão correspondente a 20% da tensão máxima na parte BC;

f_{syt} – Tensão de cedência da armadura transversal

ρ_v – Razão entre o volume de armadura transversal e o volume de betão confinado.

Note-se que o estudo paramétrico sobre colunas mistas aço-betão que será detalhado no Capítulo 6, será elaborado para duas classes distintas de betão um denominado de classe normal, com uma tensão de cedência de 25 MPa, e um outro de maior resistência, 45 MPa.

4.2. Caracterização do Aço

As colunas que serão analisadas são formadas por perfis tubulares circulares em aço preenchidas com betão de duas classes distintas.

A lei constitutiva do aço depende essencialmente do processo de fabricação, isto é, se é laminado a quente ou enformado a frio Nardin (1999), conforme se pode comprovar nos diagramas de tensões representados a seguir (na Figura 4.5, a lei constitutiva dos aços laminados a quente; na Figura 4.6, a dos enformados a frio).

Estes diagramas de tensão-deformação resultam de inúmeros ensaios realizados ao longo dos tempos – nomeadamente os ensaios de tracção, resiliência, fadiga e residuais – e encontram-se detalhados na legislação da especialidade (Eurocódigo 3 (2003)). Existem três classes de aço: S235, S275 e o S355; esta classificação é, de igual modo que para o betão, em função da tensão de cedência do aço.

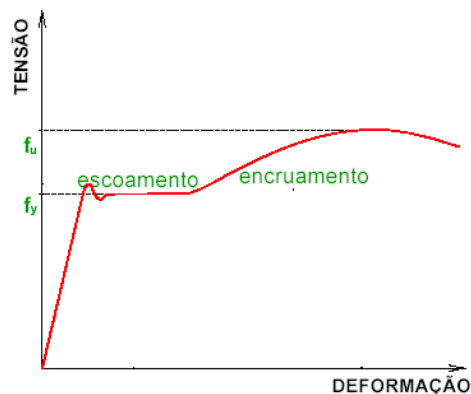


Figura 4.5: Diagrama de tensões – deformações, de perfis laminados a quente, adaptado de Nardin (1999)

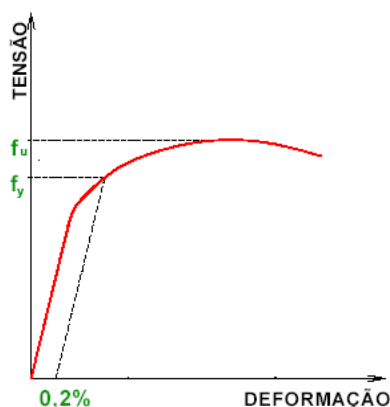


Figura 4.6: Diagrama de tensões – deformações, de perfis enformados a frio, adaptado de Nardin (1999)

A legislação impõe, em termos de dimensionamento, que se devem considerar os seguintes valores de cálculo das propriedades dos materiais:

<i>Módulo de Elasticidade</i>	$E=$	210 000	N/mm^2
<i>Módulo de Distorção</i>	$G=$	$E/(2 + (1 + \nu))$	N/mm^2
<i>Coeficiente de Poisson</i>	$\nu=$	0,3	
<i>Coeficiente de Dilatação Térmica Linear</i>	$\alpha=$	12×10^{-6}	$/^{\circ}C$
<i>Massa Volúmica</i>	$\rho=$	7850	Kg/m^3

4.3. Caracterização das Colunas em Aço

Neste parágrafo pretende-se caracterizar as imperfeições geométricas que foram estudadas (quer nas colunas só em aço, quer nas colunas aço-betão).

As imperfeições geométricas abordadas primordialmente foram: a deformação inicial e a excentricidade de carga.

Com a finalidade de elaborar um estudo comparativo do desempenho e da capacidade axial resistente de colunas tubulares em aço e em aço-betão, os parâmetros das referidas imperfeições serão determinados para as colunas em aço e aplicados às duas famílias de colunas.

4.3.1. Deformações iniciais

A deformada inicial foi determinada segunda uma lei de senos, matematicamente expressa por;

$$\delta_0(x) = \delta_0 \cdot \sin\left(\frac{\pi \cdot x}{L}\right) \quad (4.6)$$

Para as colunas perfeitas, arbitrou-se para o cálculo da perturbação inicial, δ_0 , igual a $L/10000$. Embora esta perturbação venha contradizer o conceito de coluna perfeita, a sua existência é fundamental para que haja convergência do processo iterativo na determinação da carga crítica, associada quer à utilização do software TBCOL (1983) quer do MIDAS/Civil (2005).

No respeitante às colunas imperfeitas, a fim de determinar a perturbação inicial tomou-se δ_0 igual ao valor da amplitude máxima de deformação $e_{0,d}$ preconizada pelo Eurocódigo 3 (2003). Este valor é apresentado na Tabela 4.1, para várias curvas de encurvadura e consoante o tipo de análise estrutural.

Tabela 4.1: Valores das Curvas de Encurvadura inicial

Curva de Encurvadura	Análise Plástica $e_{0,d}/L$	Análise Elástica $e_{0,d}/L$
a0	1/300	1/350
a	1/250	1/300
b	1/200	1/250
c	1/150	1/200
d	1/100	1/150

A visualização das cinco curvas de encurvaduras, mencionadas na Tabela 4.1, será posteriormente apresentada no Capítulo 6, dedicado ao estudo paramétrico.

4.3.2. Excentricidades de carga

No decorrer da pesquisa bibliográfica efectuada (Alvarez *et al.*, 2005) a fim de elaborar o presente trabalho, deparou-se que as excentricidades de carga normalmente

estudadas são: $e = i/10$, $e = i/20$, $e = i/40$; sendo i o raio de giração da secção da coluna. Assim, foram estes os valores de excentricidade utilizados, no estudo computacional que será elaborado.

5 ENSAIOS EXPERIMENTAIS DAS COLUNAS MISTAS

5.1 Introdução

Neste capítulo pretende-se descrever as linhas gerais dos ensaios experimentais de colunas mistas aço-betão realizados no LABEST da FEUP.

Os referidos ensaios tinham por objecto determinar a curva (ou valores dos parâmetros) carga-deformação das colunas, segundo dois planos ortogonais (plano xx e plano yy) que traduz a trajectória das colunas no plano de carga. Consoante desempenho for elástico ou elasto-plástico, o valor máximo desta carga é a capacidade resistente da coluna considerada.

5.2 Procedimento

5.2.1 Caracterização das colunas ensaiadas

Ensaaiaram-se um total de catorze colunas tubulares mista (Figuras 5.1 e 5.2), betão encamisado com tubo circular em aço. Estas foram subdivididas em três grupos, em função da sua altura, e em três subgrupos, em função do material que as constituía. Assim eram: seis colunas com 1,80 metros de altura, duas eram constituídas com betão tipo 1 e quatro por betão tipo 2; cinco colunas com 1,70 metros de altura, duas com betão tipo 1 e três com betão tipo 2, e três de 1,60 metros de altura; uma com betão tipo 1 e duas com betão tipo 2. O tubo em aço que constituía as colunas era de classe de resistência S235.



Figura.5.1: As colunas antes dos ensaios



Figura.5.2: As colunas depois dos ensaios

Apresenta-se na Tabela 5.1 a caracterização das colunas ensaiadas.

Tabela 5.1: Caracterização das colunas ensaiadas

Ref.	Altura	Diâmetro	Espessura	Aço	Betão	
	mm	mm	mm		TIPO 1	TIPO 2
C.1.1.1	1800	90	2	X	X	
C.1.1.2	1800	90	2	X	X	
C.1.2.1	1800	90	2	X		X
C.1.2.2	1800	90	2	X		X
C.1.2.3	1800	90	2	X		X
C.1.2.4	1800	90	2	X		X
C.2.1.1	1700	90	2	X	X	
C.2.1.2	1700	90	2	X	X	
C.2.2.1	1700	90	2	X		X
C.2.2.2	1700	90	2	X		X
C.2.2.3	1700	90	2	X		X
C.3.1.1	1600	90	2	X	X	
C.3.2.1	1600	90	2	X		X
C.3.2.2	1600	90	2	X		X



Figura.5.3: Betonagem das colunas



Figura.5.4: Betonagem dos provetes

Na Tabela 5.1 mencionam-se dois betões distintos, o de tipo 1 e o de tipo 2; em que o de tipo 1 apresenta uma resistência à compressão ($f_{cm,cil}$) de 56,09 MPa e um módulo de elasticidade ($E_{cm,cil}$) de 34,08 GPa e o de tipo 2 apresenta uma resistência à compressão ($f_{cm,cil}$) de 55,43 MPa e um módulo de elasticidade ($E_{cm,cil}$) de 34,72 GPa.



Figura.5.5: Máquina de compressão universal



Figura.5.6: Provede ensaiado

Os valores mencionados foram obtidos do ensaio à compressão dos provetes realizados no dia da betonagem. Estes resultados apresentam-se em anexo e foram tratados

em conformidade com o estipulado quer pelo Eurocódigo 2 (2003) quer pela Norma Portuguesa NP EN 206-1 (2007).

5.2.2 Descrição de ensaio

Os ensaios basearam-se em submeter colunas bi-articuladas a esforços de compressão com controlo de deformações.

Sucintamente, o *layout* de ensaio consistiu em colocar as colunas num pórtico resistente (Figura 5.7) em que a viga inferior é uma superfície reactiva, onde na sua extremidade superior se encontrava um actuador hidráulico, com a capacidade máxima de 1000 kN, conforme apresentado na Figura 5.8. A articulação dos apoios foi garantida; na parte superior pela rótula universal constituinte do actuador e na parte inferior fabricou-se um apoio formado por uma semi-esfera fixa a uma placa que encaixa no colar que recebe a coluna, como apresentado nas Figuras 5.9 e 5.10.

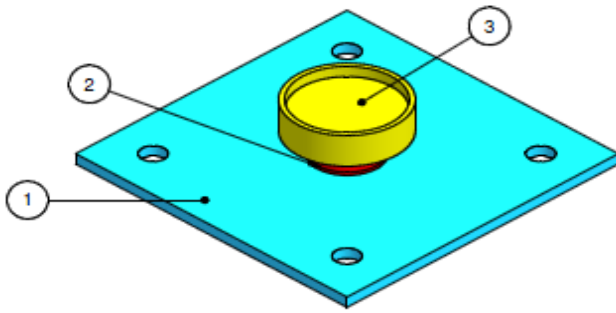


Figura.5.7: Pórtico resistente



Figura.5.8: Actuador – apoio Superior

No decorrer dos ensaios foi determinada a curva carga-deformação inicial, segundo dois planos ortogonais; plano xx e plano yy. Para tal foi colocado um LVDT no plano xx e um outro LVDT no plano yy.



Legenda:

- 1- Placa de ligação do apoio inferior ao preto inferior da máquina universal de compressão
- 2- Parte macho da rótula inferior (semi-esfera fixa)
- 3- Parte fêmea da rótula inferior (superfície côncava) com anel de inserção da parte inferior da coluna

Figura.5.9: Esquema do apoio Inferior



Figura.5.10: Apoio inferior

5.2.3 Deformações iniciais e excentricidades de carga

As colunas apresentam, vulgarmente, um padrão de deformações originado pelo manuseamento e pelo próprio processo de fabrico que antecede a sua colocação em obra. Nos exemplares de colunas ensaiadas esse padrão de deformações foi registado previamente aos ensaios. Nas Figuras 5.11 a 5.17, expõem-se o padrão de deformações iniciais de algumas colunas, as restantes são apresentadas em anexo.

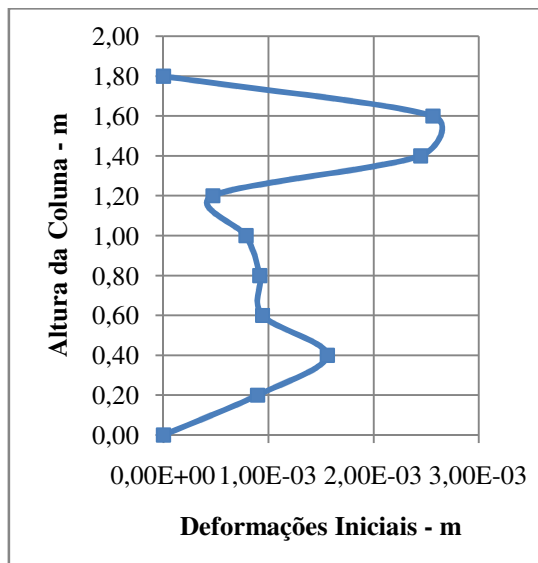


Figura.5.11: Padrão de deformações iniciais da coluna C.1.1.1

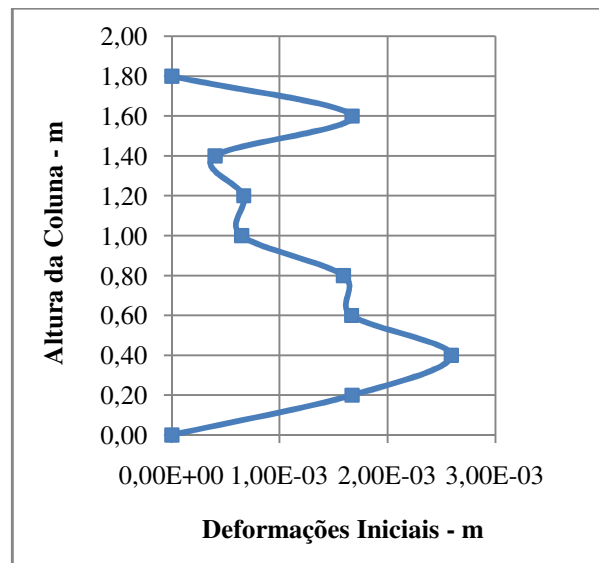


Figura.5.12: Padrão de deformações iniciais da coluna C.1.2.3

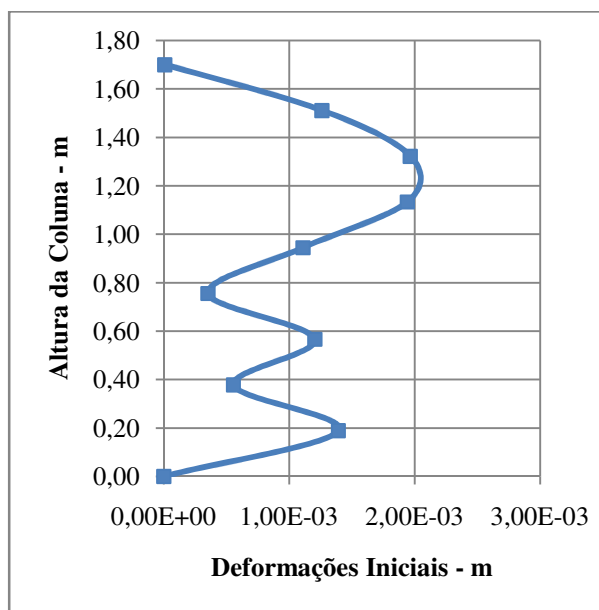


Figura.5.13: Padrão de deformações iniciais da coluna C.2.1.2

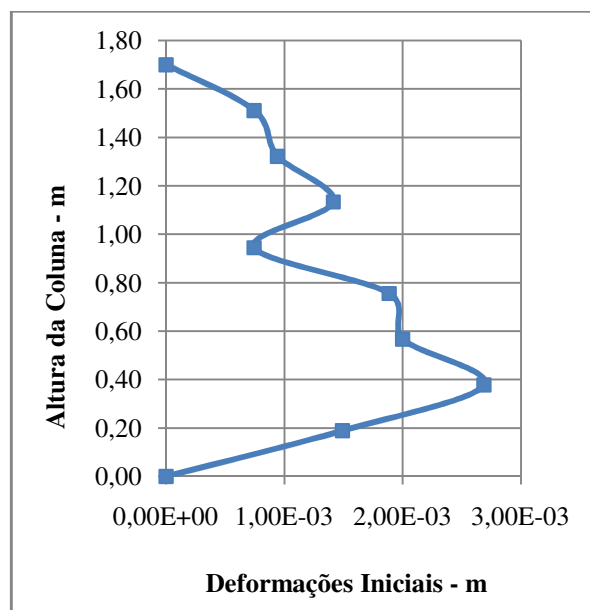


Figura.5.14: Padrão de deformações iniciais da coluna C.2.2.1

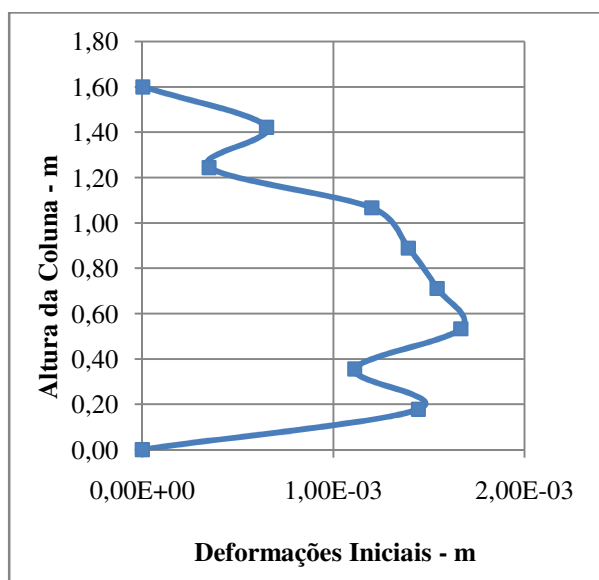


Figura.5.15: Padrão de deformações iniciais da coluna C.3.1.1

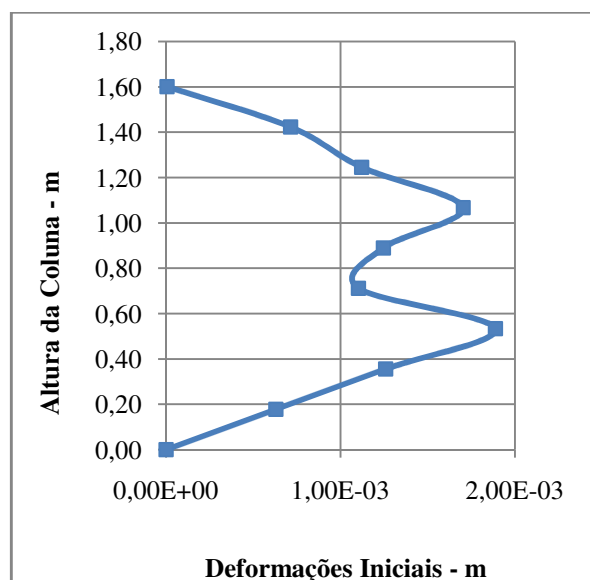


Figura.5.16: Padrão de deformações iniciais da coluna C.3.2.1

Refira-se que a configuração da deformada inicial, apresentada quer nas Figuras 5.11 a 5.16 quer no Anexo A, é obtida pela união dos pontos através de uma curva de aproximação realizada pelo EXCEL e não é o medido ou observado.

Na Figura 5.17 detalha-se fotograficamente a determinação das deformações iniciais, realizada do seguinte modo: primeiramente definiu-se, em cada uma das colunas, dois eixos ortogonais entre si; seguidamente dividiram-se as colunas em nove partes iguais (definindo-

se dez secções); posteriormente registou-se em cada uma das secções e em cada uma das direcções ortogonais o desvio existente entre as colunas e o elemento de referência (o pilar metálico cuja verticalidade foi verificada com um fio de prumo), por último determinou-se a deformada inicial do centro da secção.



Figura.5.17: Registo do padrão de deformações iniciais

Dada a dificuldade em eliminar as excentricidades de carga presentes, efectuou-se o seu levantamento aquando da colocação da coluna no pórtico de reacção, imediatamente antes de iniciar o processo de carregamento. A sua medição foi efectuada com o auxílio de um nível de bolha, com 40 cm de extensão, e régua que teve por objecto medir a diferença entre a coluna e a verticalidade do nível. Este procedimento foi efectuado segundo o plano dos xx e o plano dos yy. Nas Figuras 5.11 a 5.16 está representado para cada estação da coluna o deslocamento resultante obtido pelo Teorema de Pitágoras.

O rigor alcançado neste procedimento é aceitável, com eventual erro da ordem de grandeza dos 5mm para a coluna de maior comprimento.

Na Tabela 5.2 apresentam-se as excentricidades de carga na extremidade superior das colunas (obtidas pelo teorema de Pitágoras, a custa das medidas segundo os dois planos) e a sua orientação relativamente aos quatro quadrantes definidos pelos planos verticais em cada coluna.

Tabela 5.2: Excentricidades de carga e orientação.

Ref.	Excentricidade	Ângulo (°)
	mm	
C.1.1.1	20	79
C.1.1.2	19	19
C.1.2.1	5	0
C.1.2.2	7	15
C.1.2.3	7	316
C.1.2.4	7	0
C.2.1.1	5	65
C.2.1.2	7	253
C.2.2.1	22	64,5
C.2.2.2	15	275
C.2.2.3	10	83
C.3.1.1	20	354
C.3.2.1	20	357
C.3.2.2	10	0

5.3 Apresentação dos Resultados

Os resultados obtidos dos ensaios das catorze colunas apresentam-se em anexo; no entanto, neste parágrafo expõem-se alguns dos resultados obtidos, designadamente, dois exemplares de cada uma das alturas, um de cada tipo de betão.

Após a realização dos catorze ensaios, comprovou-se que as colunas atingem a sua capacidade resistente elasto-plástica P_{ultima} e apresentam considerável capacidade resistente pós-encurvadura. Para a carga máxima presencia-se a meio vão o deslocamento δ , apresentado na Tabela 5.3 que se segue, juntamente com a orientação do plano de encurvadura.

Tabela 5.3: Tabela resumo dos resultados experimentais obtidos.

Ref.	Deslocamento	P _{último}	Orientação da Curvatura
	$\delta(m)$	kN	
C.1.1.1	1,44E-02	209,21	1º Quadrante
C.1.1.2	8,96E-03	305,62	1º Quadrante
C.1.2.1	1,65E-02	436,52	Segundo XX
C.1.2.2	1,24E-02	345,61	1º Quadrante
C.1.2.3	8,59E-03	259,05	4º Quadrante
C.1.2.4	8,81E-03	250,52	Segundo XX
C.2.1.1	4,34E-03	313,86	1º Quadrante
C.2.1.2	4,00E-03	338,56	3º Quadrante
C.2.2.1	1,77E-02	271,13	1º Quadrante
C.2.2.2	1,54E-02	280,92	4º Quadrante
C.2.2.3	1,31E-02	201,88	1º Quadrante
C.3.1.1	1,21E-02	218,74	4º Quadrante
C.3.2.1	8,50E-03	265,69	4º Quadrante
C.3.2.2	7,34E-03	322,17	Segundo XX

Para cada uma das colunas determinou-se o diagrama carga-deslocamento e a trajectória da secção média.

Inicialmente procurou-se levar as colunas, na fase de pós-encurvadura, a uma capacidade de carga correspondente a 80% da carga última verificada; este valor foi julgado suficiente quer por condições de segurança sobre a execução do ensaio, quer para a caracterização de deformações e ductilidades das colunas nesta fase. Contudo esse valor da carga de pós-encurvadura (e o correspondente estado de deformação) não foi atingido (por decisão da operadora, caso a caso) para as colunas onde se observava grande inclinação e deformação que poderia pôr em risco a segurança das pessoas e dos equipamentos.

O facto de colunas do mesmo aço e comprimento terem cargas últimas distintas deve-se quer aos diferentes padrões de deformações iniciais quer a diferentes excentricidades de aplicação da carga na excentricidade superior. Outra possível causa de distinção de cargas prende-se com diferentes graus de confinamento e de existência de vazios durante o enchimento das colunas.

A comparação das colunas C.1.2.4, C.2.2.3 e C3.2.2 permite concluir que menor comprimento e mesma excentricidade têm maior capacidade resistente. No entanto, as

colunas C.1.2.4 e C.2.2.3 apesar da última ser de menor comprimento apresenta maior capacidade resistente indicando que o efeito da excentricidade comanda nesta coluna a capacidade resistente.

Nas Figuras 5.18 a 5.29 apresenta-se, para os exemplares anteriormente mencionados, o diagrama de carga-deslocamento obtido no ensaio e a respectiva trajectória da secção a meia altura durante o processo de carregamento.

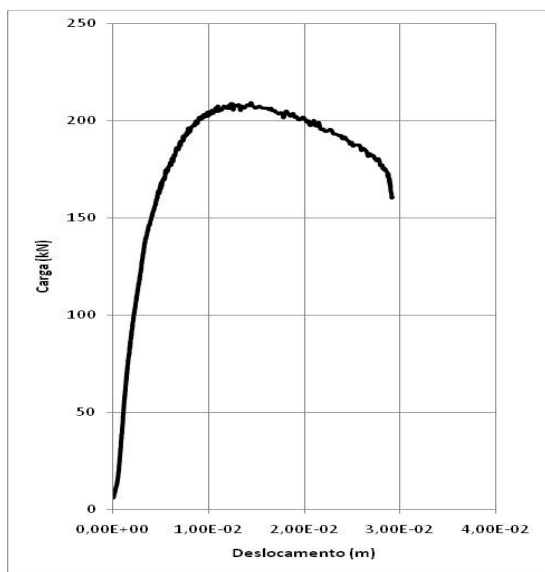


Figura.5.18: Diagrama carga-deslocamento da coluna C.1.1.1

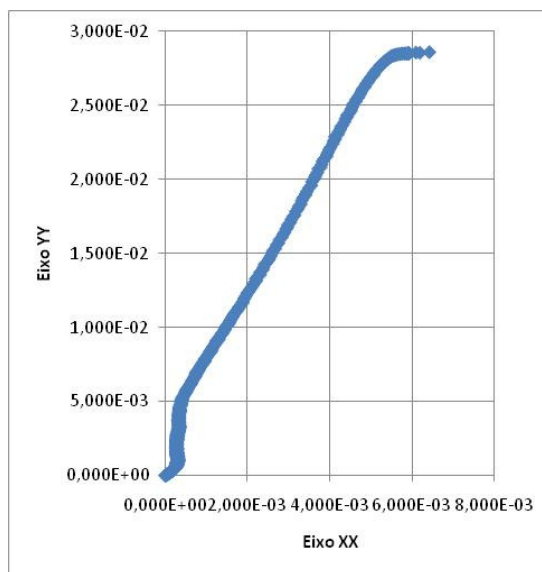


Figura.5.19: Trajectórias da secção a meia altura da coluna C.1.1.1

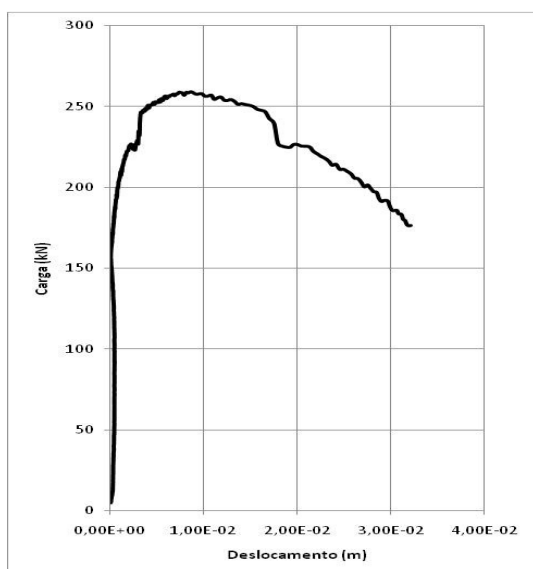


Figura.5.20: Diagrama carga-deslocamento da coluna C.1.2.3

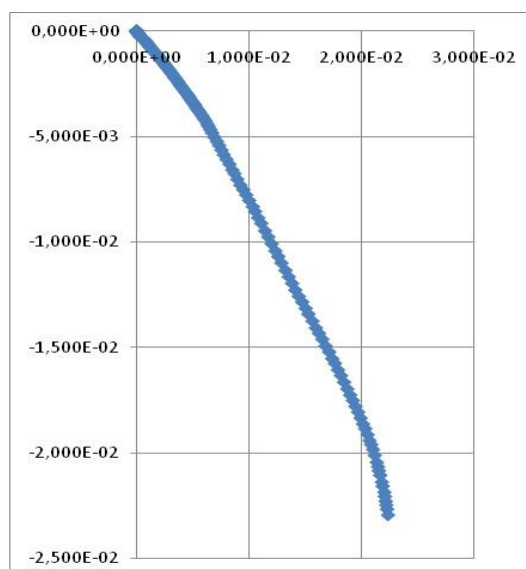


Figura.5.21: Trajectórias da secção a meia altura da coluna C.1.2.3

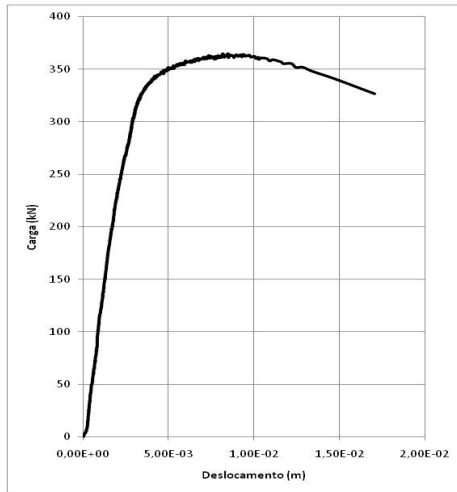


Figura.5.22: Diagrama carga-deslocamento da coluna C.2.1.2

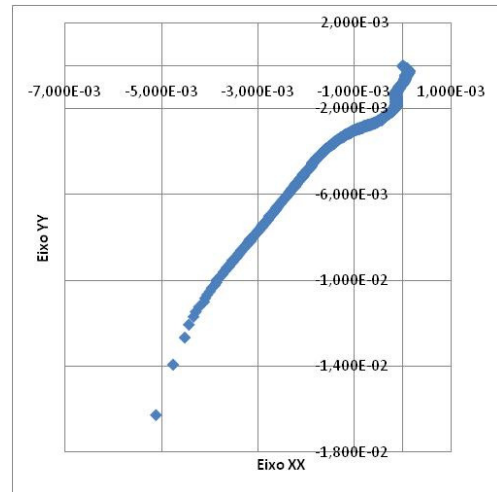


Figura.5.23: Trajectórias da secção a meio altura da coluna C.2.1.2

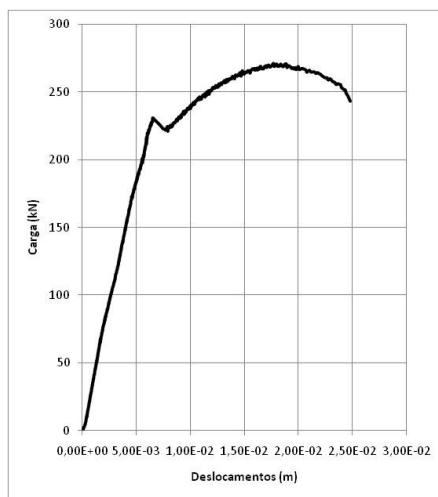


Figura.5.24: Diagrama carga-deslocamento da coluna C.2.2.1

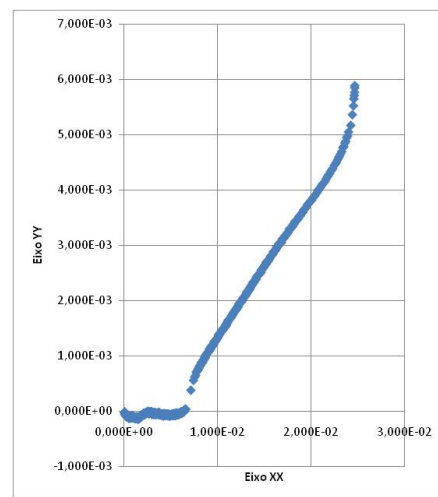


Figura.5.25: Trajectórias da secção a meio altura da coluna C.2.2.1

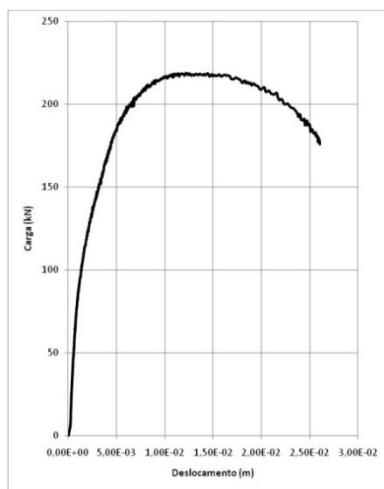


Figura.5.26: Diagrama carga-deslocamento da coluna C.3.1.1

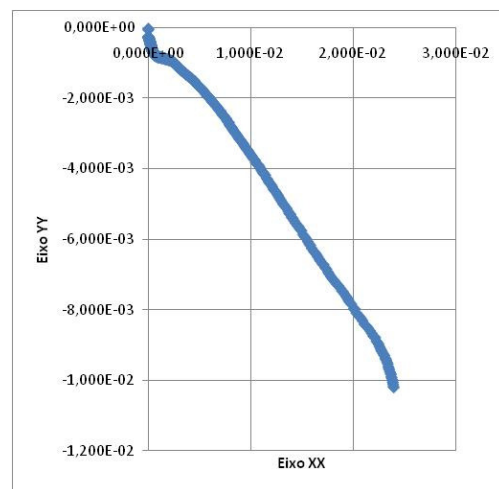


Figura.5.27: Trajectórias da secção a meio altura da coluna C.3.1.1

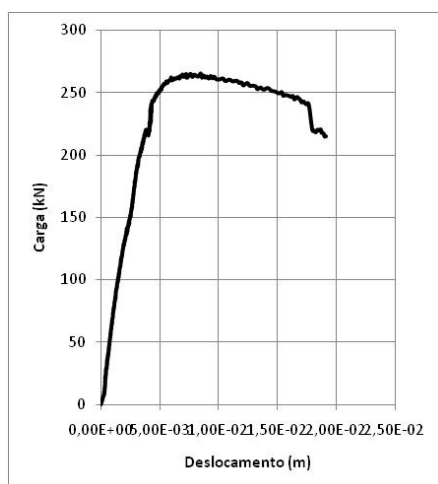


Figura.5.28: Diagrama carga-deslocamento da coluna C.3.2.1

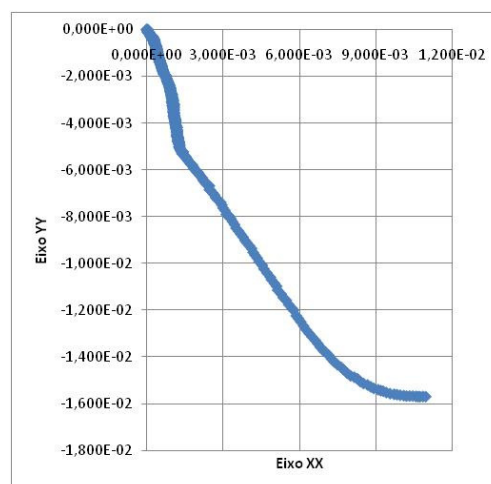


Figura.5.29: Trajectórias da secção a meio altura da coluna C.3.2.1

5.4 Tratamento e Discussão dos Resultados

5.4.1 Curvas dos ensaios confrontadas com as curvas teóricas

As curvas carga-deslocamento obtidas nos ensaios foram confrontados com as curvas teóricas da análise elástica não linear geométrica (AENL) de colunas mistas de aço preenchido com betão, com e sem confinamento, e as curvas teóricas das suas colunas homólogas em aço, obtidas com auxílio do software MIDAS/CIVIL (2005), apresentados nas Figuras 5.30 a 5.35. Note-se que as curvas das restantes colunas ensaiadas são apresentadas no Anexo A.

Refira-se que, no cálculo das curvas teóricas foram consideradas, quer o padrão de deformações iniciais quer a excentricidade de carga, bem como as mesmas características geométricas e materiais das colunas ensaiadas.

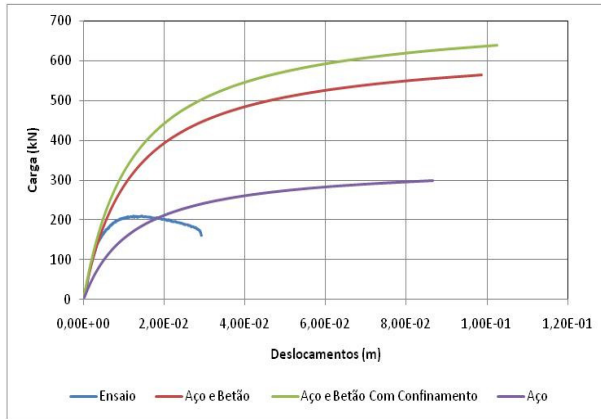


Figura.5.30: Curvas de Carga-Deslocamento da seção média, da Coluna **C.1.1.1**: Coluna de Aço sob Análise não Linear Geométrica (AENL), Coluna Aço e Betão (Não-confinado e Confinado) sob AENL e Coluna Ensaçada Aço e Betão

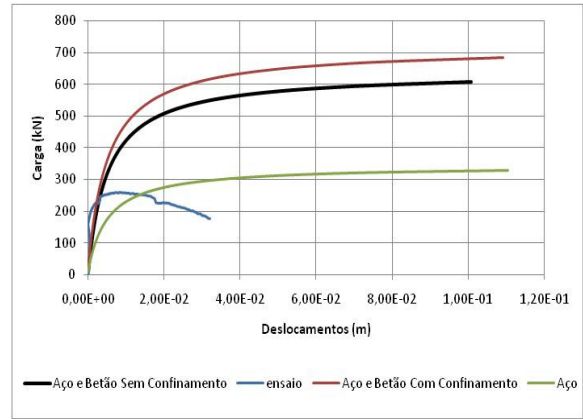


Figura.5.31: Curvas de Carga-Deslocamento da seção média, da Coluna **C.1.2.3**: Coluna de Aço sob Análise não Linear Geométrica (AENL), Coluna Aço e Betão (Não-confinado e Confinado) sob AENL e Coluna Ensaçada Aço e Betão

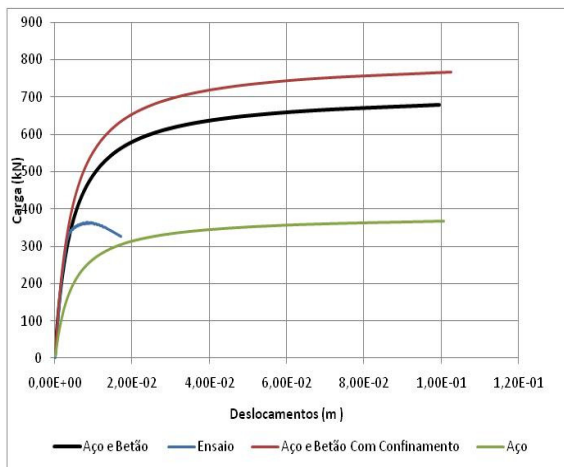


Figura.5.32: Curvas de Carga-Deslocamento da seção média, da Coluna **C.2.1.2**: Coluna de Aço sob Análise não Linear Geométrica (AENL), Coluna Aço e Betão (Não-confinado e Confinado) sob AENL e Coluna Ensaçada Aço e Betão

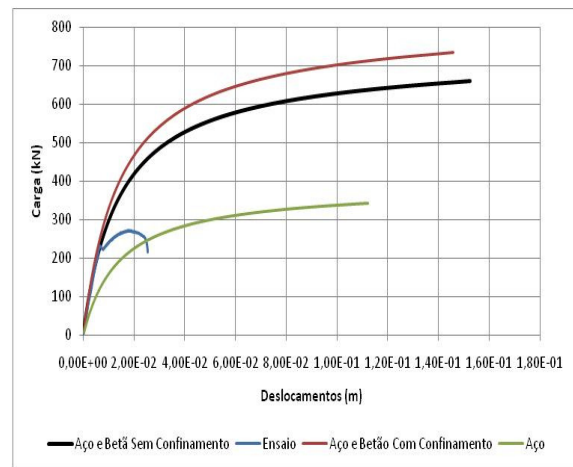


Figura.5.33: Curvas de Carga-Deslocamento da seção média, da Coluna **C.2.2.1**: Coluna de Aço sob Análise não Linear Geométrica (AENL), Coluna Aço e Betão (Não-confinado e Confinado) sob AENL e Coluna Ensaçada Aço e Betão

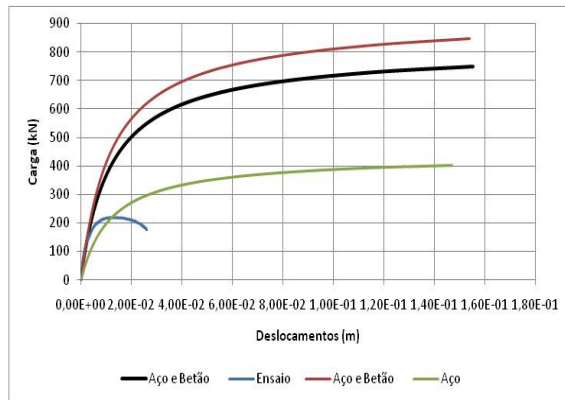


Figura.5.34: Curvas de Carga-Deslocamento da seção média, da Coluna C.3.1.1: Coluna de Aço sob Análise não Linear Geométrica (AENL), Coluna Aço e Betão (Não-confinado e Confinado) sob AENL e Coluna Ensaída Aço e Betão

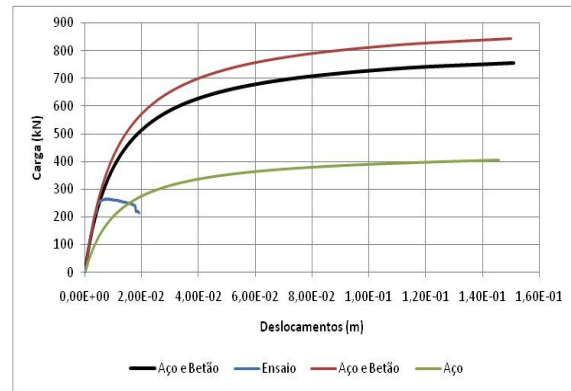


Figura.5.35: Curvas de Carga-Deslocamento da seção média, da Coluna C.3.2.1: Coluna de Aço sob Análise não Linear Geométrica (AENL), Coluna Aço e Betão (Não-confinado e Confinado) sob AENL e Coluna Ensaída Aço e Betão

Analisando os diagramas apresentados, bem como os restantes em anexo, pode-se observar que o arranque do diagrama de carga das colunas ensaiadas coincide, na fase inicial, com o diagrama da análise elástica não linear geométrica sem confinamento material. Isto deve-se ao facto de no início do carregamento as tensões de confinamento terem uma influência reduzida.

A análise elástica não linear geométrica mostra, como seria de esperar, que as colunas mistas têm maior capacidade de carga e melhor desempenho que as suas homólogas em aço. Este comportamento é mais evidente quando se esta na presença de fenómenos de confinamento.

As Figuras 5.30 a 5.35 mostram que a curva de ensaio (curva da coluna real) localiza-se abaixo da curva da análise não linear geométrica da coluna mista com ausência do efeito de confinamento, e acima da curva da análise não linear geométrica da curva de aço (em determinadas situações a curva de ensaio intercepta-a na pós-encurvadura). Com isto, pode-se verificar que o betão, do núcleo das colunas ensaiadas, não sofreu fenómenos de confinamento, ou eram reduzidos, o que não seria de esperar.

A ausência ou reduzido efeito de confinamento pode ser explicado quer pela deficiente vibração do betão de enchimento aquando da betonagem – visto a secção

transversal da colunas ser pequena e não permitir a utilização de vibrador (recorrendo portanto a metodologias de vibração mais rudimentares) – quer pela presença inertes de grande dimensão. Caso seja utilizado um betão com um inerte de dimensão mais reduzida, como por exemplo o betão utilizado em estacas, seria de esperar que o efeito do confinamento fosse consideravelmente mais visível.

Apresenta-se nas Tabelas 5.4 a 5.6 a síntese e os ganhos das cargas últimas e correspondente deformação a meia altura, deformações e rigidez secante, respectivamente para a carga última. Note-se que as deformações apresentadas, quer nas tabelas que se seguem quer em todas as curvas apresentadas ao longo desta dissertação, são medidas no centro de gravidade da secção a meio altura da coluna em causa.

Refira-se que nas tabelas que são apresentadas, daqui em diante, existem valores em falta para certas colunas; isto ocorre para aquelas colunas em que por razões de segurança já apontadas, foi decidido razoavelmente (pela responsável operacional de equipamentos do LABEST) finalizar o ensaio antes de alcançar a carga de pós-encurvadura de cerca de 80% da carga última.

Para a carga última de carregamento, o ganho de capacidade resistente das colunas mistas aço-betão em relação as colunas em aço, na presença de fenómenos de confinamento, situa-se entre [108,47%, 113,33%] para as colunas com 1,80 m de altura, entre [108,89%, 303,50%] para as colunas com 1,70 m de altura e entre [108,00%, 110,28%] para as colunas de 1,60m de altura quando comparadas com as colunas de aço.

No entanto, se o núcleo de betão não sofrer fenómenos de confinamento, o ganho de capacidade resistente das colunas mistas aço-betão em relação às em aço, situa-se entre [84,73%, 88,00%] para as colunas com 1,80 m de altura, entre [84,70%, 259,91%] para as colunas com 1,70 m de altura e entre [82,84%, 86,08%] para as colunas de 1,60m de altura, quando comparadas com as colunas de aço.

Na comparação dos resultados apresentados nas Tabelas 5.4 a 5.6 evidencia a importância do confinamento, este é tanto mais importante quanto mais esbelta for a coluna.

Como se pode observar, o efeito de confinamento provoca um aumento substancial na capacidade da coluna, quantificando esse ganho entre [11,87%, 13,48%] para as colunas com 1,80 m de altura, entre [11,04%, 13,10%] para as colunas com 1,70 m de altura e entre

[12,00%, 14,38%] para as colunas de 1,60m de altura quando comparadas com as colunas mistas com o núcleo não confinado.

Tabela 5.4: Carga última e correspondente deformação a meia altura.

Referencias	Carga Última na AENL (Tubo em aço)	Carga Última na AENL (Tubo em aço com núcleo com betão confinado)	Carga Última na AENL (Tubo em aço com núcleo com betão não confinado)	Carga Última dos Ensaios Experimentais (Tubo em aço com núcleo de betão)	δ na Carga Última AENL (tubo em aço)	δ Carga Última na AENL (Tubo em aço com núcleo com betão confinado)	δ Carga Última na AENL (Tubo em aço com núcleo com betão não confinado)	δ na Carga Última dos Ensaios Experimentais
	(kN)	(kN)	(kN)	(kN)	(m)	(m)	(m)	(m)
C.1.1.1	300	640	564	209,21	8,67E-02	1,02E-01	9,86E-02	1,44E-02
C.1.1.2	327,5	683,7	605	305,62	1,02E-01	1,05E-01	1,04E-01	8,96E-03
C.1.2.1	330,5	689	615,9	436,52	8,26E-02	8,29E-02	8,53E-02	1,65E-02
C.1.2.2	322,5	672,5	598	345,61	5,80E-02	5,94E-02	5,47E-02	1,24E-02
C.1.2.3	327,5	683,2	608	259,05	1,11E-01	1,09E-01	1,01E-01	8,59E-03
C.1.2.4	330,13	689,65	615,9	250,52	8,68E-02	9,35E-02	9,19E-02	8,81E-03
C.2.1.1	346	724,5	648,5	313,86	6,09E-02	6,29E-02	7,18E-02	4,34E-03
C.2.1.2	367,54	767,77	678,85	364,84	1,01E-01	1,03E-01	9,95E-02	8,17E-03
C.2.2.1	342,2	735	660	271,13	1,12E-01	1,46E-01	1,53E-01	1,77E-02
C.2.2.2	342,5	746,75	672,5	280,92	9,40E-02	1,39E-01	1,51E-01	1,54E-02
C.2.2.3	183,1	738,8	659	201,88	6,76E-02	6,81E-02	6,67E-02	1,31E-02
C.3.1.1	402,8	847	749,55	218,74	1,47E-01	1,54E-01	1,55E-01	1,21E-02
C.3.2.1	406	844,5	754	265,69	1,46E-01	1,50E-01	1,51E-01	8,50E-03
C.3.2.2	418,5	875,2	765,2	322,17	7,32E-02	8,00E-02	7,65E-02	7,34E-03

Tabela 5.5: Rigidez secante e correspondente deformação a meia – altura

Referencias	Carga Última - AENL (Aço) no δ (carga última de ensaio)	Carga Última - AENL (Betão Confinado Encamisado com Aço) no δ (carga última de ensaio)	Carga Última - AENL (Betão não Confinado Encamisado com Aço) no δ (carga última de ensaio)	Rigidez Secante Limite - Ensaio	Rigidez Secante Limite - AENL (Aço)	Rigidez Secante Limite - AENL (Betão confinado Encamisado com Aço)	Rigidez Secante Limite - AENL (Betão não confinado Encamisado com Aço)
	(kN)	(kN)	(kN)	kN/m	kN/m	kN/m	kN/m
C.1.1.1	186,00	386,59	342,21	1,45E+04	1,29E+04	2,68E+04	2,38E+04
C.1.1.2	224,65	466,75	413,18	3,41E+04	2,51E+04	5,21E+04	4,61E+04
C.1.2.1	291,89	607,48	542,86	2,64E+04	1,76E+04	3,67E+04	3,28E+04
C.1.2.2	266,98	554,89	495,83	2,79E+04	2,16E+04	4,48E+04	4,01E+04
C.1.2.3	216,15	449,04	401,28	3,01E+04	2,52E+04	5,23E+04	4,67E+04
C.1.2.4	252,49	524,54	468,74	2,84E+04	2,87E+04	5,96E+04	5,32E+04
C.2.1.1	157,53	327,85	290,20	7,23E+04	3,63E+04	7,55E+04	6,69E+04
C.2.1.2	183,77	381,87	338,05	8,47E+04	4,60E+04	9,55E+04	8,45E+04
C.2.2.1	213,50	443,28	396,00	1,53E+04	1,21E+04	2,50E+04	2,24E+04
C.2.2.2	217,33	470,95	420,70	1,82E+04	1,41E+04	3,06E+04	2,73E+04
C.2.2.3	139,74	561,49	502,10	1,54E+04	1,07E+04	4,29E+04	3,83E+04
C.3.1.1	219,71	456,63	404,24	1,80E+04	1,81E+04	3,76E+04	3,33E+04
C.3.2.1	185,73	384,00	343,20	3,13E+04	2,19E+04	4,52E+04	4,04E+04
C.3.2.2	328,52	681,20	596,17	4,39E+04	4,47E+04	9,28E+04	8,12E+04

Tabela 5.6: Ganhos entre as diversas colunas a meia – altura

Referencias	Ganho da Coluna Mista Teórica sobre a Coluna Mista de Ensaio	Ganho da Coluna Mista (Aço e betão confinado) sobre a coluna de aço	Ganho da Coluna Mista (Aço e betão não confinado) sobre a coluna de aço	Ganho da Coluna Aço e Betão Confinado sobre a Coluna Aço e Betão Não Confinado	Ganho de Ductilidade da Coluna Mista (Aço e betão confinado) sobre a coluna de aço	Ganho de Ductilidade da Coluna Mista (Aço e betão não confinado) sobre a coluna de aço	Ganho de Ductilidade da Coluna Aço e Betão Confinado sobre a Coluna Aço e Betão Não Confinado
	(%)	(%)	(%)	(%)	(%)	(%)	(%)
C.1.1.1	169,59%	113,33%	88,00%	13,48%	17,65%	13,73%	3,45%
C.1.1.2	97,96%	108,76%	84,73%	13,01%	2,94%	1,96%	0,96%
C.1.2.1	41,09%	108,47%	86,35%	11,87%	0,32%	3,28%	-2,87%
C.1.2.2	73,03%	108,53%	85,43%	12,46%	2,39%	-5,64%	8,52%
C.1.2.3	134,70%	108,61%	85,65%	12,37%	-1,26%	-8,86%	8,34%
C.1.2.4	145,85%	108,90%	86,56%	11,97%	7,74%	5,95%	1,69%
C.2.1.1	106,62%	109,39%	87,43%	11,72%	3,37%	18,00%	-12,40%
C.2.1.2	86,07%	108,89%	84,70%	13,10%	1,88%	-1,24%	3,16%
C.2.2.1	143,43%	114,79%	92,87%	11,36%	29,99%	36,05%	-4,46%
C.2.2.2	139,39%	118,03%	96,35%	11,04%	47,80%	60,59%	-7,97%
C.2.2.3	226,43%	303,50%	259,91%	12,11%	0,79%	-1,38%	2,19%
C.3.1.1	242,67%	110,28%	86,08%	13,00%	4,77%	5,74%	-0,91%
C.3.2.1	183,79%	108,00%	85,71%	12,00%	2,97%	3,58%	-0,59%
C.3.2.2	137,51%	109,13%	82,84%	14,38%	9,28%	4,59%	4,49%

A rigidez secante limite de colunas mistas, com núcleo em betão confinado, tem um ganho que se situa entre $[-1,26\%, 17,65\%]$ para as colunas com 1,80 m de altura, entre $[0,79\%, 47,80\%]$ para as colunas com 1,70 m de altura e entre $[2,97\%, 9,28\%]$ para as colunas de 1,60m de altura quando comparadas com as colunas de aço.

A rigidez secante limite de colunas mistas, com núcleo em betão não confinado, tem um ganho que se situa entre $[-8,86\%, 13,73\%]$ para as colunas com 1,80 m de altura, entre $[-1,38\%, 60,59\%]$ para as colunas com 1,70 m de altura e entre $[3,58\%, 5,74\%]$ para as colunas de 1,60m de altura quando comparadas com as colunas em aço.

A rigidez secante limite de colunas mistas, com núcleo em betão confinado, tem um ganho situa-se entre $[-2,78\%, 8,52\%]$ para as colunas com 1,80 m de altura, entre $[-12,40\%, 3,16\%]$ para as colunas com 1,70 m de altura e entre $[-0,91\%, 4,49\%]$ para as colunas de 1,60m de altura quando comparadas com as colunas mistas, com núcleo em betão não confinado.

Estas ilações foram formuladas através dos resultados obtidos de uma análise elástica não linear geométrica realizada com auxílio do software MIDAS/CIVIL (2005).

Efectuando um estudo dos valores da rigidez tangente das colunas para 90% da carga última obtêm-se os resultados apresentados na Tabela 5.7, tanto no tramo para a pré-encurvadura como para a pós-encurvadura.

Observando a Tabela 5.7 depara-se com o facto de não constarem nela a totalidade das colunas ensaiadas; isto deve-se, conforme anteriormente referido, ao facto de alguns exemplares não terem alcançado este nível de carga na fase de pós-encurvadura. Para essas colunas realizou-se o mesmo estudo, mas para um patamar de carga correspondente a 95% da carga última (o que de facto para elas foi possível observar) os quais são apresentados na Tabela 5.8.

Analisando as Tabelas 5.7 e 5.8 verifica-se, como seria de esperar, que a rigidez ascendente, pré-encurvadura, é positiva e a rigidez descendente, pós-encurvadura, é negativa.

Observando-se a Tabela 5.7, verifica-se que têm uma razão entre a rigidez tangente pós-encurvadura, em módulo, e a rigidez tangente pré-encurvadura compreendida entre $[0,02; 0,44]$ para as colunas de 1,80 de altura, $[0,06, 5,75]$ para as colunas de 1,70 de altura e por ultimo $[0,36, 1,08]$ para as colunas de 1,60 de altura.

Tabela 5.7: Apresentação do estudo das rigidezes tangentes a 90% da carga última

Referencias	Carga Última dos Ensaio Experimentais (Tubo em aço com núcleo de betão)	δ na Carga Última dos Ensaio Experimentais	90% da carga última dos Ensaio	δ a 90% da carga última dos Ensaio (Pré-Encurvadura)	Rigidez tangente a 90% da Carga Última (Pré-Encurvadura)	δ a 90% da carga última dos Ensaio (Pós-Encurvadura)	Rigidez tangente a 90% da Carga Última (Pós-Encurvadura)	Razão de rigidezes (Pós vs Pré) a 90% da carga	Aumento de deformabilidade em Pós-Encurvadura (deformação à carga vs deformação à carga última) para 90% da carga
	(kN)	(m)	(kN)	(m)	kN/m	(m)	kN/m		
C.1.1.1	209,21	1,44E-02	188,29	6,97E-03	1,24E+04	2,50E-02	-3,35E+03	0,27	73,79%
C.1.1.2	305,62	8,96E-03	275,06	3,78E-03	6,02E+04	1,94E-02	-7,87E+03	0,13	116,00%
C.1.2.1	436,52	1,65E-02	392,87	7,30E-03	1,09E+04	3,03E-02	-4,60E+03	0,42	83,32%
C.1.2.2	345,61	1,24E-02	311,05	6,72E-03	2,13E+04	2,31E-02	-9,33E+03	0,44	86,35%
C.1.2.3	259,05	8,59E-03	233,15	3,10E-03	1,67E+04	1,77E-02	-2,91E+03	0,17	105,83%
C.1.2.4	250,52	8,81E-03	225,47	3,14E-03	4,82E+04	1,66E-02	-7,72E+02	0,02	88,75%
C.2.1.1	313,86	4,34E-03	282,47	3,11E-03	9,57E+04	1,84E-02	-5,41E+03	0,06	323,53%
C.2.2.1	271,13	1,77E-02	244,02	1,06E-02	8,09E+03	2,48E-02	-4,65E+04	5,75	39,91%
C.3.1.1	218,74	1,21E-02	196,87	6,12E-03	1,55E+04	2,34E-02	-7,97E+03	0,51	92,90%
C.3.2.1	265,69	8,50E-03	239,12	4,33E-03	4,40E+04	1,77E-02	-1,59E+04	0,36	108,07%
C.3.2.2	322,17	7,34E-03	289,95	3,04E-03	2,81E+04	1,01E-02	-3,03E+04	1,08	37,49%

Tabela 5.8: Apresentação do estudo das rigidezes tangentes a 95% da carga última

Referências	Carga Última dos Ensaios Experimentais (Tubo em aço com núcleo de betão)	δ na Carga Última dos Ensaios Experimentais	95% da carga última dos Ensaios	δ a 95% da carga última dos Ensaios (Pré-Encurvadura)	Rigidez tangente a 95% da Carga Última (Pré-Encurvadura)	δ a 95% da carga última dos Ensaios (Pós-Encurvadura)	Rigidez tangente a 90% da Carga Última (Pós-Encurvadura)	Razão de rigidezes (Pós vs Pré) a 95% da carga	Aumento de deformabilidade em Pós-Encurvadura (deformação à carga vs deformação à carga última) para 90% da carga
	(kN)	(m)	(kN)	(m)	kN/m	(m)	kN/m		
C.2.1.2	364,84	8,17E-03	346,60	346,60	4,64E-03	2,06E+04	1,37E-02	-6,02E+03	0,29
C.2.2.2	280,92	1,54E-02	266,87	266,87	1,04E-02	7,69E+03	2,17E-02	-6,02E+03	0,78
C.2.2.3	201,88	1,31E-02	191,79	191,79	7,08E-03	4,94E+03	1,92E-02	-6,02E+03	1,21

Com estes valores verifica-se que algumas colunas têm uma razão entre as duas rigidezes muito elevada, como é o caso das colunas C.2.2.1 e C.3.2.2. Isto deve-se a ter uma rigidez de pós-encurvadura elevada, consequentemente a recta tangente tem uma elevada inclinação, o que significa que a descarga destas colunas é muito mais acentuada.

Na mesma tabela observa-se que o aumento de deformabilidade em pós-encurvadura para 90% da carga é de [73,79%, 116,0%] para as colunas de 1,80 de altura, [39,91%, 323,53%] para as colunas de 1,70 de altura e por último [37,49%, 108,07%] para as colunas de 1,60 de altura.

Na Tabelas 5.8 e 5.9, apresentam-se os resultados da mesma análise para um patamar de carga correspondente a 95% da carga última. Verifica-se que têm uma razão entre a rigidez tangente pós-encurvadura, em módulo, e a rigidez tangente pré-encurvadura compreendida entre [0,29, 1,21], e o aumento de deformabilidade em pós-encurvadura está compreendido entre [40,73%, 67,58%].

5.4.2 Diagrama de Southwell

Os resultados experimentais obtidos dos ensaios às colunas, anteriormente descritos no parágrafo 5.2.2 e apresentados no paragrafo 5.3, foram extrapolados seguindo as metodologias do diagrama de Southwell, descrita anteriormente no Capítulo 3.

Nas Figuras 5.36 a 5.41 apresentam-se as curvas de ensaios e os respectivos diagramas de Southwell das colunas abordadas neste capítulo. Refira-se, mais uma vez, que os diagramas das restantes colunas encontram-se em anexo.

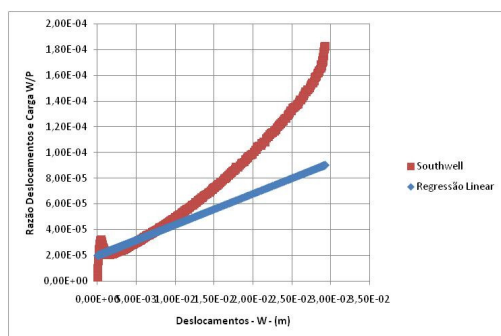


Figura.5.36: Diagrama de Southwell da coluna C.1.1.1

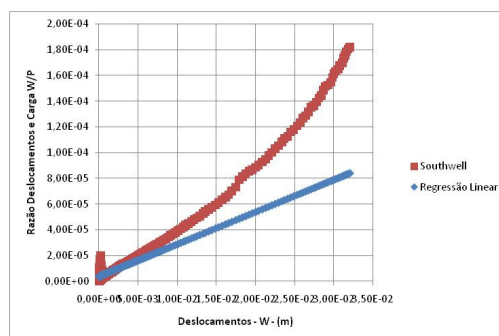


Figura.5.37: Diagrama de Southwell da coluna C.1.2.3

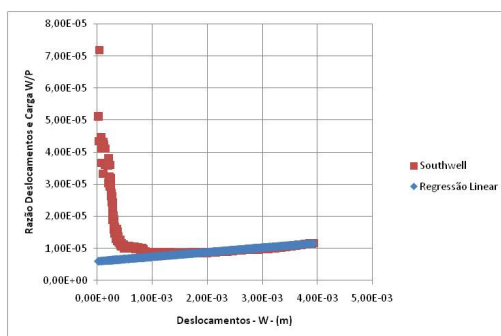


Figura.5.38: Diagrama de Southwell da coluna C.2.1.2

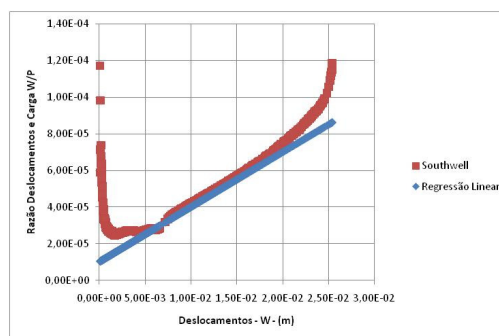


Figura.5.39: Diagrama de Southwell da coluna C.2.2.1

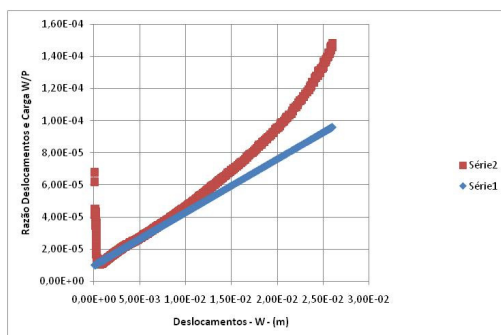


Figura.5.40: Diagrama de Southwell da coluna C.3.1.1

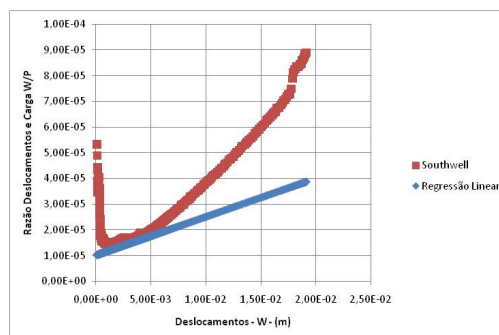


Figura.5.41: Diagrama de Southwell da coluna C.3.2.1

Na Tabela 5.9, apresentam-se os resultados da carga crítica, P_{cr} ; obtidos da metodologia de Southwell, assim como a carga crítica, P_{cr} , da análise elástica não linear geométrica, de todas as colunas ensaiadas

Da Tabela 5.9, verifica-se que os valores obtidos para a carga crítica, P_{cr} , pela metodologia de Southwell variam consideravelmente dos valores obtidos na análise elástica não linear conduzindo a erros que variam entre [-3,62% a 5,22]. Onde três das catorze colunas ensaiadas mostram erros em valor absoluto da ordem ou inferior aos 10%, seis apresentam erros em valor absoluto da ordem ou inferior aos 25% e as cinco restantes apresentam erros em valor absoluto da ordem ou superior aos 35%.

Tabela 5.9: Tabela de resultados da carga crítica, P_{cr} , obtida pelo Diagrama de Southwell

Referencias	Carga da AENL (Tubo em aço com núcleo com betão não confinado)	Carga do Diagrama de Southwell (Tubo em aço com núcleo com betão não confinado)	Erro
	(kN)	(kN)	%
C.1.1.1	564,00	416,67	-26,12%
C.1.1.2	605,00	476,19	-21,29%
C.1.2.1	615,90	476,19	-22,68%
C.1.2.2	598,00	454,55	-23,99%
C.1.2.3	608,00	400,00	-34,21%
C.1.2.4	615,90	500,00	-18,82%
C.2.1.1	648,50	625,00	-3,62%
C.2.1.2	678,85	714,29	5,22%
C.2.2.1	660,00	333,33	-49,50%
C.2.2.2	672,50	370,37	-44,93%
C.2.2.3	659,00	208,33	-68,39%
C.3.1.1	749,55	303,03	-59,57%
C.3.2.1	754,00	666,67	-11,58%
C.3.2.2	765,20	555,56	-27,40%

Estes erros devem-se ao facto da determinação do diagrama de Southwell ser muito sensível a pequenas variações w/P (deslocamento lateral/carga axial) e a quaisquer origens de

não linearidades, quer da não linearidade material (dos últimos pontos de dados), quer da não linearidade do ajuste de equipamentos de medida no início dos ensaios.

5.4.3 Cargas últimas de ensaio e teóricas

As cargas últimas obtidas nos ensaios foram confrontadas com as cargas últimas teóricas. Estas cargas foram determinadas com o auxílio da equação de interacção para colunas com tubulares circulares apresentada por Barros (2009) e desenvolvida no Capítulo 3.

Esta equação para as colunas ensaiadas fica com a seguinte configuração, para o betão da primeira betonagem:

$$\frac{P(\omega+\alpha)}{4,6} + 1.2337 \cdot \left(\frac{P}{432,52}\right)^2 = 1 \quad (5.1)$$

Para as colunas com o betão da segunda betonagem:

$$\frac{P(\omega+\alpha)}{4,6} + 1.2337 \cdot \left(\frac{P}{428,6}\right)^2 = 1 \quad (5.2)$$

Apresenta-se na Tabela 5.10 as cargas últimas estimadas através das equações de interacção mencionadas.

Refira-se que o P_p corresponde à carga de rotura plástico das colunas com padrão de deformações iniciais. O cálculo do momento plástico para a flexão pura e da carga de rotura plástica apresentados nas equações de interacção (5.1) e (5.2) foram determinados em conformidade com o estipulado pelo Eurocódigo 4 (2004).

Da Tabela 5.10 verifica-se que o valor da carga última teórica é inferior à obtida nos ensaios. Verifica-se assim que, uma das catorze colunas tem um erro absoluto menor que 10%, quatro com erro absoluto entre 10 e 20 %, seis com um erro absoluto entre 30 e 40% e três com erro maior que 40%.

Aplicando o factor de correcção da metodologia proposta por Moy (1981), referido no Capítulo 3, traçou-se o diagrama de interacção da Fórmula de Merchant-Rankine e Merchant-Rankine modificada, para colunas com 1,80m, 1,70m e 1,60m, apresentado nas Figuras 5.42, 5.43 e 5.44 respectivamente:

Tabela 5.10: Carga última estimada através da equação de interacção

Ref.	δ	Pp	Pcr	Pu,teorico	Pu,Ensaio	Erro
	m	kN	kN	kN	kN	%
C.1.1.1	1,09E-02	249,67	564,00	173,06	209,21	-17,28%
C.1.1.2	1,15E-02	243,18	605,00	173,46	305,62	-43,24%
C.1.2.1	4,31E-03	322,41	615,90	211,63	436,52	-51,52%
C.1.2.2	4,37E-03	321,60	598,00	209,13	345,61	-39,49%
C.1.2.3	4,16E-03	324,48	608,00	211,57	259,05	-18,33%
C.1.2.4	5,11E-03	312,05	615,90	207,12	250,52	-17,33%
C.2.1.1	4,60E-02	94,14	648,50	82,21	313,86	-73,81%
C.2.1.2	4,23E-03	325,87	678,85	220,18	364,84	-39,65%
C.2.2.1	1,23E-02	235,02	660,00	173,31	271,13	-36,08%
C.2.2.2	8,21E-03	275,31	672,50	195,34	280,92	-30,46%
C.2.2.3	5,85E-03	302,67	659,00	207,41	201,88	2,74%
C.3.1.1	1,15E-02	243,85	749,55	183,99	218,74	-15,88%
C.3.2.1	1,12E-02	245,34	754,00	185,11	265,69	-30,33%
C.3.2.2	8,68E-03	270,21	765,20	199,70	322,17	-38,02%

Analisando a Tabela 5.10 observa-se que a coluna C.2.1.1 apresenta carga de ensaio muito pequena, isto deve-se a que esta coluna apresenta um padrão de deformações iniciais extremamente pejorativo que conduz ao agravamento do efeito das excentricidades iniciais aplicadas, ver anexo A.

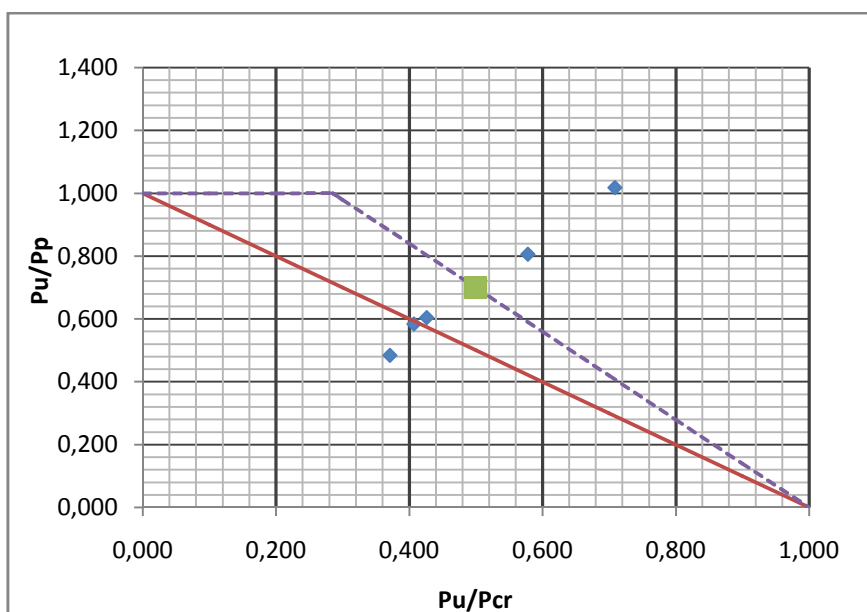


Figura.5.42: Diagrama de interacção da Fórmula de Merchant-Rankine modificado para colunas 1,80m.

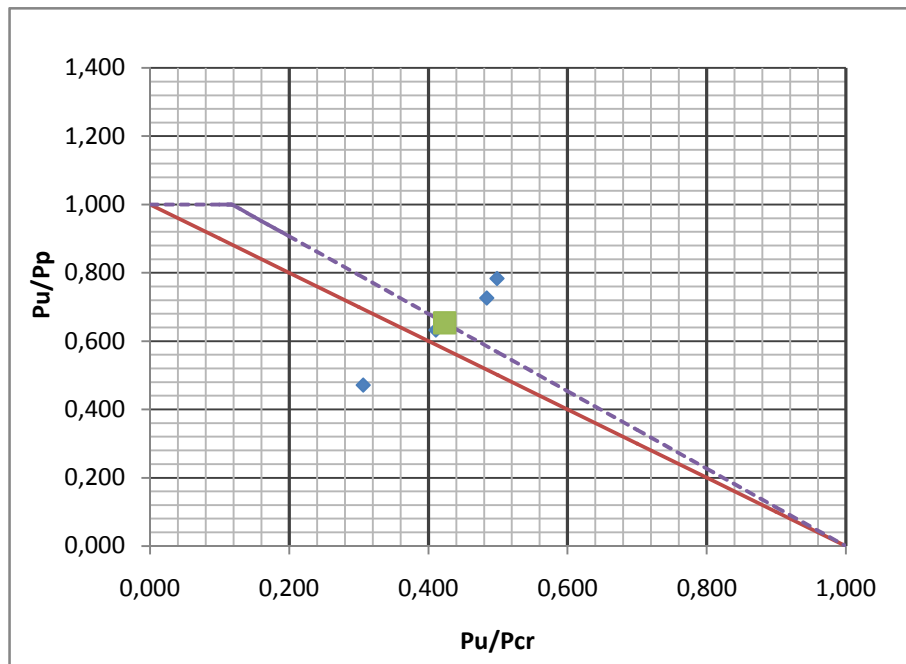


Figura.5.43: Diagrama de interacção da Fórmula de Merchant-Rankine modificado para colunas 1,70m.

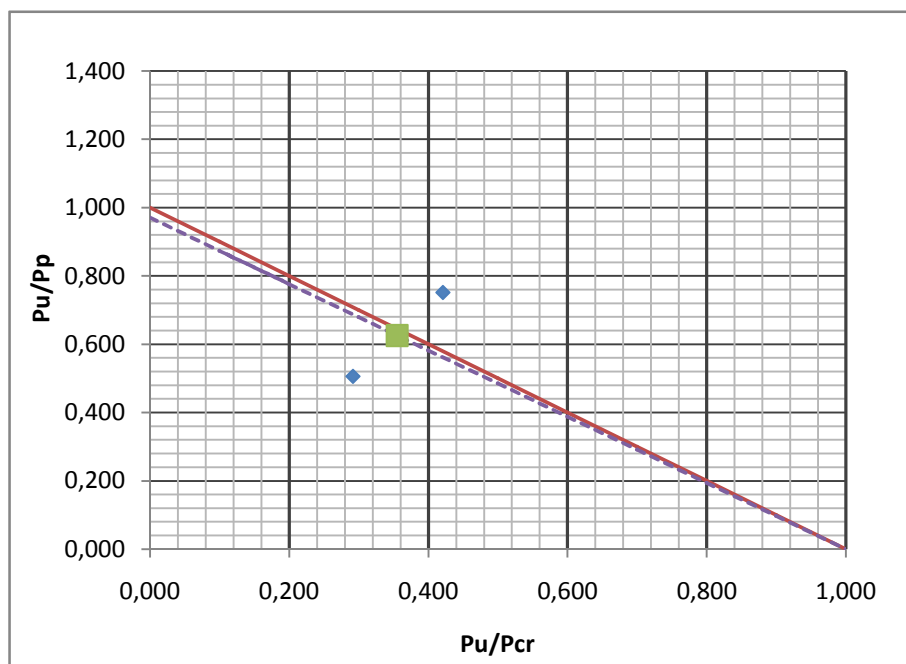


Figura.5.44: Diagrama de interacção da Fórmula de Merchant-Rankine modificado para colunas 1,60m.

Atendendo a que se tem três conjuntos de colunas, com 1,80, 1,70 e 1,60m, respectivamente, obtêm-se três factores de correcção, a aplicar na fórmula de Merchant - Rankine, assim como a sua média, apresentados na Tabela 5.11:

Tabela 5.11: Factor de correcção em função para cada um dos três conjuntos de colunas.

L	K_{MR}
1,6	1,031
1,7	0,882
1,8	0,715
Média	0,876

Analisando as Figuras 5.42, 5.43 e 5.44, algo que se realça positivamente desta representação; é a localização da nuvem representativa dos ensaios de colunas mistas realizados, para os três conjuntos.

Aplicando os factores correctores, apresentados na Tabela 5.11, a carga última obtida para cada coluna são as seguintes:

Tabela 5.12: Carga última estimada após a aplicação dos factores de correcção (parte 1).

Ref.	$P_u, \text{teorico}$	P_u, Ensaio	$1/P_u, \text{teorico}$ corrigido	$P_u, \text{teorico}$ corrigido
	kN	kN	$K_{MR, \text{médio}}$	kN
C.1.1.1	173,06	209,21	5,56E-03	179,91
C.1.1.2	173,46	305,62	5,56E-03	179,85
C.1.2.1	211,63	436,52	4,52E-03	221,04
C.1.2.2	209,13	345,61	4,57E-03	218,61
C.1.2.3	211,57	259,05	4,52E-03	221,11
C.1.2.4	207,12	250,52	4,63E-03	216,13
C.2.1.1	82,21	313,86	1,20E-02	83,52
C.2.1.2	220,18	364,84	4,36E-03	229,40
C.2.2.1	173,31	271,13	5,58E-03	179,14
C.2.2.2	195,34	280,92	4,93E-03	202,64
C.2.2.3	207,41	201,88	4,63E-03	215,83
C.3.1.1	183,99	218,74	5,27E-03	189,77
C.3.2.1	185,11	265,69	5,24E-03	190,92
C.3.2.2	199,70	322,17	4,85E-03	206,37

Tabela 5.13: Carga última estimada após a aplicação dos factores de correcção (parte 2).

Ref.	Erro dos P_u corrigidos	$1/P_{u,teorico}$ corrigido	$P_{u,teorico}$ corrigido	Erro dos P_u corrigidos
	%	K _{mr}	kN	%
C.1.1.1	-14,01%	5,27E-03	189,65	-9,35%
C.1.1.2	-41,15%	5,29E-03	188,89	-38,19%
C.1.2.1	-49,36%	4,26E-03	234,60	-46,26%
C.1.2.2	-36,75%	4,31E-03	232,28	-32,79%
C.1.2.3	-14,65%	4,26E-03	234,86	-9,34%
C.1.2.4	-13,73%	4,37E-03	229,07	-8,56%
C.2.1.1	-73,39%	1,20E-02	83,46	-73,41%
C.2.1.2	-37,12%	4,37E-03	228,94	-37,25%
C.2.2.1	-33,93%	5,59E-03	178,85	-34,04%
C.2.2.2	-27,87%	4,94E-03	202,27	-28,00%
C.2.2.3	6,91%	4,64E-03	215,41	6,70%
C.3.1.1	-13,24%	5,48E-03	182,61	-16,52%
C.3.2.1	-28,14%	5,44E-03	183,71	-30,85%
C.3.2.2	-35,94%	5,05E-03	198,09	-38,51%

Observando as Tabelas 5.12 e 5.13 verifica-se que, quando se utiliza o factor de correcção médio, $K_{MR, \text{médio}}$, a cargas últimas obtidas conduzem a erros inferiores a 30% em seis colunas, três pertencem ao conjunto de 1,80 m de altura, duas 1,70 m e duas com 1,60m; e outras oito conduzem erros superiores a 30%, três integram o conjunto das 1,80, três do conjunto de 1,70 m e uma do conjunto de 1,60m; salienta-se que, com a excepção da coluna com a designação C.2.1.1, os erros obtidos são inferiores a 50%.

Quando se aplicam os factores de correcção respectivos das colunas obtêm-se resultados muito similares aos obtidos com o factor de correcção médio, embora com melhorias. Essa melhoria é em média 4,19% para as colunas com 1,80m de altura, 0,12% para as colunas com 1,70 m de altura e de 2,85% nas colunas com 1,60m de altura.

A metodologia indicada por (Moy, 1981) aplica-se a secções rectangulares, as quais tem uma equação de interacção linear. No entanto, neste estudo está-se na presença de secções circulares cuja equação de interacção é dependente de uma lei de cossenos.

Com vista a encontrar um factor de correcção que conduza a resultados ainda mais aproximados aos obtidos nos ensaios, propõe-se uma metodologia que consiste em corrigir a

Fórmula de Merchant-Rankine, através de um factor corrector exponencial. Assim a Fórmula de Merchant-Rankine corrigida ficaria com a seguinte configuração:

$$\frac{1}{P_u} = \frac{1}{P_{cr}} + \left(\frac{1}{P_p} \right)^\alpha \quad (5.3)$$

Sendo α é média ponderada de $\alpha = \log_{1/P_p} \left(\frac{1}{P_u} + \frac{1}{P_{cr}} \right)$

Aplicando esta expressão obtêm-se os resultados que são apresentados na Tabela 5.14:

Tabela 5.14: Carga última estimada através do método proposto

Ref.	Pu,teorico	Pu,Ensaio	1/Pu,teorico corrigido (α)	Pu,teorico corrigido (α)	Erro dos Pu corrigidos
	kN	kN	kN	kN	%
C.1.1.1	173,06	209,21	5,18E-03	193,13	-7,68%
C.1.1.2	173,46	305,62	5,15E-03	194,12	-36,48%
C.1.2.1	211,63	436,52	4,24E-03	235,82	-45,98%
C.1.2.2	209,13	345,61	4,30E-03	232,78	-32,65%
C.1.2.3	211,57	259,05	4,24E-03	235,60	-9,05%
C.1.2.4	207,12	250,52	4,33E-03	230,95	-7,81%
C.2.1.1	82,21	313,86	1,08E-02	92,30	-70,59%
C.2.1.2	220,18	364,84	4,06E-03	246,22	-32,51%
C.2.2.1	173,31	271,13	5,14E-03	194,61	-28,22%
C.2.2.2	195,34	280,92	4,57E-03	219,02	-22,04%
C.2.2.3	207,41	201,88	4,31E-03	232,01	14,93%
C.3.1.1	183,99	218,74	4,82E-03	207,36	-5,20%
C.3.2.1	185,11	265,69	4,79E-03	208,64	-21,47%
C.3.2.2	199,70	322,17	4,45E-03	224,95	-30,18%

Analisando a Tabela 5.14, observa-se que esta é a metodologia que conduz a melhores resultados, pois os erros obtidos são inferiores, em valores absolutos, a 30%, em nove colunas, três têm 1,80, três têm 1,70 e três têm 1,60m de altura; e em cinco colunas o erro é superior, em valores absolutos, a 30%, três têm 1,80 e duas têm 1,70. Salienta-se que, com a excepção da coluna com a designação C.2.1.1, os erros obtidos são inferiores a 50%.

Comparando os resultados obtidos nas quatro metodologias; FMR, FMR corrigido com um factor médio, FMR corrigido e FMR corrigido por um factor de correcção

exponencial, verifica-se que esta última conduz a menores erros em relação aos resultados dos ensaios experimentais.

No entanto, todas as metodologias conduzem a erros significativos, os quais advêm da necessidade de refinar certos aspectos no decorrer dos ensaios experimentais. Apresenta-se no próximo parágrafo algumas considerações sobre potenciais melhorias de futuros ensaios experimentais.

5.5 Considerações sobre Potenciais Melhorias de Futuros Ensaios Experimentais

Os procedimentos adoptados podem originar fontes de falta de precisão, tais como:

- (a) Não completa tangência da placa do pé de apoio de LVDT à secção nos planos xx e yy ;
- (b) Outra possível falta de precisão, originada na placa pé de apoio, é a rotação da mesma em torno do ponto de colagem.

Portanto a total perpendicularidade pode estar comprometida, e estas pequenas diferenças aumentam/diminuem os deslocamentos reais (consoante a inclinação da chapa pé de apoio dos LVDT's) afectando determinação do $P_{cr,t\acute{e}orico}$ através da técnica do diagrama de Southwell, tanto por excesso como por defeito. E isto muito certamente ocorreu.

Também durante os ensaios, e na execução dos procedimentos adoptados, foi-se anotando e observando como se poderiam realizar melhorias na determinação e registo dos valores ensaios, conduzindo quer a resultados com um maior grau de precisão quer a desenvolvê-los de modo a constituir uma base de dados de ensaios de colunas mistas que permita o cruzamento e regularização dos resultados característico destes ensaios.

Algumas das melhorias poderiam consistir nas seguintes medidas:

- Medição das excentricidades na extremidade superior da coluna com um equipamento mais rigoroso, como com um nível de bolha de comprimento variável, isto é, com troço telescópico extensível adaptável ao comprimento da coluna; tal facto minimizaria erros de milímetros na caracterização das excentricidades.

- Colocação de dois inclinómetros na extremidade superior;
- Substituição da chapa pé-de-apoio dos LVDT's, por uma laçada de fio (muito pouco extensível) que contornasse a coluna e que fosse ligado ao LVDT (posicionado mais afastado, com uma disposição do tipo de extensómetro de Weinberg), quer para a direcção xx quer para a direcção yy.

6 ESTUDO PARAMÉTRICO

Conforme foi anteriormente referido, a presente dissertação tem por objectivo apresentar um estudo comparativo acerca do desempenho e da capacidade axial resistente de colunas tubulares em aço e em betão encamisado em tubo de aço.

Neste capítulo são apresentados os resultados de um estudo paramétrico. Este é subdividido em cinco partes: na primeira são apresentadas as curvas teóricas: curva de Euler, curva de Encurvadura e curva de Rankine-Gordon para colunas tubulares circulares em aço, na segunda mostram-se as curvas teóricas, curva de Euler, curva de Encurvadura e curva de Rankine-Gordon para colunas tubulares circulares em aço com núcleo em betão; na terceira expõem-se os resultados da análise não linear elástico e material das colunas tubulares circulares em aço, com um padrão de deformações iniciais e excentricidades de carga; na quarta mostram-se os resultados da análise não linear elástico de colunas tubulares em aço preenchido com betão, com um padrão de deformações iniciais, e na quinta e última parte apresenta-se uma análise comparativa da carga última entre as colunas tubulares circulares em aço preenchidas com betão e as suas homólogas em aço.

Os materiais utilizados consistiram em três classes de aço (S235, S275 e S355) e duas classes de betão (um dito de classe normal C25/30, e um outro de classe de resistência mais elevada C45/55). As colunas tubulares circulares consideradas neste estudo paramétrico (ocas ou preenchidas com betão) possuem um diâmetro exterior ϕ_p de 0.50 m, uma espessura t_p de 0.01m e comprimento (consequentemente também esbelteza) variável. O presente capítulo realiza uma extensão mais completa de anterior trabalho de Gonçalves e Barros (2008) em novos moldes e maior amplitude do estudo.

6.1 Curvas Teóricas para Colunas em Aço

Os resultados obtidos das colunas da análise não linear elástica e material são confrontados com diversas curvas teóricas, tais como as curvas provenientes da; Hipótese de Euler, Fórmula de Rankine-Gordon e as curvas de Encurvadura, apresentadas na legislação vigente, Eurocódigo 3 (2003).

6.1.1 Hipótese de Euler

Como desenvolvido no Capítulo 3, a hipótese de Euler visa estabelecer a carga crítica elástica de uma coluna submetida a um carregamento de compressão axial (Silva, 2004).

As curvas provenientes da formulação de Euler, para cada tipo de aço normalizado, são apresentadas na Figura 6.1. Estas pertencem a colunas tubulares circulares ocas, com um diâmetro exterior de 0.50 m, uma espessura de 0.01m e comprimento, consequentemente, esbelteza variável.

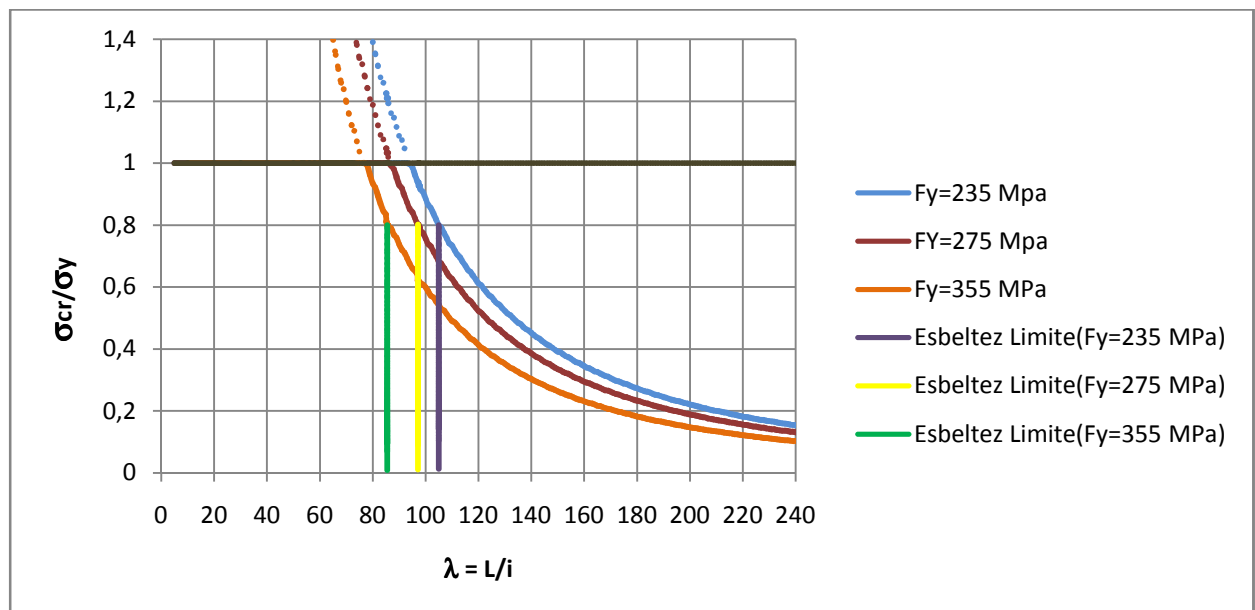


Figura 6.1: Curvas de Euler, para os três tipos de aço; S235, S275 e S355 e para (ϕ_p, t_p)

Na Figura 6.1, pode-se visualizar as chamadas esbeltezas limites. Estas definem o limite, λ_L , entre o regime elástico do regime plástico, isto é:

- $\lambda < \lambda_L$ – As colunas encontram – se no Regime Plástico e Elasto-Plástico
- $\lambda > \lambda_L$ – As colunas encontram – se no Regime Elástico

Esta esbelteza é expressa pela seguinte expressão:

$$\lambda_L = \pi \sqrt{\frac{E}{\sigma_p}} \quad (6.1)$$

sendo $\sigma_p = 0,8 \times F_y$

Tabela 6.1: Esbelteza limite para os três tipos de aço; S235, S275 e S355

Fy (Mpa)	σ_p (Mpa)	λ_l
235	188	105
275	220	97,06
355	284	85,43

Analisando a Figura 6.1, pode-se observar que para uma determinada esbelteza, quanto maior for a classe de resistência do aço menor será a razão entre a tensão crítica e a tensão de cedência. Esta situação é explicada pela formulação matemática, abaixo, exposta:

Como foi desenvolvido no Capítulo 3, a carga de Euler é definida por:

$$P_E = \frac{\pi^2 E I}{L^2} \quad (6.2)$$

Considerem-se três colunas geometricamente iguais, isto é, com a mesma secção e o mesmo comprimento, diferindo apenas na classe de resistência do aço que as constitui, sendo S235, S275 e S355. O módulo de elasticidade, segundo o Eurocódigo 3 (2003), toma o mesmo valor independentemente da classe de resistência, então as três colunas têm a mesma carga crítica de Euler e consequentemente a mesma tensão crítica. No entanto, quando se pretende normalizar valores ou tornar resultados universais ou adimensionais, dividindo a tensão crítica de Euler pela respectiva tensão de cedência do aço, depara-se que quanto maior for a tensão de cedência do aço menor é a razão entre a tensão crítica de Euler e a tensão de cedência do aço ficando, então, as curvas com a configuração apresentada na Figura 6.1.

6.1.2 Fórmula de Rankine-Gordon

De uma forma sucinta a Fórmula de Rankine-Gordon visa estabelecer a carga crítica de uma coluna submetida a um carregamento de compressão axial, como também se pretende através da Hipótese de Euler. No entanto, a Fórmula de Rankine-Gordon é semi – empírica, e considera a força de esmagamento do material, módulo de elasticidade, e a razão de esbelteza, como descrito no Capítulo 3. Mas enquanto a hipótese de Euler só é válida para a parte elástica da correspondente curva de encurvadura, a curva de Rankine-Gordon é mais abrangente pois contempla os regimes elástico e elasto-plástico.

Na Figura 6.2 apresentam-se as curvas de Rankine-Gordon para as mesmas colunas tubulares circulares ocas consideradas no parágrafo anterior.

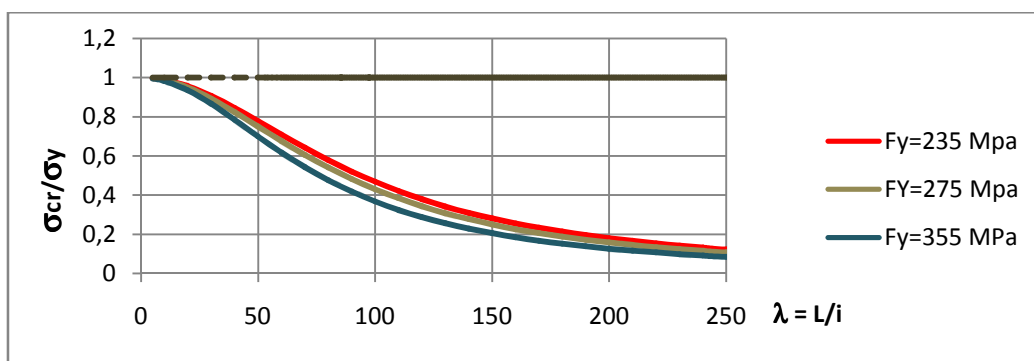


Figura 6.2: Curvas de Rankine-Gordon para os três tipos de aço, S235, S275 e S355 e para (ϕ_p, t_p)

Confrontando a Hipótese de Euler e a Fórmula de Rankine-Gordon, obtêm-se as curvas, mostradas na Figura 6.3.

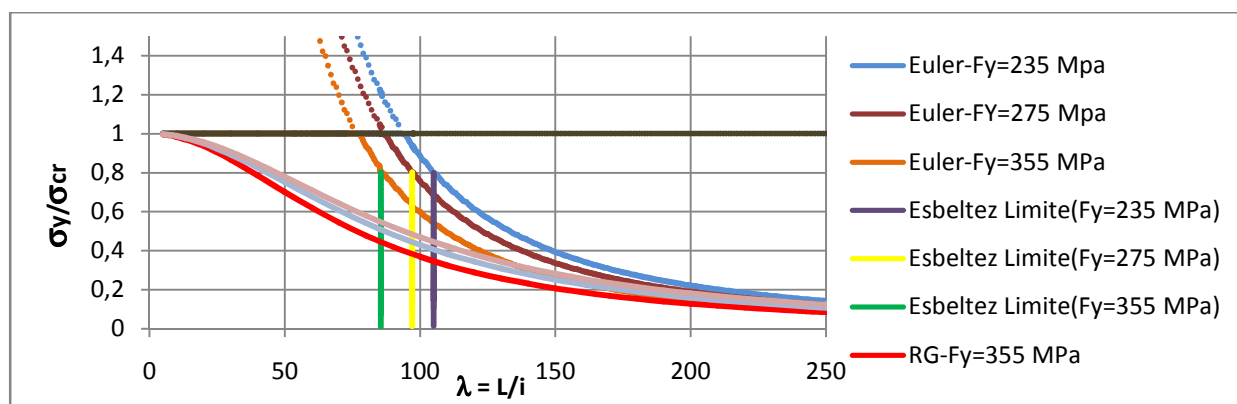


Figura 6.3: Curvas de Euler e Rankine-Gordon para os três tipos de aço; S235, S275 e S355 e para (ϕ_p, t_p)

Nas Figuras 6.4, 6.5 e 6.6, são individualizadas as curvas, em função da classe de resistência do aço, mostradas na Figura 6.1, curva de Euler e curva de Rankine Gordon.

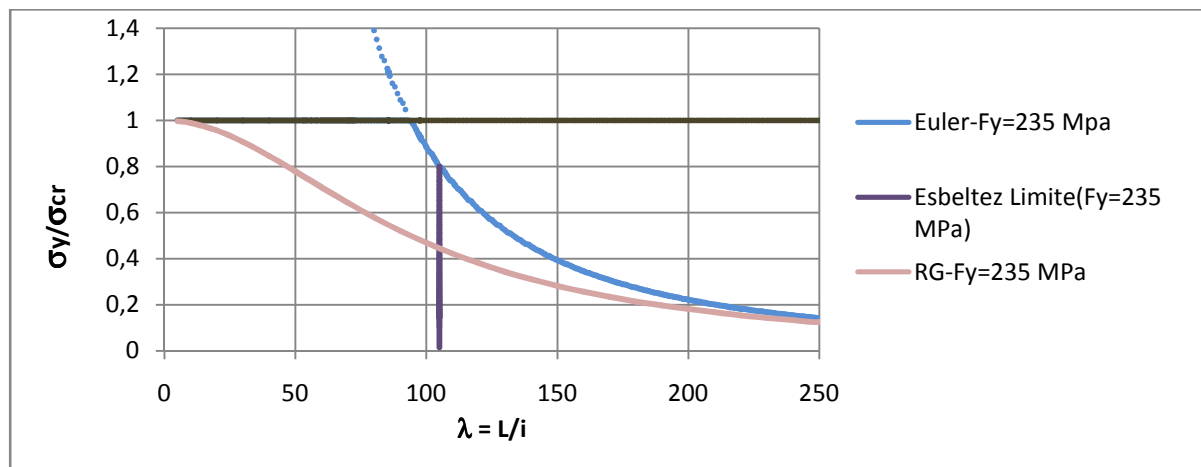


Figura 6.4: Curvas de Euler e Rankine-Gordon para o aço S235 e para (ϕ_p, t_p)

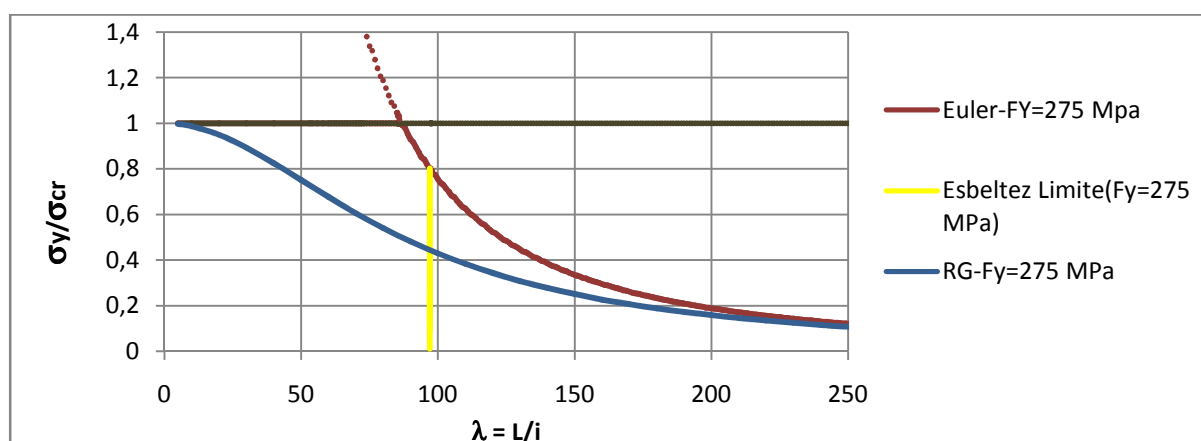


Figura 6.5: Curvas de Euler e Rankine-Gordon para o aço S275 e para (ϕ_p, t_p)

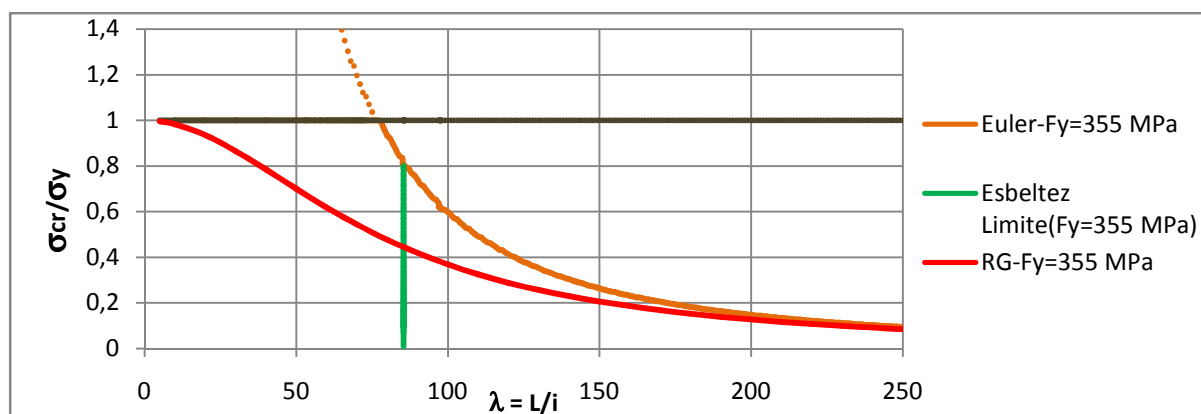


Figura 6.6: Curvas de Euler e Rankine-Gordon para o aço S355 e para (ϕ_p, t_p)

Considerem-se as mesmas três colunas geometricamente iguais às do parágrafo 6.1.1, quanto maior for a classe de resistência do aço que a constitui menor é a razão entre a tensão crítica e a tensão de cedência do aço correspondente do aço, de igual modo ao que acontece nas curvas de Euler.

6.1.3 Curvas de Encurvadura

As colunas em aço apresentam grande variabilidade das suas capacidades resistentes máximas à compressão: consoante a forma da coluna, sua secção, e o tipo de imperfeição existente. Por tal, encontram-se no Eurocódigo 3 (2003) uma série de curvas que definem a capacidade resistente (à encurvadura) das ditas colunas, designadas por curvas de Encurvadura. Estas dependem, em geral, da geometria da secção transversal, da espessura da parede do perfil e do plano segundo o qual se caracteriza a encurvadura, e têm por finalidade introduzir no dimensionamento de elementos comprimidos o efeito da encurvadura. Este efeito é introduzido no cálculo através do coeficiente de encurvadura, o qual, é multiplicado pelo esforço axial de cedência por plastificação obtendo o esforço axial real de encurvadura tendo em conta as imperfeições geométricas, tensões residuais, entre outros.

Apresenta-se na Tabela 6.2 os factores de redução das curvas de Encurvadura em função da esbelteza reduzida.

Construindo o gráfico correspondente às curvas da Tabela 6.2, podemos visualizar as curvas da Figura 6.7.

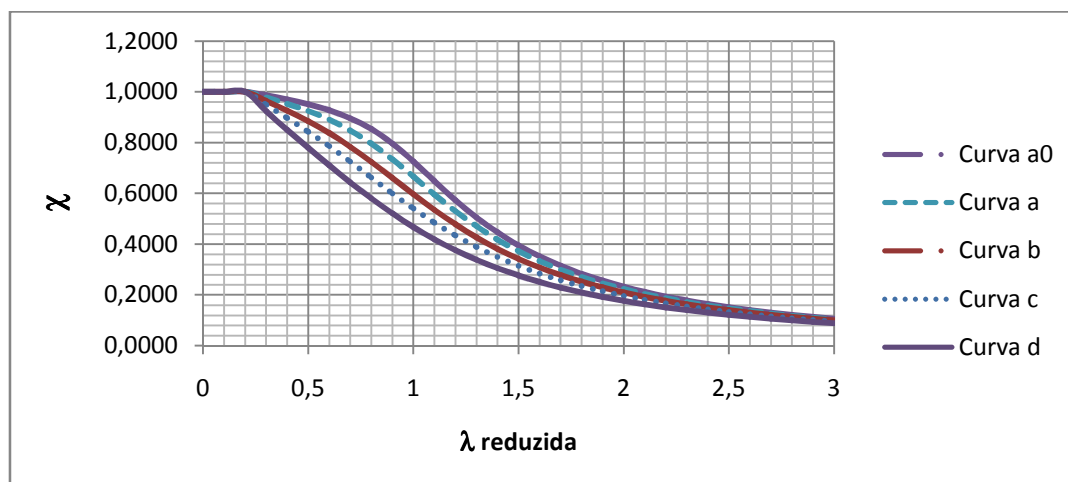


Figura 6.7: Curvas de Encurvadura

Tabela.6.2: Tabela dos factores de redução das curvas de Encurvadura em função da esbelteza reduzida

Curvas de Encurvadura					
<i>Factores de Redução : χ</i>					
$\lambda_{reduzida}$	a0	a	b	c	d
0	1,0000	1,0000	1,0000	1,0000	1,0000
0,1	1,0000	1,0000	1,0000	1,0000	1,0000
0,2	1,0000	1,0000	1,0000	1,0000	1,0000
0,3	0,9859	0,9775	0,9641	0,9491	0,9235
0,4	0,9701	0,9528	0,9261	0,8973	0,8504
0,5	0,9513	0,9243	0,8842	0,8430	0,7793
0,6	0,9276	0,8900	0,8371	0,7854	0,7100
0,7	0,8961	0,8477	0,7837	0,7247	0,6431
0,8	0,8533	0,7957	0,7245	0,6622	0,5797
0,9	0,7961	0,7339	0,6612	0,5998	0,5208
1	0,7253	0,6656	0,5970	0,5399	0,4671
1,1	0,6482	0,5960	0,5352	0,4842	0,4189
1,2	0,5732	0,5300	0,4781	0,4338	0,3762
1,3	0,5053	0,4703	0,4269	0,3888	0,3385
1,4	0,4461	0,4179	0,3817	0,3492	0,3055
1,5	0,3953	0,3724	0,3422	0,3145	0,2766
1,6	0,3520	0,3332	0,3079	0,2842	0,2512
1,7	0,3150	0,2994	0,2781	0,2577	0,2289
1,8	0,2833	0,2702	0,2521	0,2345	0,2093
1,9	0,2559	0,2449	0,2294	0,2141	0,1920
2	0,2323	0,2229	0,2095	0,1962	0,1766
2,1	0,2117	0,2036	0,1920	0,1803	0,1630
2,2	0,1937	0,1867	0,1765	0,1662	0,1508
2,3	0,1779	0,1717	0,1628	0,1537	0,1399
2,4	0,1639	0,1585	0,1506	0,1425	0,1302
2,5	0,1515	0,1467	0,1397	0,1325	0,1214
2,6	0,1404	0,1362	0,1299	0,1234	0,1134
2,7	0,1305	0,1267	0,1211	0,1153	0,1062
2,8	0,1216	0,1182	0,1132	0,1079	0,0997
2,9	0,1136	0,1105	0,1060	0,1012	0,0937
3	0,1063	0,1036	0,0994	0,0951	0,0882

Visto estarem em estudo secções tubulares, segundo o Eurocódigo 3 (2003) a curva a considerar é a curva *a*.

No estudo teórico e na modelação computacional, fixa-se uma secção e faz-se variar o comprimento das colunas, consequentemente, varia-se a esbelteza das mesmas e a classe de

resistência do aço que as constitui. A secção da coluna de referência estudada tem um diâmetro exterior ϕ_p de 500 mm e uma espessura t_p de 10 mm. Na Tabela 6.3, apresenta-se a determinação da classe das secções das colunas, em conformidade com o estipulado pelo Eurocódigo 3 (2003). Na Tabela 6.4, apresenta-se a determinação da classe das secções das colunas, em conformidade com o estipulado pelo Eurocódigo 3 (2003).

Tabela.6.3: Determinação da classe das secções das colunas

Fy (MPa)	235	275	355
ϵ	1	0,92	0,81
ϵ^2	1	0,85	0,66
$50 \epsilon^2$	50	42,3	32,8
$70 \epsilon^2$	70	59,2	45,9
$90 \epsilon^2$	90	76,2	59,0
D/t	50	50	50
Classe	1	2	3

Em conformidade com a legislação referida, para secções de classe 1,2 e 3 a esbelteza reduzida é relacionada com a esbelteza segundo a expressão:

$$\bar{\lambda} = \frac{\lambda}{\lambda_E} \quad (6.3)$$

Onde;

$\bar{\lambda}$ – Esbelteza reduzida

λ – Esbelteza

$\lambda_E = \pi \cdot \sqrt{\frac{E}{f_y}}$, E - módulo de Elasticidade do aço utilizado e Fy a tensão de cedência do aço.

No que respeita ao coeficiente de encurvadura, este é definido por;

$$\chi = \frac{N_{cr,r}}{N_{pl}} \quad (6.4)$$

Onde;

$N_{cr,r}$ – é a carga real de encurvadura tendo em conta imperfeições geométricas;

N_{pl} – Esforço axial de cedência por plastificação e é definido por; $N_{pl} = A \cdot f_y$ (no caso de secções de classes 1, 2 e 3).

Posto isto, obtém-se:

$$\chi = \frac{N_{cr,r}}{N_{pl}} = \frac{N_{cr,r}}{A \cdot f_y} = \frac{\frac{N_{cr,r}}{A}}{\frac{A \cdot f_y}{A}} = \frac{\sigma_{cr,r}}{f_y} = \frac{\sigma_{cr,r}}{\sigma_y} \quad (6.5)$$

Então a curva de Encurvadura a assume os valores apresentados na Tabela 6.4.

Aplicando a respectiva curva a , a cada classe de resistência do aço, às curvas teóricas, anteriormente apresentadas, obtêm-se as curvas apresentadas na Figura 6.8, 6.9 e 6.10.

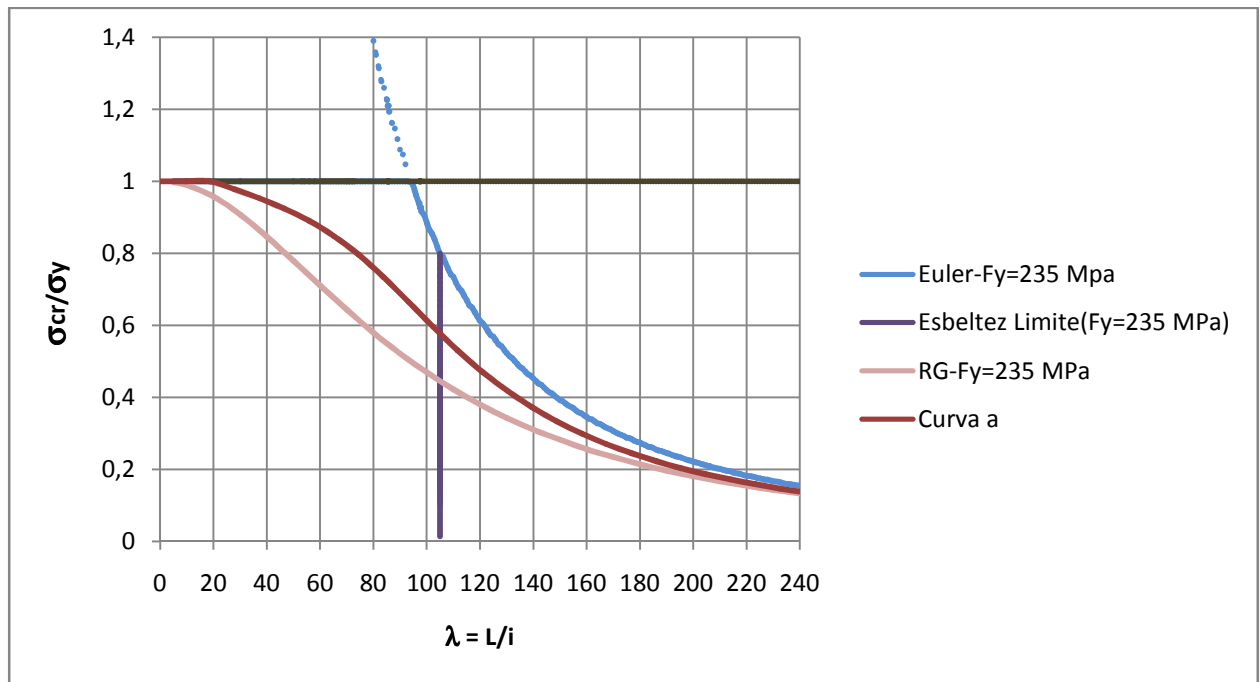


Figura 6.8: Curvas de Euler e de Rankine-Gordon e curva a de encurvadura (aço S235), e para (ϕ_p, t_p)

Tabela.6.4: Tabela das curvas de Encurvadura – Curva a

Curvas de Encurvadura - Curva a				
σ_v	235	275	355	Mpa
$\lambda_{reduzida}$	λ	λ	λ	a
0	0	0	0	1,0000
0,1	9,301	8,598	7,568	1,0000
0,2	18,603	17,197	15,136	1,0000
0,3	27,904	25,795	22,703	0,9775
0,4	37,206	34,394	30,271	0,9528
0,5	46,507	42,992	37,839	0,9243
0,6	55,809	51,59	45,407	0,8900
0,7	65,11	60,189	52,975	0,8477
0,8	74,411	68,787	60,542	0,7957
0,9	83,713	77,386	68,11	0,7339
1	93,014	85,984	75,678	0,6656
1,1	102,316	94,582	83,246	0,5960
1,2	111,617	103,181	90,814	0,5300
1,3	120,919	111,779	98,381	0,4703
1,4	130,22	120,377	105,949	0,4179
1,5	139,521	128,976	113,517	0,3724
1,6	148,823	137,574	121,085	0,3332
1,7	158,124	146,173	128,652	0,2994
1,8	167,426	154,771	136,22	0,2702
1,9	176,727	163,369	143,788	0,2449
2	186,029	171,968	151,356	0,2229
2,1	195,33	180,566	158,924	0,2036
2,2	204,631	189,165	166,491	0,1867
2,3	213,933	197,763	174,059	0,1717
2,4	223,234	206,361	181,627	0,1585
2,5	232,536	214,96	189,195	0,1467
2,6	241,837	223,558	196,763	0,1362
2,7	251,139	232,157	204,33	0,1267
2,8	260,44	240,755	211,898	0,1182
2,9	269,741	249,353	219,466	0,1105
3	279,043	257,952	227,034	0,1036

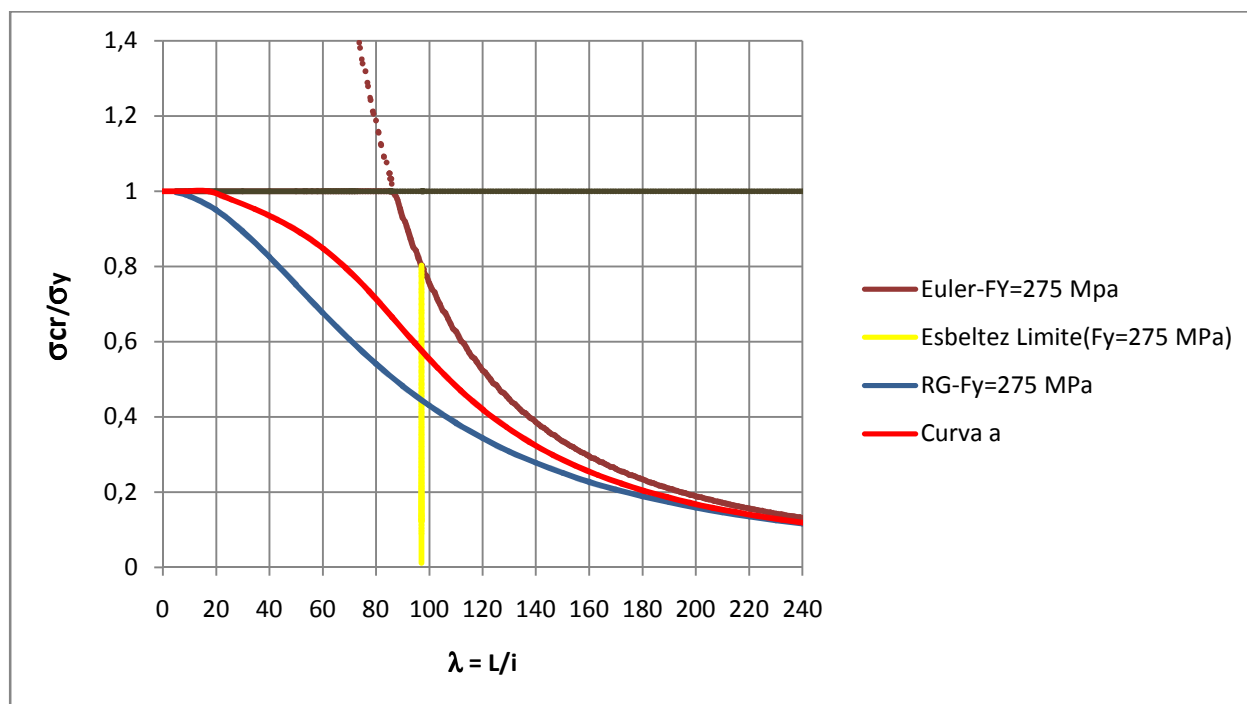


Figura 6.9: Curvas de Euler e de Rankine-Gordon e curva *a* de encurvadura (aço S275), e para (ϕ_p, t_p)

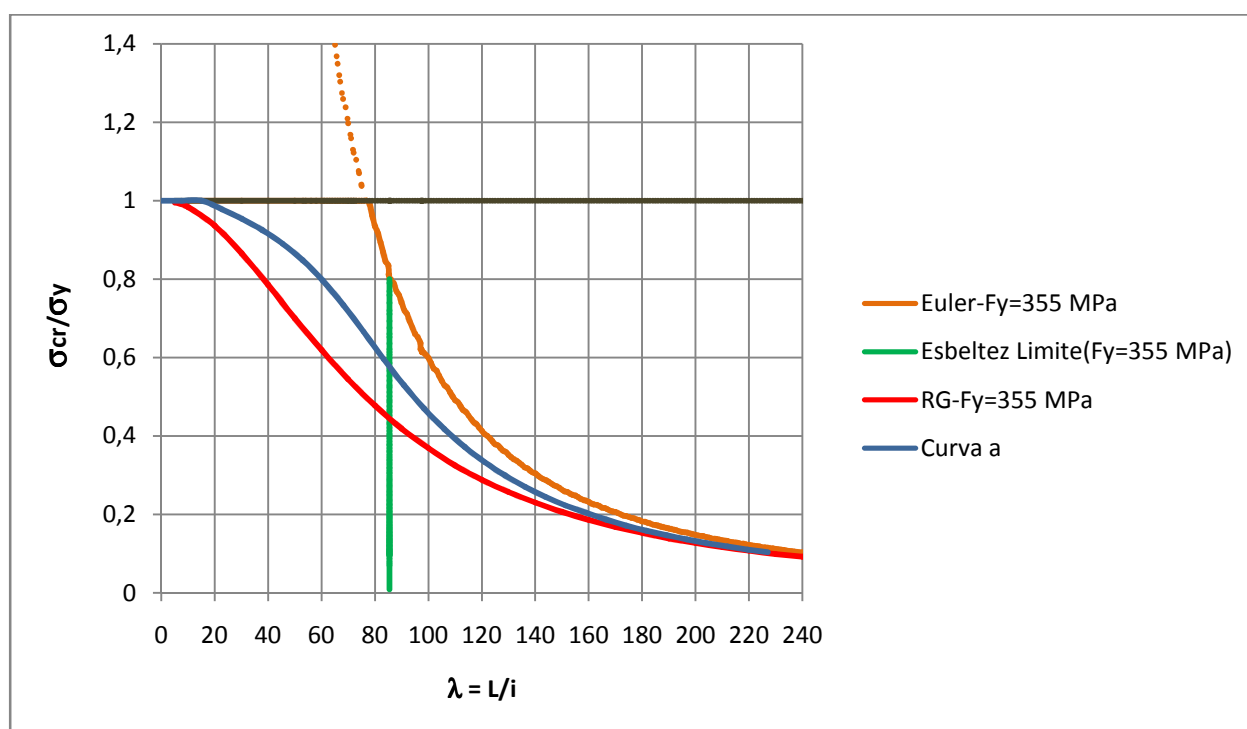


Figura 6.10: Curvas de Euler e de Rankine-Gordon e curva *a* de encurvadura (aço S355), e para (ϕ_p, t_p)

6.2 Curvas Teóricas para Colunas em Betão Encamisado em Tubo de Aço

No presente parágrafo apresentam-se as curvas teóricas para colunas tubulares circulares em betão encamisado em tubo de aço. As curvas apresentadas referem-se às Hipótese de Euler e à Fórmula de Rankine-Gordon, anteriormente já mencionadas.

As colunas mistas aço-betão abordadas constituem três famílias de colunas, consoante a classe de resistência do aço (S235, S275 e S355). Em cada uma destas famílias consideraram-se dois conjuntos, consoante são preenchidas com betão de classe C25/30 ou C45/55.

6.2.1 Hipótese de Euler para colunas mista

As curvas teóricas de Euler para colunas mistas referem-se às colunas tubulares circulares em aço anteriormente tratadas (paragrafo 6.1), mas com núcleo em betão. Estas curvas são apresentadas na Figura 6.11.

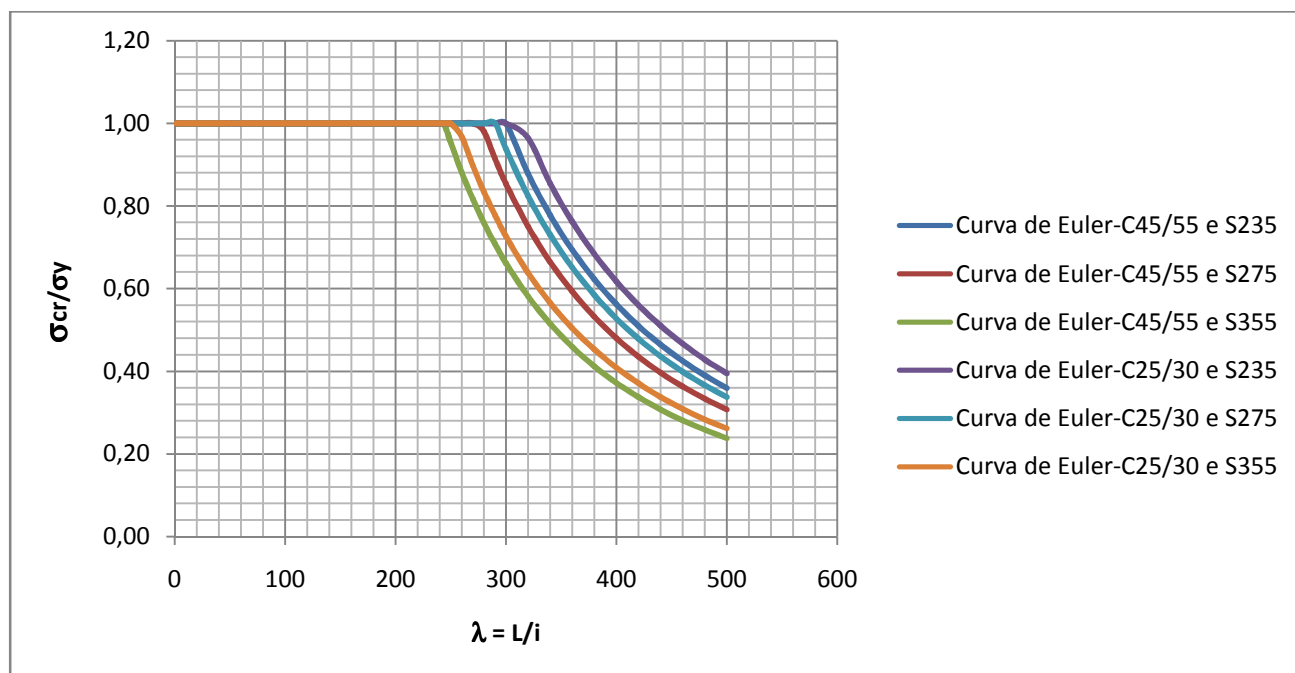


Figura 6.11: Curvas de Euler, para os betões C25/30 e C45/55 conjugados com os aços S235, S275, S355 para a coluna de referencia com (ϕ_p, t_p) .

De forma a se ter uma melhor percepção das curvas, apresentam-se, nas Figuras 6.12 e 6.13, as curvas individualizadas em função da tipologia de betão.

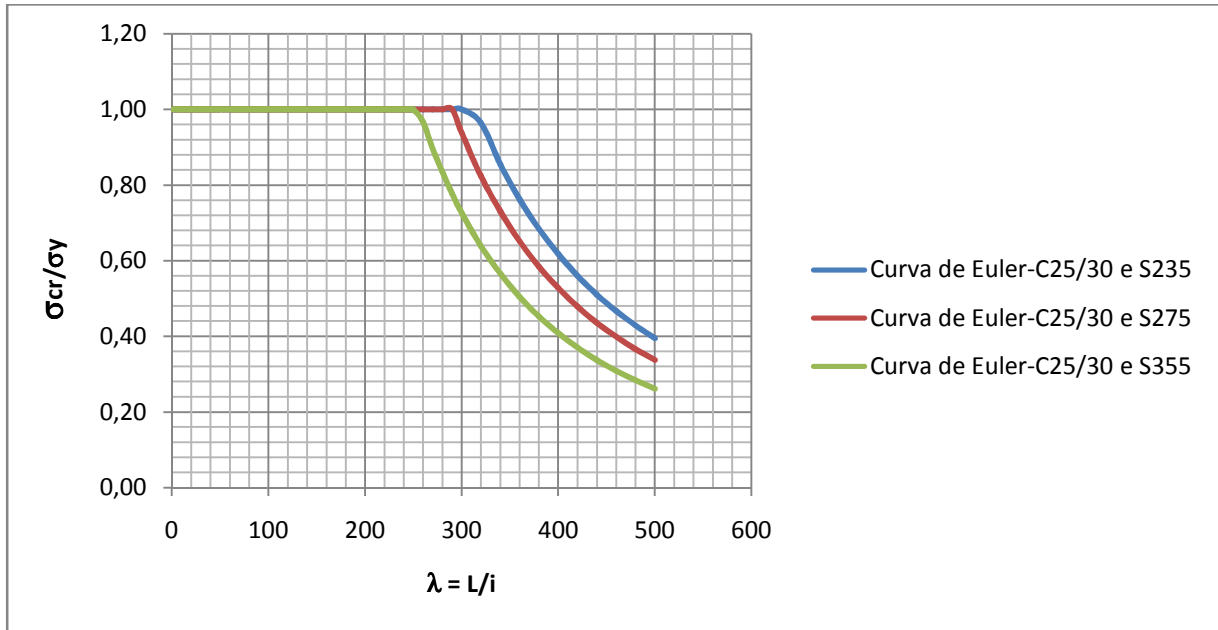


Figura 6.12: Curvas de Euler, para o betão C25/30 conjugado com os aços; S235, S275, S355, para a coluna de referencia com (ϕ_p, t_p) .

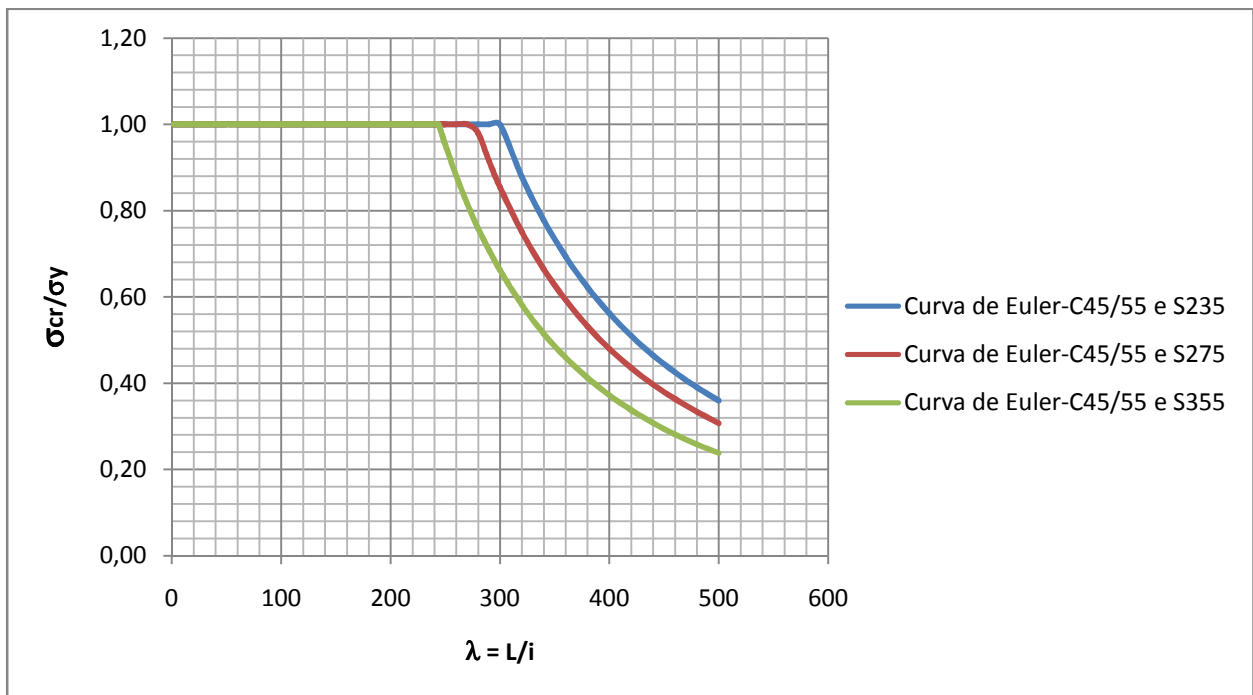


Figura 6.13: Curvas de Euler, para o betão C45/55 conjugado com os aços; S235, S275, S355, para a coluna de referencia com (ϕ_p, t_p) .

Observando-se as Figuras 6.11, 6.12 e 6.13, verifica-se que quanto maior for a classe de resistência do aço menor é a razão entre a tensão crítica e a tensão de cedência do aço.

Para cada tipo de aço, quanto menor for a classe de resistência do betão do núcleo menor é a razão entre a tensão crítica e a tensão de cedência do aço. Isto deve-se a que quanto menor é o módulo de elasticidade do betão do núcleo, menor é carga crítica de Euler, consequentemente, menor é a tensão de Euler e menor é a sua razão com a tensão de cedência do aço.

6.2.2 Fórmula de Rankine-Gordon para colunas mistas

No Capítulo 3, desenvolveu-se uma proposta de adaptação da fórmula de Rankine-Gordon para colunas mistas aço-betão.

Nas Figuras 6.14, 6.15 e 6.16, são expostas as curvas, obtidas seguindo a filosofia apresentada no parágrafo 3.2.3, uma para cada tipo de aço (S235, S275 e S355) e os dois tipos de betão C25/30 e C45/55. Para tal, foram consideradas as colunas circulares tubulares do parágrafo 6.2. Relembra-se que, tal como na hipótese de Euler para colunas mistas aço-betão, o valor da tensão crítica destas curvas é normalizado pelo valor da tensão de cedência do aço que as constitui.

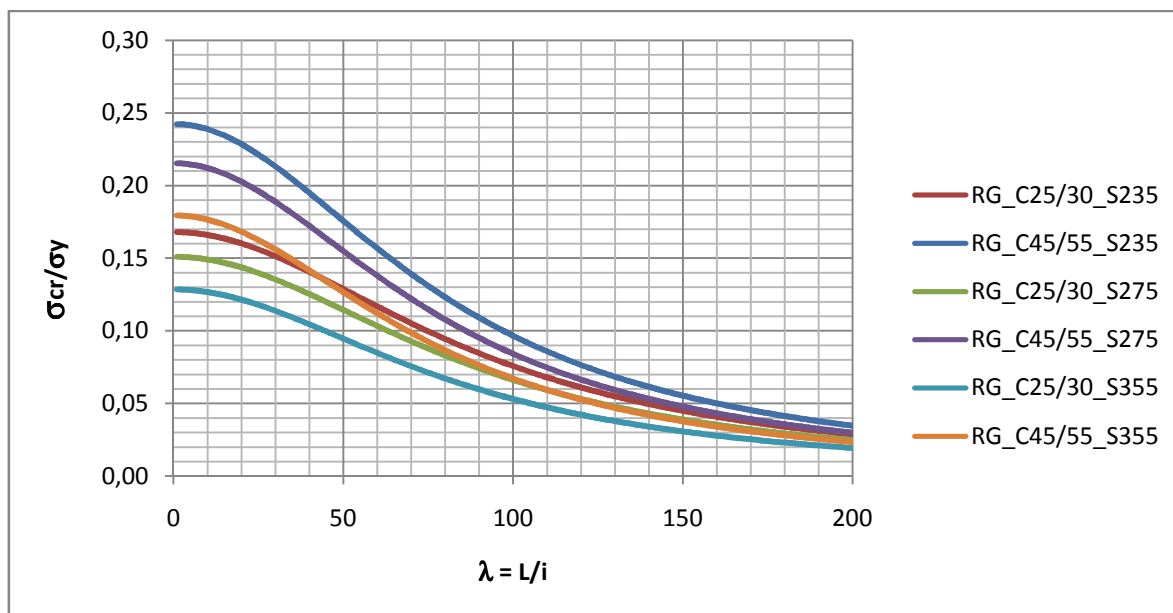


Figura 6.14: Curvas de Rankine-Gordon misto para os betões C25/30 e C45/55 conjugados com os aços; S235, S275, S355.

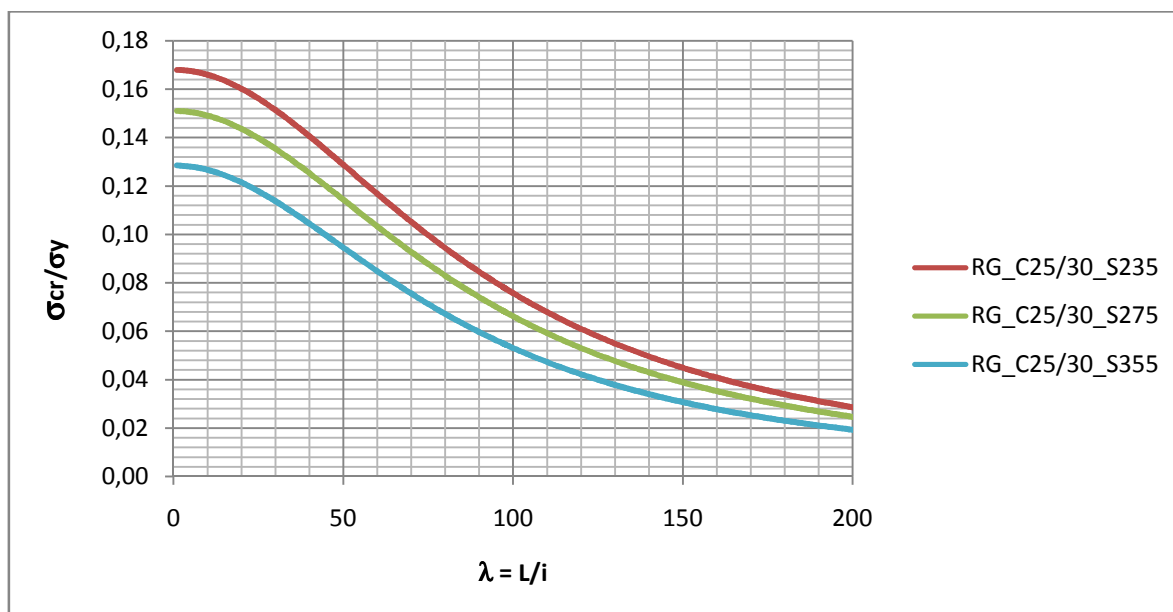


Figura 6.15: Curvas de Rankine-Gordon misto para o betão C25/30 conjugado com os aços; S235, S275, S355

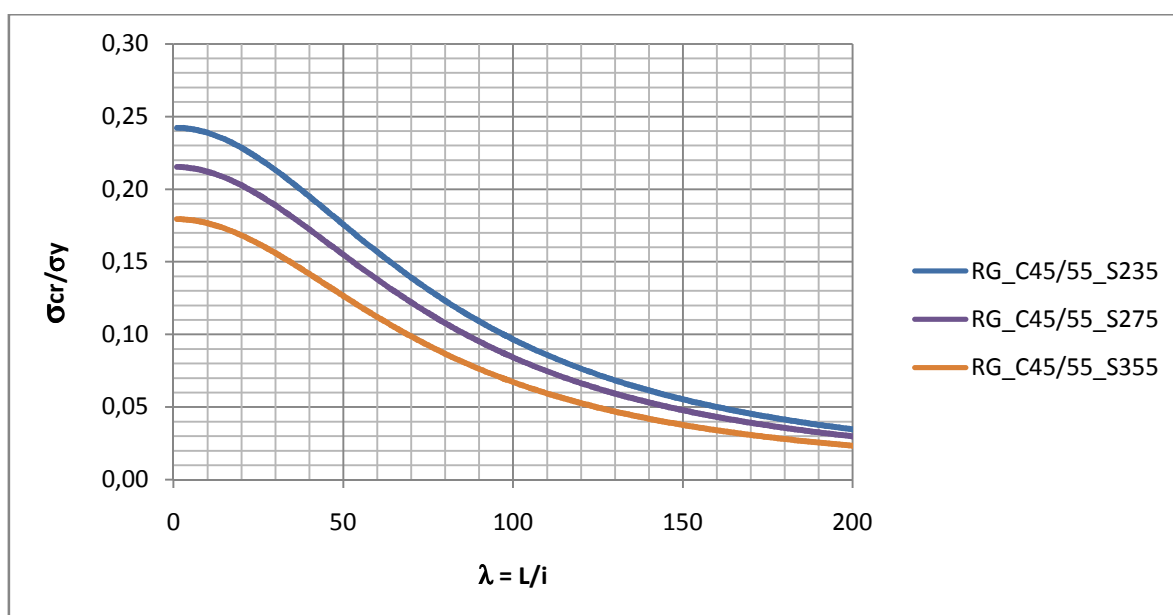


Figura 6.16: Curvas de Rankine-Gordon misto para o betão C45/55 conjugado com os aços; S235, S275, S355

Da análise das Figuras 6.14, 6.15 e 6.16, observa-se que para uma coluna, com a respectiva esbelteza, quanto maior for a classe de resistência do núcleo, maior é a razão entre a tensão crítica e a tensão de cedência do aço.

Também se observa que numa determinada coluna, com igual classe de resistência do betão do núcleo, quanto maior for a classe de resistência do aço menor é a razão entre a tensão crítica e a tensão de cedência do aço.

6.3 Curvas de Tensões Críticas Normalizadas para Colunas Tubulares Circulares Imperfeitas em Aço

Neste parágrafo, são apresentados os resultados obtidos da análise não linear elástica e material das colunas tubulares circulares em aço, onde se estudou o comportamento de três classes de aço; S235, S275, S355. Refira-se que estas colunas possuem imperfeições geométricas, nomeadamente; deformada inicial e excentricidades de carga.

6.3.1 Deformações iniciais.

As deformações iniciais, como referido, foram umas das imperfeições geométricas em estudo. Estas têm uma variação sinusoidal, sendo definidas pela deformação cuja amplitude, $e_{0,d}$, e cuja lei matemática é de seguida apresentada, conforme exposto no Capítulo 4.

$$\delta_0(x) = e_{0,d} \cdot \sin\left(\frac{\pi \cdot x}{L}\right) \quad (6.6)$$

Este estudo realiza-se com o auxílio do software TBCOL (1983), cujo funcionamento e filosofia foi desenvolvida no Capítulo 3. A escolha desta ferramenta deve-se; sobretudo, à fácil interacção software- utilizador, rapidez de cálculo e resultados fiáveis, já demonstrados quer analiticamente quer experimentalmente (Barros, 1983).

As colunas em causa têm um diâmetro exterior de 500 mm, uma espessura de 10 mm, e comprimento (e portanto esbelteza) variável. Não são apresentados resultados para esbeltezas superiores à esbelteza limite, porque as colunas destes casos encontram-se no regime elástico da Hipótese de Euler.

Atendendo às características da secção das colunas, relembra-se que a curva de encurvadura é a curva **a** e a amplitude da encurvadura que rege a lei sinusoidal do padrão de deformações iniciais, $e_{0,d}$, é 1/300. Apresentam-se, na Tabela 6.5, os resultados das tensões críticas para colunas com um padrão de deformações iniciais dos exemplares em análise

Tabela.6.5: Tabela de tensões críticas para colunas com um padrão de deformações iniciais

λ	$\sigma_{(235)}$	$\sigma_{(275)}$	$\sigma_{(355)}$	$\sigma/\sigma_{y(235)}$	$\sigma/\sigma_{y(275)}$	$\sigma/\sigma_{y(355)}$
5,2	235	275	355	1	1	1
9,8	235	275	355	1	1	1
20,2	235	275	355	1	1	1
30,1	235	275	355	1	1	1
39,9	235	274	346,8	1	0,996	0,977
50,3	225,4	254	315	0,959	0,924	0,887
60,1	205,2	231,2	283,2	0,873	0,841	0,798
69,9	186,4	208,1	248,5	0,793	0,757	0,7
79,8	167,6	184,9	213,8	0,713	0,672	0,602
90,2	147,4	159,7	181,3	0,627	0,581	0,511
100	130	135		0,553	0,491	0
109,8	112,6			0,479	0	0

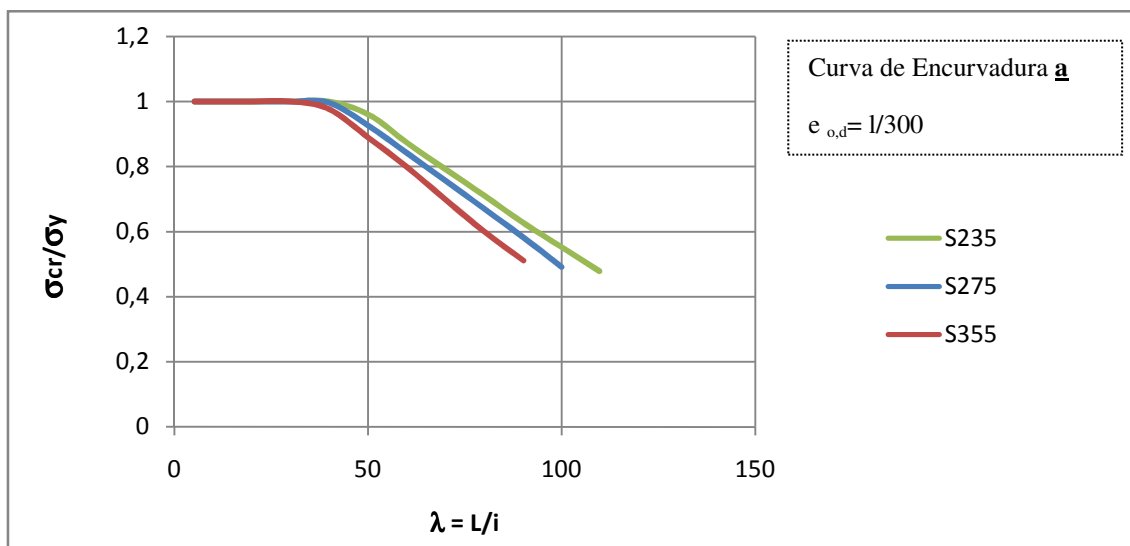


Figura 6.17: Curva de Tensões Críticas normalizadas para os três tipos de aço; S235, S275 e S355

Observando Figura 6.17 e a Tabela 6.5 depara-se que para colunas, geometricamente iguais, quanto maior for a classe de resistência do aço, que a constitui, maior é a sua capacidade resistente. No entanto, quando se divide a tensão crítica pela respectiva tensão de

cedência, de forma a tornar as curvas adimensionais, nota-se que para uma dada esbelteza a razão entre a tensão crítica e a tensão de cedência é menor quanto maior for a classe de resistência do aço.

Nas Figuras 6.18, 6.19 e 6.20, apresentam-se as curvas tensões críticas normalizadas com as respectivas curvas teóricas; Euler, Rankine-Gordon e de Encurvadura, para os três tipos de aço; S235, S275 e S355.

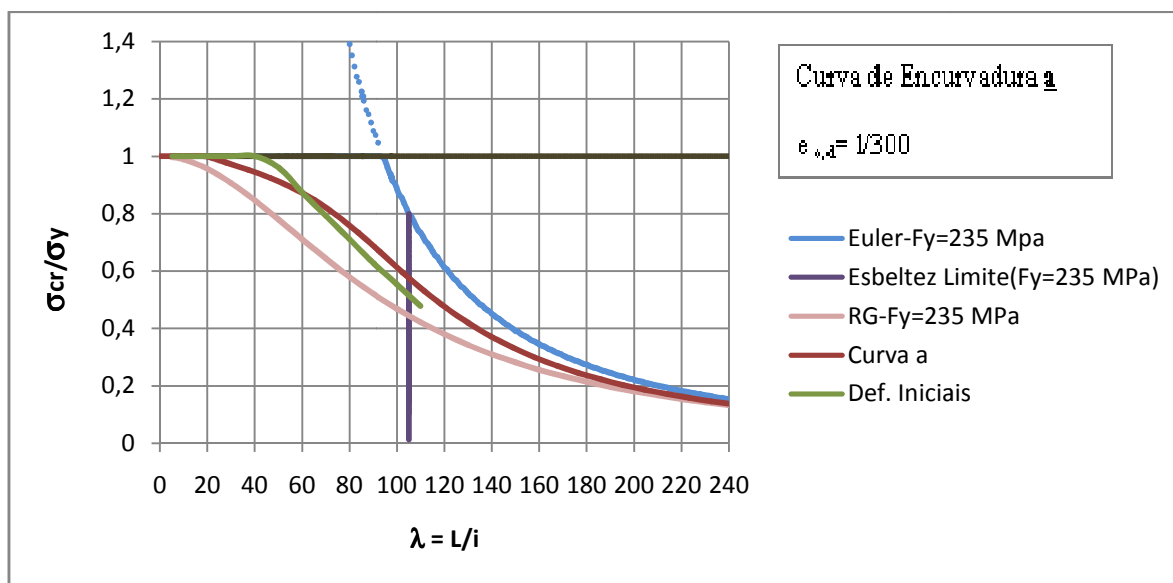


Figura 6.18: Curvas de Euler, de Rankine-Gordon, Encurvadura a e Tensões Críticas normalizadas para o aço S235

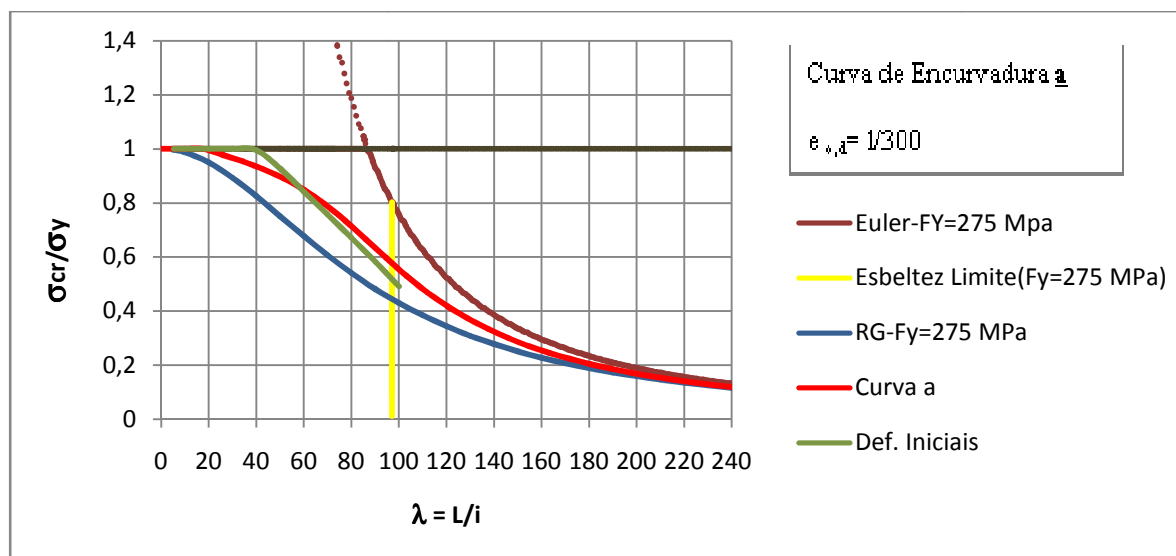


Figura 6.19: Curvas de Euler, de Rankine-Gordon, Encurvadura a e Tensões Críticas normalizadas para o aço S275

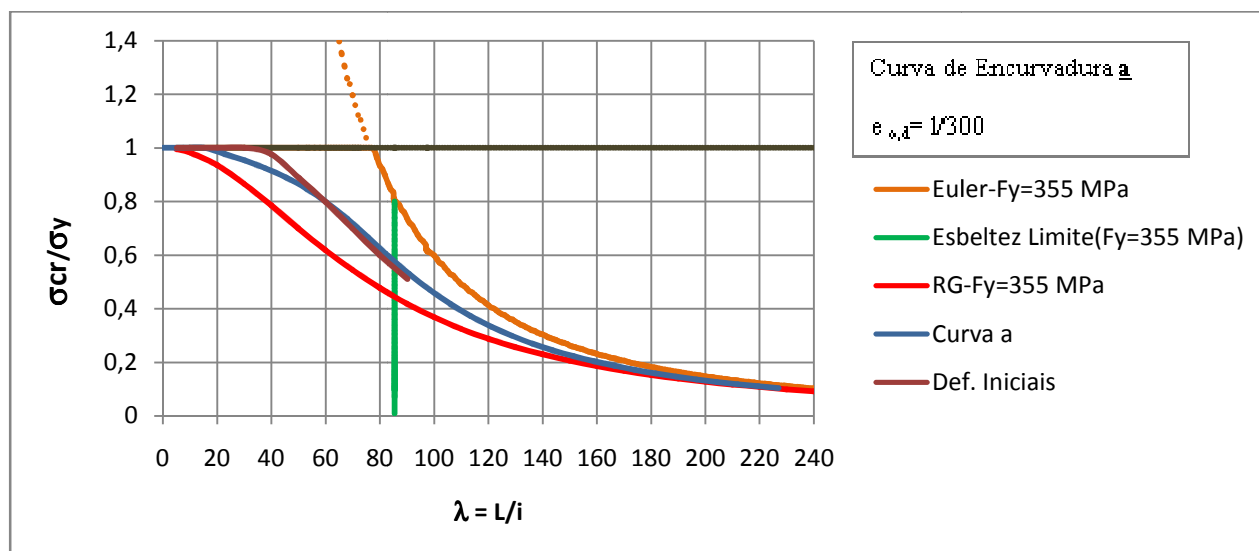


Figura 6.20: Curvas de Euler, de Rankine-Gordon, Encurvadura a e Tensões Críticas normalizadas para o aço S355

Para as três classes de aço observa-se que as curvas desenvolvidas com a determinação da capacidade resistente realizada através do software TBCOL (Barros, 1983) se encontram abaixo da Curva de Euler, acima da Curva de Rankine-Gordon e tendem para - ou quase coincidem com (ou pouco - interceptam) - a Curva de Encurvadura.

O facto da curva de tensões críticas normalizadas se encontrar abaixo da de Euler deve-se a que esta ultima, corresponde à curva de encurvadura elástica, tornando-se assim no limite superior. Em contra-partida, a curva de Rankine-Gordon abrangendo tanto o campo elástico como o campo plástico, tornando-se dessa forma num limite inferior.

A Fórmula de Rankine-Gordon é usada com frequência no dimensionamento de elementos comprimidos. Para além se ter um cálculo muito simples, a capacidade resistente das colunas reais é superior à de Rankine-Gordon, mas com a mesma configuração e com uma margem de segurança. Esta margem visa compensar uma carência deste método, que é o facto não contemplar imperfeições geométricas (deformações iniciais, excentricidades de carga) partindo do princípio que as colunas são perfeitas ou quase (com umas tolerâncias dentro de limites).

Analisando as Figuras 6.18, 6.19 e 6.20, observa-se, que independentemente da classe de resistência do aço constituinte da coluna, a curva de tensões críticas normalizadas para colunas com certo padrão de deformações iniciais, e para esbeltezas inferiores a valores, aproximadamente, de 60, é superior à curva de encurvadura a e para esbeltezas superiores a

este intervalo, a curva tensões críticas normalizadas para colunas com certo padrão de deformações iniciais é inferior à curva de encurvadura \underline{a} .

No entanto, para esbeltezas inferiores a valores aproximadamente a 60, está-se na presença de colunas com capacidade resistente controlada por desempenho elasto-plástico (instabilidade elasto-plástica), à medida que a esbelteza diminui, até ao limite mínimo controlado pelo esmagamento. Para esbeltezas superiores a 60, está-se na presença de colunas com capacidade resistente controlada por desempenho elástico à medida que a esbelteza aumenta, isto é, por fenómenos de instabilidade elástica.

6.3.2 Excentricidades de carga.

As excentricidades de carga, como referido no Capítulo 4, são umas das imperfeições geométricas abordadas. Analisam-se três casos; $e = i/10$, $e = i/20$, $e = i/40$.

As colunas em causa têm as mesmas características das colunas estudadas no parágrafo 6.3.1, com a particularidade de não possuírem um padrão de deformações iniciais e estarem submetidas a excentricidades de carga.

Apresentam-se na Tabela 6.6 e Figura 6.21 os resultados obtidos para a capacidade resistente de colunas com excentricidades de carga para o aço S235

Tabela.6.6: Tabela de tensões críticas para colunas com excentricidades de carga para o aço S235

λ	$\sigma_{(e=i/10)}$	$\sigma_{(e=i/20)}$	$\sigma_{(e=i/40)}$	$\sigma/\sigma_{y(235)}$	$\sigma/\sigma_{y(235)}$	$\sigma/\sigma_{y(235)}$
5,2	235	235	235	1	1	1
9,8	235	235	235	1	1	1
20,2	235	235	235	1	1	1
30,1	235	235	235	1	1	1
39,9	235	235	235	1	1	1
50,3	225,4	235	235	0,959	1	1
60,1	208,4	216,7	219,6	0,887	0,922	0,934
69,9	193,6	202,3	205,2	0,824	0,861	0,873
79,8	179,2	187,8	190,7	0,763	0,799	0,811
90,2	164,7	170,5	176,3	0,701	0,726	0,75
100	144,5	154,8	161,8	0,615	0,659	0,689
109,8	131,5	140,1	146,3	0,56	0,596	0,623

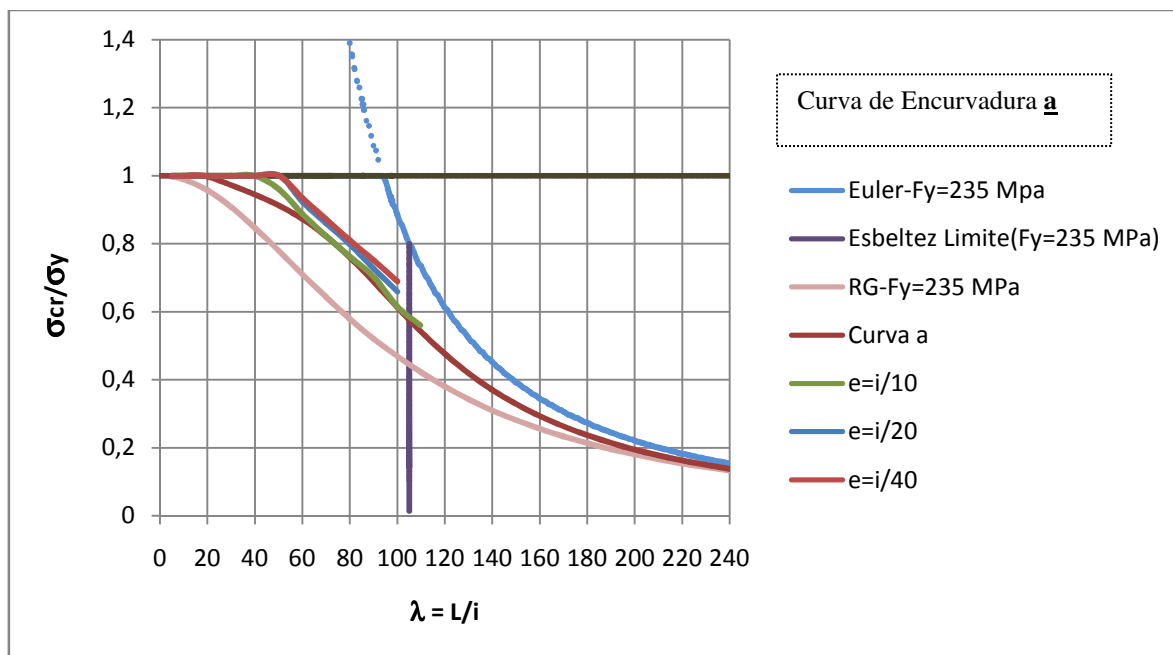


Figura 6.21: Curvas de Tensões Críticas normalizadas, Euler, Rankine-Gordon e Encurvadura a para o aço S235

Apresentam-se na Tabela 6.7 e Figura 6.22 os resultados obtidos para a capacidade resistente de colunas com excentricidades de carga para o aço S275

Tabela.6.7: Tabela de tensões críticas para colunas com excentricidades de carga para o aço S275

λ	$\sigma_{(\epsilon=1/10)}$	$\sigma_{(\epsilon=1/20)}$	$\sigma_{(\epsilon=1/40)}$	$\sigma/\sigma_{y(275)}$	$\sigma/\sigma_{y(275)}$	$\sigma/\sigma_{y(275)}$
5,2	275	275	275	1	1	1
9,8	275	275	275	1	1	1
20,2	275	275	275	1	1	1
30,1	275	275	275	1	1	1
39,9	275	275	275	1	1	1
50,3	254,3	263	265,8	0,925	0,956	0,967
60,1	234,1	242,7	248,5	0,851	0,883	0,904
69,9	216,7	225,4	229	0,788	0,82	0,833
79,8	196,5	205,2	210,9	0,715	0,746	0,767
90,2	180	185,3	195	0,655	0,674	0,709
100	156,4	167,6	174,8	0,569	0,609	0,636

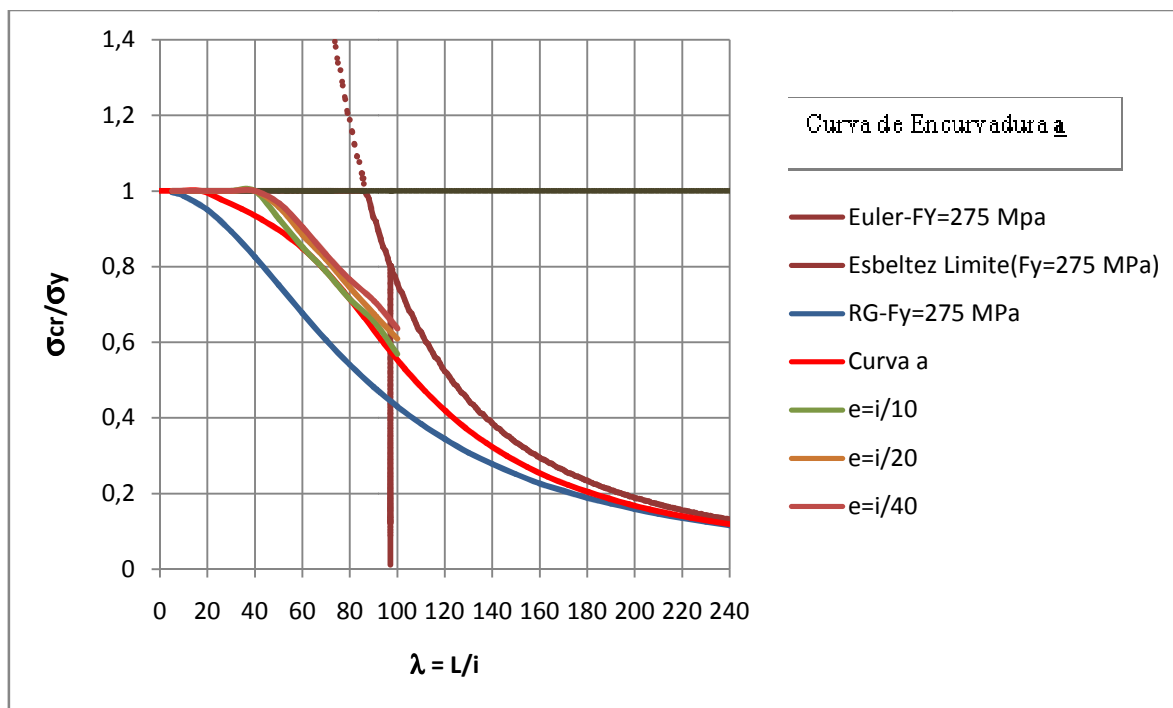


Figura 6.22: Curvas de Tensões Críticas normalizadas, Euler, Rankine-Gordon e Encurvadura a para o aço S275

Apresentam-se na Tabela 6.8 e Figura 6.23 os resultados obtidos para a capacidade resistente de colunas com excentricidades de carga para o aço S355

Tabela.6.8: Tabela de tensões críticas para colunas com excentricidades de carga para o aço S355

λ	$\sigma_{(\epsilon=1/10)}$	$\sigma_{(\epsilon=1/20)}$	$\sigma_{(\epsilon=1/40)}$	$\sigma/\sigma_{y(355)}$	$\sigma/\sigma_{y(355)}$	$\sigma/\sigma_{y(355)}$
5,2	355	355	355	1	1	1
9,8	355	355	355	1	1	1
20,2	355	355	355	1	1	1
30,1	355	355	355	1	1	1
39,9	350	346,8	355	0,986	0,977	1
50,3	309,2	317,9	323,6	0,871	0,895	0,912
60,1	280,5	291,9	301	0,79	0,822	0,848
69,9	251,5	265	275	0,708	0,746	0,775
79,8	225,4	240	250	0,635	0,676	0,704
90,2	196,5	209,5	218,9	0,554	0,59	0,617

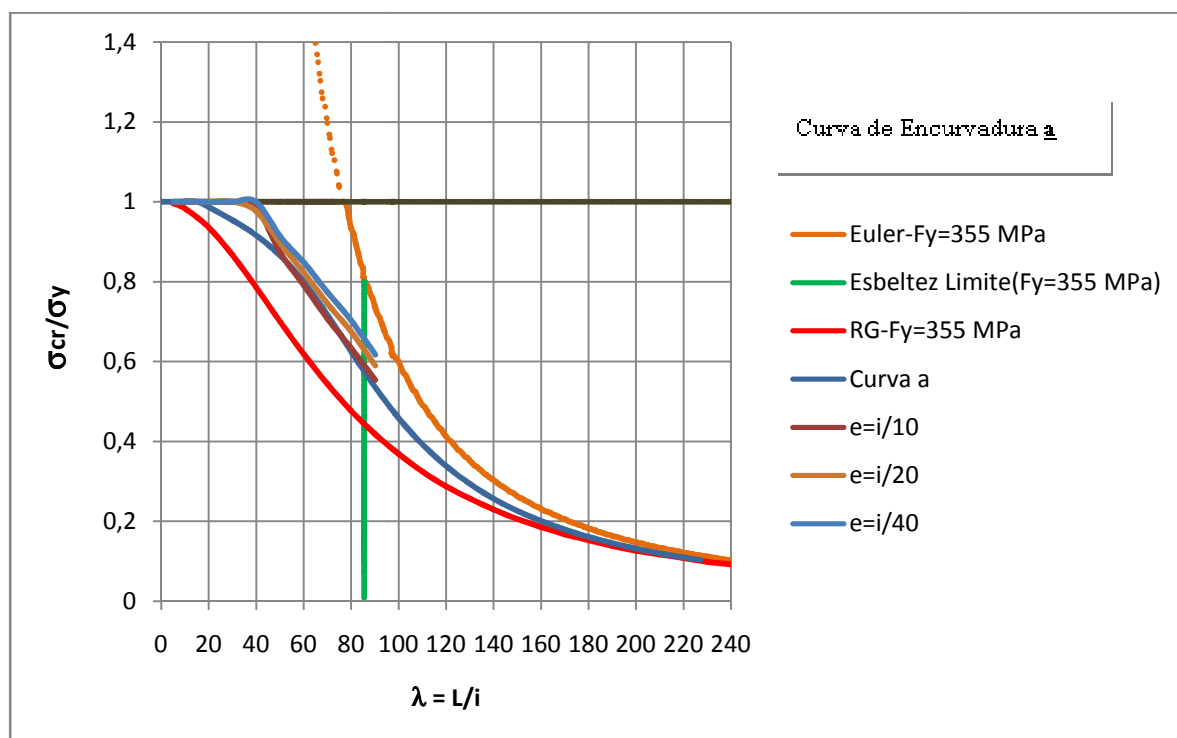


Figura 6.23: Curvas de Tensões Críticas normalizadas, Euler, Rankine-Gordon e Encurvadura \underline{a} para o aço S355

Da análise das curvas, apresentadas nas Tabelas 6.8, 6.9 e 6.10 e nas Figuras 6.21, 6.22 e 6.23, denota-se que as curvas da modelação computacional encontram-se abaixo da curva de Euler e acima da curva de encurvadura \underline{a} do Eurocódigo e consequentemente acima da Curva de Rankine-Gordon.

Para as três classes de aço comprova-se que quanto maior for a excentricidade da carga aplicada menor é a carga crítica e consequentemente, menor é a tensão crítica. Por sua vez, quando se divide a tensão crítica pela respectiva tensão de cedência do aço, de forma a normalizar as curvas, nota-se que para uma dada esbelteza o razão entre a tensão crítica e a tensão de cedência é menor quanto maior for a excentricidade de carga.

As curvas obtidas neste caso não apresentam uma tão grande visibilidade da sua variabilidade adoptada ao seu traçado contínuo; isto deve-se à necessidade de diminuir neste caso o critério de erro relativo associado à convergência do processo iterativo inerente à metodologia do processo computacional do software TBCOL utilizado.

6.4 Curvas de Colunas Tubulares Circulares Imperfeitas em Betão Encamisado em Tubo de Aço

Neste parágrafo pretende-se apresentar os resultados obtidos do estudo de colunas tubulares circulares em aço preenchidas com betão.

As colunas estudadas são constituídas por betão de duas classes de resistência, C25/30 e C45/55, encamisado em tubo de aço com três classes de resistência, S235, S275 e S355. Estas têm as mesmas características das colunas estudadas no parágrafo 6.3.1, com a particularidade de possuírem um núcleo em betão simples.

Em relação às imperfeições geométricas analisadas anteriormente, deformações iniciais e excentricidades de carga, optou-se por abordar apenas as deformações iniciais, pois a influência das excentricidades de carga foram analisadas no parágrafo 6.3.

A determinação da carga última nas colunas mistas realizou-se com o auxílio da equação de interação mencionada no parágrafo 3.2.4 (Barros, 2009)

Nas Tabelas 6.9 a 6.14, apresentam-se as tensões críticas para colunas mistas aço-betão com um padrão de deformações iniciais, para os três tipos de aço conjugados com os dois tipos de betão

Tabela.6.9: Tabela de tensões críticas para colunas mistas aço-betão com um padrão de deformações iniciais, para aço S235 e Betão C25/30

λ	Pcr, teórico (kN)	Pcr, com def. Iniciais (kN)	Mp (kN.m)	Pp, (kN)	Pu(KN)	$\sigma_{cr}(KPa)$	σ_{cr}/σ_y
25,31	2166931,64	1071500,00	675,17	7265,56	8382,23	7906,70	0,03
47,81	607340,70	500500,00	675,17	7208,63	8244,06	7776,37	0,03
98,44	143282,83	140000,00	675,17	7082,20	7777,62	7336,39	0,03
146,25	64911,78	63000,00	675,17	6964,89	7176,21	6769,10	0,03
194,07	36866,51	37250,00	675,17	6849,63	6561,69	6189,44	0,03
244,69	23189,52	22750,00	675,17	6709,05	5809,19	5479,63	0,02
292,50	16227,95	15800,00	675,17	6558,77	5143,68	4851,88	0,02
340,32	11988,35	11500,00	675,17	6400,91	4518,50	4262,16	0,02
388,13	9216,63	9100,00	675,17	6236,38	4035,66	3806,72	0,02
438,76	7212,42	7775,00	675,17	6058,80	3696,04	3486,36	0,01

Tabela.6.10: Tabela de tensões críticas para colunas mistas aço-betão com um padrão de deformações iniciais, para aço S235 e Betão C45/55

λ	Pcr, teórico (kN)	Pcr, com def. Iniciais (kN)	Mp (kN.m)	Pp, (kN)	Pu(KN)	σ_{cr} (KPa)	σ_{cr}/σ_y
25,31	2325683,78	1290000,00	711,66	10460,96	12050,28	11366,67	0,05
47,81	651835,25	582750,00	711,66	10348,80	11790,03	11121,18	0,05
98,44	153779,91	153125,00	711,66	10100,94	10908,55	10289,71	0,04
146,25	69667,30	70000,00	711,66	9872,55	9862,33	9302,83	0,04
194,07	39567,40	41250,00	711,66	9649,67	8821,09	8320,67	0,04
244,69	24888,41	26125,00	711,66	9380,01	7694,56	7258,05	0,03
292,50	17416,83	18406,25	711,66	9094,47	6716,26	6335,25	0,03
340,32	12866,63	13875,00	711,66	8797,77	5888,44	5554,39	0,02
388,13	9891,85	10450,00	711,66	8492,19	5077,09	4789,06	0,02
438,76	7740,81	10185,00	711,66	8166,79	4914,29	4635,50	0,02

Tabela.6.11: Tabela de tensões críticas para colunas mistas aço-betão com um padrão de deformações iniciais, para aço S275 e Betão C25/30

λ	Pcr, teórico (kN)	Pcr, com def. Iniciais (kN)	Mp (kN.m)	Pp, (kN)	Pu(KN)	σ_{cr} (KPa)	σ_{cr}/σ_y
25,31	2166931,64	1070265,00	779,54	7819,80	9016,19	8504,69	0,03
47,81	607340,70	501500,00	779,54	7762,70	8866,80	8363,78	0,03
98,44	143282,83	140275,00	779,54	7635,78	8350,27	7876,56	0,03
146,25	64911,78	65000,00	779,54	7517,87	7705,43	7268,29	0,03
194,07	36866,51	36750,00	779,54	7401,87	6973,61	6578,00	0,02
244,69	23189,52	22500,00	779,54	7260,19	6138,79	5790,53	0,02
292,50	16227,95	16500,00	779,54	7108,46	5506,95	5194,54	0,02
340,32	11988,35	11500,00	779,54	6948,78	4745,65	4476,43	0,02
388,13	9216,63	9275,00	779,54	6782,00	4262,16	4020,36	0,01
438,76	7212,42	7850,00	779,54	6601,55	3881,07	3660,89	0,01

Numa breve análise às Tabelas 6.9 a 6.14, depara-se com o facto da carga crítica teórica, carga de crítica de Euler (formulação Eurocódigo 4 (2004) – somando as rigidezes flexionais do aço e do betão), ter valores inferiores aos valores correspondentes obtidos para determinados padrões de deformações iniciais. Este facto pode ser devido:

- i) Parâmetro de controlo - Processo de convergência do software para o erro de convergência considerado;

- ii) A expressão simples do Eurocódigo 4 (2004) atribui uma rigidez flexional, EI, equivalente a toda a secção, pelo que a determinação da carga crítica é obtida globalmente numa coluna homogénea;
- iii) Apesar do software utilizado MIDAS/CIVIL (2005), utilizar características materiais resultantes de uma homogeneização da secção, a determinação da carga crítica – através da análise não linear geométrica – é caracterizada através de discretização global e local em elementos finitos.

Tabela.6.12: Tabela de tensões críticas para colunas mistas aço-betão com um padrão de deformações iniciais, para aço S275 e Betão C45/55

λ	Pcr, teórico (kN)	Pcr, com def. Iniciais (kN)	Mp (kN.m)	Pp, (kN)	Pu(KN)	σ_{cr} (KPa)	σ_{cr}/σ_y
25,31	2325683,78	1290500,00	820,84	11020,37	12688,39	11968,58	0,04
47,81	651835,25	583000,00	820,84	10912,51	12418,68	11714,16	0,04
98,44	153779,91	155000,00	820,84	10673,77	11491,22	10839,32	0,04
146,25	69667,30	72000,00	820,84	10453,29	10399,37	9809,41	0,04
194,07	39567,40	42100,00	820,84	10237,65	9280,17	8753,70	0,03
244,69	24888,41	27750,00	820,84	9976,05	8180,46	7716,38	0,03
292,50	17416,83	18750,00	820,84	9698,18	7041,77	6642,29	0,02
340,32	12866,63	14250,00	820,84	9408,41	6188,77	5837,68	0,02
388,13	9891,85	10875,00	820,84	9108,80	5365,72	5061,32	0,02
438,76	7740,81	10500,00	820,84	8788,34	5178,80	4885,00	0,02

Tabela.6.13: Tabela de tensões críticas para colunas mistas aço-betão com um padrão de deformações iniciais, para aço S355 e Betão C25/30

λ	Pcr, teórico (kN)	Pcr, com def. Iniciais (kN)	Mp (kN.m)	Pp, (kN)	Pu(KN)	σ_{cr} (KPa)	σ_{cr}/σ_y
25,31	2166931,64	1070400,00	985,23	8926,65	10280,14	9696,94	0,03
47,81	607340,70	501750,00	985,23	8867,80	10103,76	9530,57	0,03
98,44	143282,83	140500,00	985,23	8736,84	9474,07	8936,61	0,03
146,25	64911,78	65500,00	985,23	8614,98	8688,60	8195,69	0,02
194,07	36866,51	37250,00	985,23	8494,89	7807,44	7364,52	0,02
244,69	23189,52	24500,00	985,23	8347,93	6952,37	6557,96	0,02
292,50	16227,95	17000,00	985,23	8190,19	6103,99	5757,71	0,02
340,32	11988,35	12000,00	985,23	8023,77	5248,93	4951,16	0,01
388,13	9216,63	9500,00	985,23	7849,45	4654,95	4390,88	0,01
438,76	7212,42	8000,00	985,23	7660,26	4214,65	3975,55	0,01

Tabela.6.14: Tabela de tensões críticas para colunas mistas aço-betão com um padrão de deformações iniciais, para aço S355 e Betão C45/55

λ	Pcr, teórico (kN)	Pcr, com def. Iniciais (kN)	Mp (kN.m)	Pp (kN)	Pu (kN)	σ_{cr} (KPa)	σ_{cr}/σ_y
25,31	2325683,78	1290750,00	1035,67	12134,21	13956,98	13165,20	0,04
47,81	651835,25	583250,00	1035,67	12030,65	13661,46	12886,44	0,04
98,44	153779,91	152500,00	1035,67	11800,93	12589,23	11875,04	0,03
146,25	69667,30	72250,00	1035,67	11588,15	11356,59	10712,33	0,03
194,07	39567,40	42350,00	1035,67	11379,41	10081,88	9509,93	0,03
244,69	24888,41	27750,00	1035,67	11125,31	8823,22	8322,68	0,02
292,50	17416,83	18800,00	1035,67	10854,29	7551,57	7123,16	0,02
340,32	12866,63	13540,00	1035,67	10570,33	6442,67	6077,18	0,02
388,13	9891,85	10875,00	1035,67	10275,21	5693,12	5370,15	0,02
438,76	7740,81	10525,00	1035,67	9957,70	5513,37	5200,60	0,01

Note-se, todavia que apesar dos valores divergirem são, contudo, da mesma ordem de grandeza.

Na Figura 6.24, apresentam-se todas as curvas das Tensões Críticas Normalizadas (pela tensão de cedência do tubo de aço correspondente) associadas aos resultados obtidos e anteriormente tabelados.

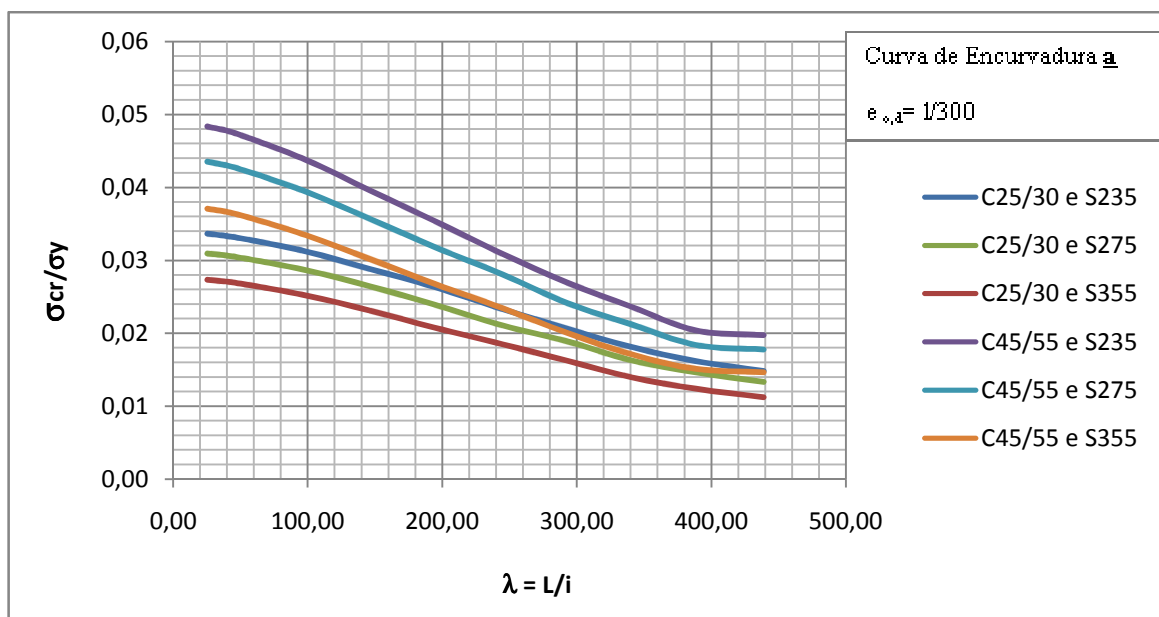


Figura 6.24: Curvas de Tensões Críticas normalizadas em aço, para as duas classes de betão e as três classes de aço

Após uma breve análise às curvas apresentadas, verifica-se que, para os três tipos de aço, quanto maior for a classe do betão constituinte do núcleo maior é a razão entre a tensão crítica da coluna e a tensão de cedência do tubo da secção, consequentemente, maior carga critica. Individualizou-se cada uma das seis curvas representadas e compara-se cada uma delas com a curva de Euler e Rankine –Gordon conforme se apresenta nas Figuras 6.25 a 6.30.

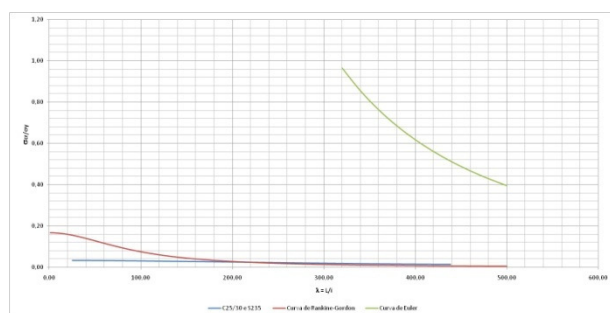


Figura 6.25: Curvas de Tensões Críticas normalizadas em aço, Rankine-Gordon e de Euler, para os betões C25/30 e S235

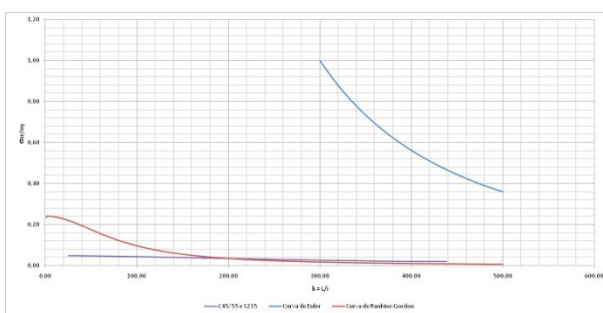


Figura 6.26: Curvas de Tensões Críticas normalizadas em aço, Rankine-Gordon e de Euler, para os betões C45/55 e S235

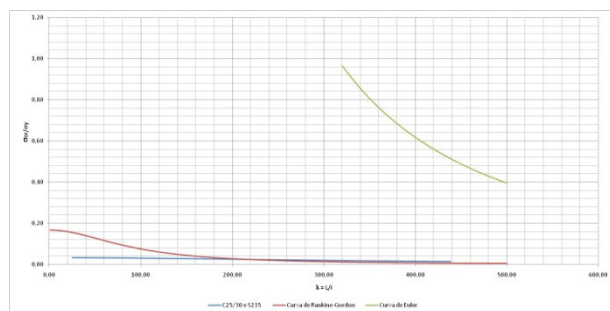


Figura 6.27: Curvas de Tensões Críticas normalizadas em aço, Rankine-Gordon e de Euler, para os betões C25/30 e S275

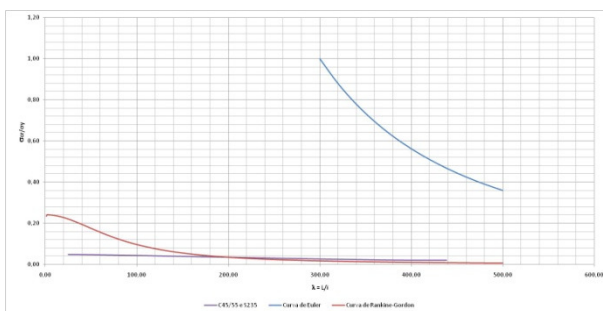


Figura 6.28: Curvas de Tensões Críticas normalizadas em aço, Rankine-Gordon e de Euler, para os betões C45/55 e S275

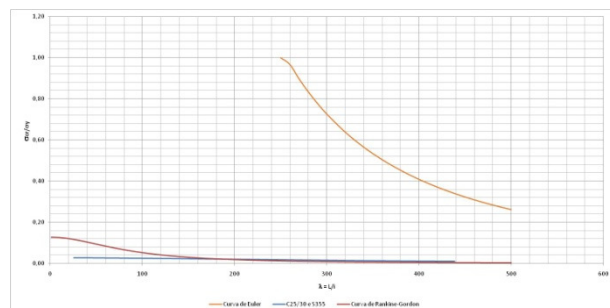


Figura 6.29: Curvas de Tensões Críticas normalizadas em aço, Rankine-Gordon e de Euler, para os betões C25/30 e S355

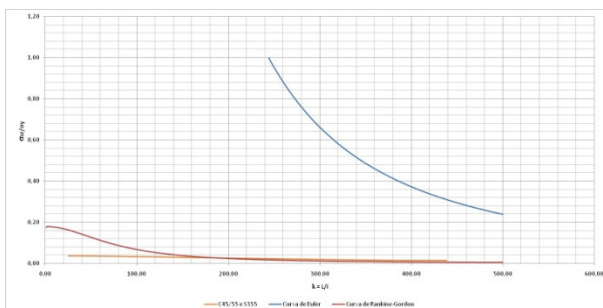


Figura 6.30: Curvas de Tensões Críticas normalizadas em aço, Rankine-Gordon e de Euler, para os betões C45/55 e S355

Desta comparação, às escalas respectivas, pode-se perceber a importância e as alterações introduzidas pelas deformações iniciais quando comparadas com as envolventes de Euler e Rankine-Gordon.

Continua a verificar-se para colunas de muito baixa esbelteza e de média esbelteza a curva de Rankin-Gordon é limite inferior. Todavia, a partir de determinados valores já muito elevados de esbelteza verificou-se numericamente que a curva de Rankine-Gordon deixou de ser limite inferior, porque se cruza com a curva de deformações iniciais.

A esbelteza desse cruzamento (e de inversão de formulações de limite inferior) para as colunas mistas com núcleo em betão de classe de resistência C25/30: situa-se no intervalo [210;220], quando encamisado com tubo de aço S235; situa-se no intervalo [200;210], quando encamisado com tubo de aço S275; situa-se no intervalo [180;200], quando encamisado com tubo de aço S355.

Por sua vez, a esbelteza desse cruzamento (e de inversão de formulações de limite inferior) para as colunas mistas com núcleo em betão de classe de resistência C45/55: situa-se no intervalo [190;210], quando encamisado com tubo de aço S235; situa-se no intervalo [180;200], quando encamisado com tubo de aço S275; situa-se no intervalo [170;190], quando encamisado com tubo de aço S355.

Como estes resultados deste estudo paramétrico foram realizadas através do software MIDAS/CIVIL (2005), o qual realiza homogeneização de secções, esta alteração comportamental das colunas mistas em relação às de aço, para esbeltezas muito elevadas, pode dever-se ao modo como a homogeneização é realizada.

Verifica-se também que quanto mais resistente for o núcleo de betão maior é a esbelteza correspondente à intercepção entre a curva de deformações iniciais e a curva de Rankine-Gordon. No entanto, para consolidar esta afirmação deveria ampliar-se o estudo a uma gama maior de betões. Refira-se que a fórmula de Rankine-Gordon utilizada no estudo das colunas mistas trata-se da adaptação da fórmula original, anteriormente referida e já desenvolvida no Capítulo 3.

6.5 Análise Comparativa entre Colunas Tubulares Circulares Imperfeitas em Aço e em Aço - Betão

Neste subcapítulo apresenta-se uma análise comparativa entre colunas tubulares circulares imperfeitas em aço e em aço preenchido com betão.

Nas Figuras 6.31 a 6.33 e Tabelas 6.15 a 6.17, expõem-se as curvas das deformações iniciais das colunas circulares tubulares em aço em aço – com classes de resistência S235, S275 e S355, e com padrão sinusoidal de deformações iniciais – assim como as homólogas em aço preenchido em betão em que o núcleo destas últimas tem betão de duas classes de resistência distintas (C25/30 e C45/55).

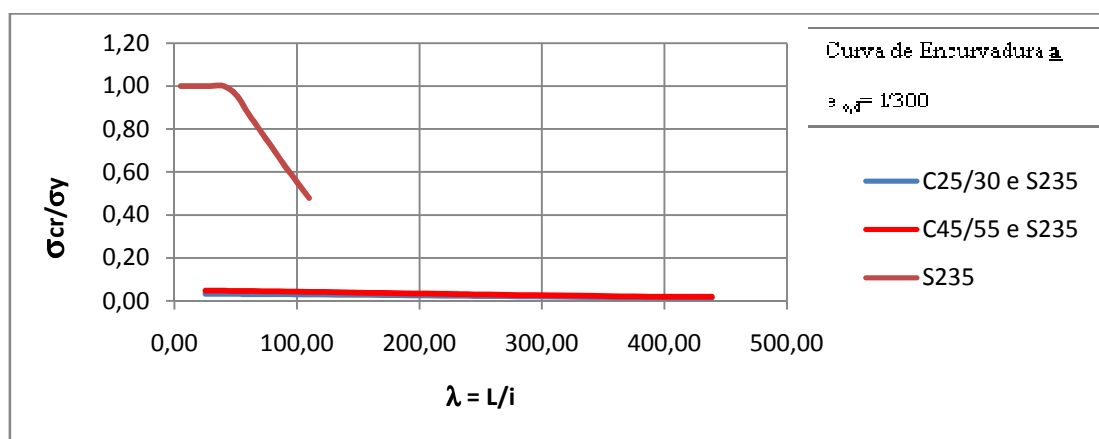


Figura 6.31: Curvas das Tensões Críticas Normalizadas das colunas em aço S235, e das colunas aço-betão (S235 e C25/30, S235 e C45/55)

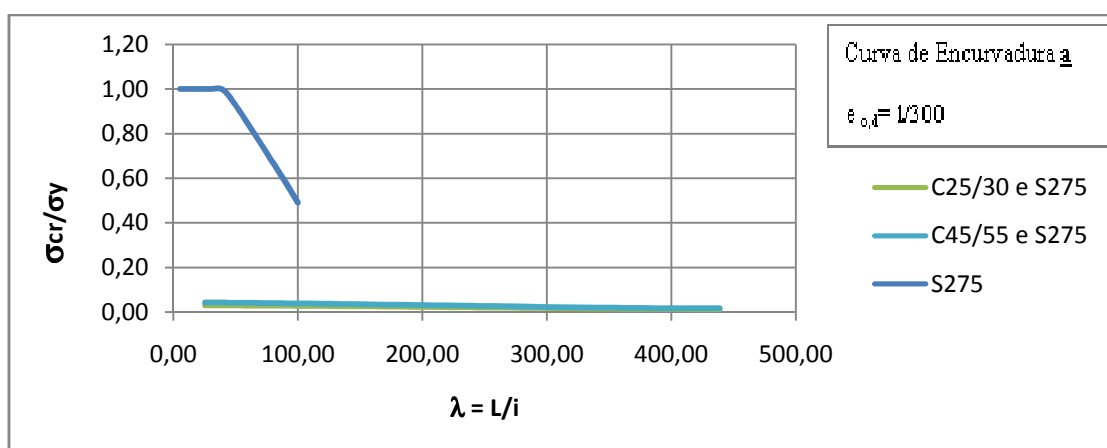


Figura 6.32: Curvas das Tensões Críticas Normalizadas das colunas em aço S275, e das colunas aço-betão (S275 e C25/30, S275 e C45/55)

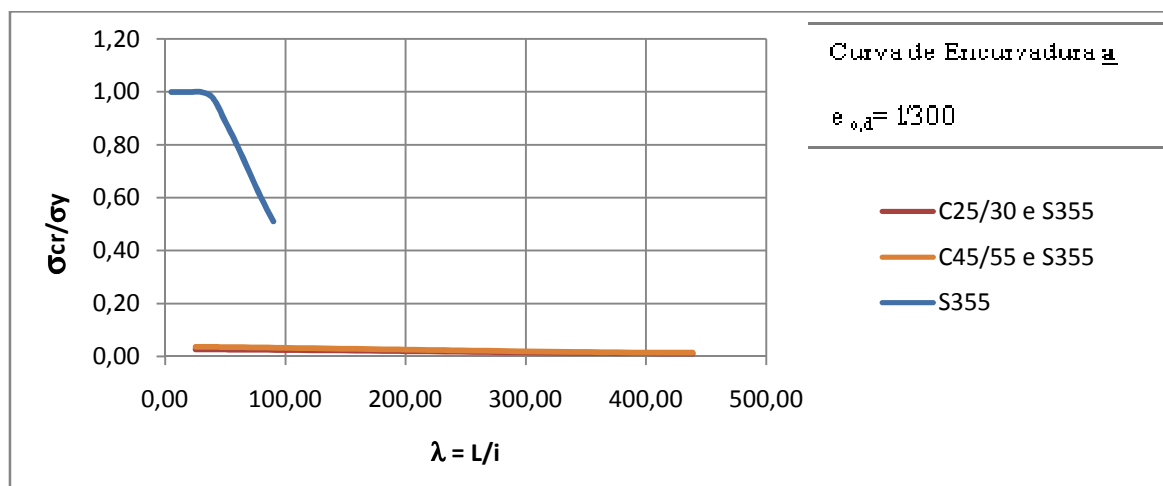


Figura 6.33: Curvas das Tensões Críticas Normalizadas das colunas em aço S355, e das colunas aço-betão (S355 e C25/30, S355 e C45/55)

Analisando as tabelas e as curvas apresentadas, verifica-se para as colunas em aço analisadas têm menor carga última que as suas homólogas preenchidas com betão e quanto maior for a classe de resistência do núcleo betão, que constitui as colunas, maior é a carga última (como seria de esperar). Nas Tabelas 6.15 a 6.17, apresentam-se os ganhos da carga última das colunas mistas, em relação à carga última da coluna de aço.

Observando as Tabelas 6.15 a 6.17, verifica-se que temos um ganho da carga última entre as colunas mistas, com núcleo em betão de classe de resistência C25/30 encamisado em aço S235 em relação às suas homólogas em aço é de [56,42%;171,71%]. No entanto, se a classe de resistência do núcleo em betão for C45/55 então o ganho da carga última é de [96,79%;233,11%]. Por sua vez, o ganho da carga última entre as colunas que contêm um núcleo em betão é de classe de resistência C25/30 encamisado em aço S275 em relação às suas homólogas em aço é de [54,73%;112,98%]; no entanto, se a classe de resistência do núcleo em betão for C45/55 então o ganho da carga última é de [63,54%;142,84%]. Por último, o ganho carga última das colunas com núcleo em betão de classe de resistência C25/30 e o aço envolvente de classe de resistência de S355 em relação às homólogas em aço é de [53,93%;120,51%]. No entanto, se a classe de resistência do núcleo em betão for C45/55 então o ganho da carga última é de [68,42%;155,40%].

Por último, o ganho da carga última entre as colunas mistas com núcleo em betão de classe de resistência de C45/55 em relação às colunas com núcleo de classe de resistência de C25/30 encamisado por tubo circular em aço S235 é de [25,81%;43,76%]. Ainda no caso da classe de resistência do aço ser S275 é de [8,60%;14,02%] e, por último, se a classe de resistência do aço for S355 é de [9,41%;15,82%].

Tabela.6.15: Tabela de ganhos da carga última das colunas mistas com duas classes de betão (C25/30 e C45/55) em relação às cargas críticas das colunas em aço de classe de resistência S235

L(m)	Ganho da carga última da coluna mista em C25/30, em relação à coluna em aço S235	Ganho da carga última da coluna mista em C45/55, em relação à coluna em aço S235	Ganho da carga última da coluna mista em C45/55, em relação à coluna mista em C25/30
0,9	131,71%	233,11%	43,76%
1,7	127,89%	225,91%	43,01%
3,5	115,00%	201,55%	40,26%
5,2	98,37%	172,62%	37,43%
6,9	81,39%	143,84%	34,43%
8,7	67,42%	121,76%	32,46%
10,4	62,84%	112,62%	30,57%
12,1	57,47%	105,21%	30,32%
13,8	56,42%	96,79%	25,81%

Tabela.6.16: Tabela de ganhos da carga última das colunas mistas com duas classes de betão (C25/30 e C45/55) em relação às cargas críticas das colunas em aço de classe de resistência S275

L(m)	Ganho da carga última da coluna mista em C25/30, em relação à coluna em aço S275	Ganho da carga última da coluna mista em C45/55, em relação à coluna em aço S275	Ganho da carga última da coluna mista em C45/55, em relação à coluna mista em C25/30
0,9	112,98%	142,84%	14,02%
1,7	109,45%	138,67%	13,95%
3,5	97,25%	123,80%	13,46%
5,2	82,02%	105,24%	12,76%
6,9	65,33%	85,10%	11,96%
8,7	57,00%	77,81%	13,25%
10,4	54,73%	71,51%	10,84%
12,1	48,14%	63,85%	10,61%
13,8	49,74%	63,54%	9,22%

Tabela.6.17: Tabela de ganhos da carga última das colunas mistas com duas classes de betão (C25/30 e C45/55) em relação às cargas críticas das colunas em aço de classe de resistência S355

L(m)	Ganho da carga última da coluna mista em C25/30, em relação à coluna em aço S355	Ganho da carga última da coluna mista em C45/55, em relação à coluna em aço S355	Ganho da carga última da coluna mista em C45/55, em relação à coluna mista em C25/30
0,9	120,51%	155,40%	15,82%
1,7	115,75%	149,99%	15,87%
3,5	99,61%	130,37%	15,41%
5,2	80,47%	107,81%	15,15%
6,9	65,23%	88,85%	14,29%
8,7	58,68%	81,96%	14,67%
10,4	54,06%	73,22%	12,44%
12,1	53,93%	68,42%	9,41%
13,8	54,26%	72,98%	12,13%

7 CONCLUSÕES E DESENVOLVIMENTOS FUTUROS

7.1 Síntese Geral

A presente dissertação teve por objecto apresentar um estudo comparativo (analítico-computacional e experimental) acerca do desempenho e da capacidade axial resistente de colunas tubulares em aço e em betão encamisado em aço. Este estudo foi proposto e realizado em sete capítulos, conforme foi exposto no Capítulo 1.

7.2 Conclusões

Neste parágrafo realçam-se as principais conclusões desta tese, nomeadamente as referentes aos resultados dos estudos experimentais, teórico-experimentais e teóricos anteriormente apresentados nos Capítulos 5 e 6.

7.2.1 Ensaio experimentais das colunas mistas

Dos resultados experimentais obtidos nos ensaios e das comparações teórico-experimentais realizadas, sobre a capacidade resistente e desempenho de colunas mistas aço-betão, retiraram-se algumas ilações.

A análise elástica não linear geométrica (AENL), dos exemplares ensaiados, mostra que as colunas mistas têm maior capacidade de carga e melhor desempenho que as suas homólogas em aço. Este comportamento é mais evidente quando se está na presença de fenómenos de confinamento.

O ganho de capacidade resistente das colunas mistas aço-betão em relação às colunas em aço é mais significativo quanto maior for a esbelteza da coluna. Esse ganho é mais acentuado quanto mais acentuados são os fenómenos de confinamento.

Na análise à rigidez tangente, concluiu-se que a rigidez ascendente, pré-encurvadura, é positiva e a rigidez descendente, pós-encurvadura, é negativa. Verifica-se ainda, que algumas colunas têm uma razão entre as duas rigidezes muito elevada; isto deve-se a que a descarga destas colunas que é muito acentuada.

Quando se confrontaram os resultados obtidos para a carga crítica, P_{cr} , pela metodologia de Southwell com os valores obtidos na análise elástica não linear (AENL), observaram-se erros da ordem de [-3,62% a 5,22], onde três das catorze colunas ensaiadas mostram erros em valor absoluto da ordem ou inferior aos 10%, seis apresentam erros em valor absoluto da ordem ou inferior aos 25% e as cinco restantes apresentam erros em valor absoluto da ordem ou superior aos 35%.

Os valores da carga crítica elástica obtidos por uma AENL são muito superiores à carga última (elasto-plástica) obtida nos ensaios. No entanto, a fórmula de Merchant-Rankine (FMR) na sua forma clássica (sem qualquer parâmetro de correcção) os valores da carga última assim obtidos são inferiores aos valores da carga última obtida nos ensaios. Verificou-se assim que, uma das catorze colunas tem um erro absoluto menor que 10%, quatro com erro absoluto entre 10 e 20 %, seis com um erro absoluto entre 30 e 40% e três com erro maior que 40%. As observações já realizadas das fontes de possíveis erros de observação e registo de valores experimentais (mencionados no Paragrafo 5.5) poderão permitir a compreensão desta tendência numérica. Outro ponto importante é a eventual existência de confinamento que, conjugado com uma melhor avaliação das excentricidades, permite corrigir o valor da carga crítica utilizado, implicando uma imediata subida do valor aproximado da carga última determinada através da fórmula de Merchant-Rankine.

Foi possível determinar para cada uma das famílias de colunas ensaiadas de três comprimentos distintos (e portanto também de esbeltezas) o coeficiente corrector da fórmula de Merchant-Rankine FMR (k_{FMR}) de modo a explicitá-la na sua versão FMR-modificada para colunas tubulares aço-betão. Foi analisada outra hipótese de aproximação (do tipo exponencial) da FMR clássica. Compararam-se as formulações analisadas da fórmula de Merchant-Rankine – nomeadamente FMR, FMR-modificada (com um factor médio, dos três

factores obtidos) e FMR-corrigida por um factor de correcção exponencial – verificando-se que esta última conduz a menores erros em relação aos resultados dos ensaios experimentais.

7.2.2 Estudo paramétrico

A comparação entre as previsões teóricas (obtidas com o programa TBCOL (2003)) e as curvas teóricas de dimensionamento de colunas, para uma ampla gama de esbeltezas, foi válida e útil. Para colunas tubulares circulares em aço (para as classes de resistência S235, S275 e S355), com deformações iniciais e esbelteza abaixo de cerca de 60, está-se na presença de colunas com capacidade resistente controlada por desempenho elasto-plástico (instabilidade elasto-plástica), à medida que a esbelteza diminui, até ao limite mínimo controlado pelo esmagamento. Enquanto que para esbeltezas superiores a cerca de 60, está-se na presença de colunas com capacidade resistente controlada por desempenho elástico à medida que a esbelteza aumenta, isto é, por fenómenos de instabilidade elástica.

Para as colunas circulares tubulares em aço, a tensão crítica normalizada (pela tensão de cedência do aço correspondente utilizado) versus esbelteza mostra que o efeito da excentricidade de carga é apenas significativo para esbeltezas entre 40 e 80.

Nesta análise também se conclui que a fórmula de Rankine-Gordon proporciona estimativas conservativas da capacidade resistente das colunas. Esta margem de segurança compensa o facto de esta metodologia não contemplar imperfeições geométricas.

Quando se comparam as curvas de tensões críticas normalizadas de colunas circulares mistas aço-betão, com três classes de resistência de aço S235 S275 e S355 (Eurocódigo 3, 2003) conjugadas com duas classes de resistência de betão C25/30 e C45/55 (Eurocódigo 2, 2003), conclui-se que: quanto maior for a classe de betão constituinte do núcleo maior é a carga crítica. A comparação destas curvas com as respectivas curvas teóricas de dimensionamento (Curva de Euler e de Rankine-Gordon), às escalas respectivas, pode-se perceber que para colunas de baixa e média esbeltez a curva de Rankin-Gordon é um limite inferior, como ocorria nas colunas tubulares em aço. Contudo, a partir de determinada esbeltez elevada verifica-se numericamente que a curva de Rankine-Gordon deixa de ser limite inferior, porque se cruza com a curva correspondente a determinados padrões sinusoidais de deformações iniciais. Esse ponto de intercepção ocorre para maiores esbeltezas quanto maior for a classe de resistência do núcleo.

Quando se confronta as colunas tubulares circulares em aço preenchido com betão, de duas classes de resistência distintas, com as colunas homólogas em aço, verifica-se que estas últimas têm menor carga última que as colunas mistas aço-betão: essa diferença é tanto mais significativa quando maior for a classe de resistência do núcleo de betão.

7.3 Desenvolvimentos Futuros

Nesta secção final da dissertação, sugerem-se possíveis desenvolvimentos futuros para o *“Estudo Comparativo acerca do Desempenho e Capacidade Axial Resistente de Colunas Tubulares em Aço e em Aço-Betão”*.

Sugere-se a realização de um estudo paramétrico, acompanhado por uma série de ensaios experimentais, onde se analisassem os efeitos de três factores determinantes que influenciam a carga última das colunas tubulares mistas, nomeadamente: condições de apoio, magnitude das imperfeições iniciais e distribuição das tensões residuais de fabrico (se for o caso). As condições de apoio numa coluna excêntrica reduzem a excentricidade efectiva. No caso elástico, esta redução aumenta à medida que aumenta a carga da coluna; no caso não elástico, pode ser esperado que estes efeitos sejam mais pronunciados. Como resultado de tal estudo paramétrico, a relação entre o comprimento efectivo e a esbelteza podem ser refinados e melhorados para o uso prático.

Um estudo teórico-experimental, no âmbito desta tese, onde se analisasse a carga última para colunas com várias secções, como por exemplo: secções tubulares rectangulares, quadradas e circulares com/sem armadura de reforço e/ou perfis metálicos no seu interior.

Finalmente, também um estudo teórico-experimental que contemplasse os efeitos de imperfeições geométricas na capacidade resistente de colunas de betão (rectangulares e circulares) encamisado com trechos ou bandas de FRP.

REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

ABEDI, K., FERDOUSI, A., AND AFSHIN, H. (2008) - *A Novel Steel Section For Concrete-Filled Tubular Columns, Thin-Walled Structures*, Elsevier Applied ScienceDirect, p.310-319.

ALLEN, H. G., BULSON, P. S. (1980) - *Background to Buckling*, McGraw-Hill Book Company Limited, U.K.

ARGUELLES ALVAREZ, R., ARGUELLES BUSTILLO, R., ARRIAGA MARTITEGUI, F., Y REALES ATIENZA, J.R., (2005) - *Estructuras de Acero*, Volume 1, M.B.H. Bellisco, Ediciones Técnicas y Científicas; 2ª Edição, Madrid.

ASCE (1978) - *Inelastic Behavior of Members and Structures*, ASCE Annual Convention & Exposition, Combined Preprint for Session 45, Paper by D.R. Sherman “Cyclic Inelastic Behavior of Beam-Columns and Struts”, pp. 23-54, Committee on Tubular Structures, Chicago, Illinois, October 16-20.

BARROS, R.C. (2009) - *On the Determination of the Interaction Equation of Circular Tubular Sections of Steel Tubular Columns*, Deptº Engª Civil, Secção de Estruturas, F.E.U.P., 14th February.

BARROS, R.C. (1983) - *Buckling Analysis of End Restrained Imperfect Tubular Beam Columns*, Ph.D. Dissertation, The University of Akron, Akron, Ohio, U.S.A., March.

BARROS, R.C. (2004) - *Sobre a Extrapolação de Resultados Experimentais em Problemas Estruturais de Instabilidade e Vibrações*, Revista *Mecânica Experimental*, Edição da Associação Portuguesa de Análise Experimental de Tensões (APAET), N° 10, pp. 1-12, LNEC, Lisboa, Portugal.

BARROS, R.C, AND BLAZEVICIUS, Z. (2001) - *On the Strength of Composite Columns of Steel – Confined Concrete*, FEUP, Porto.

BARROS, R. C., CESAR, M. B., AND GONÇALVES, G.(2009) *Geometric and Material Nonlinear Analyses of Imperfect Circular Hollow Section (CHS) Columns: Steel Tubes And Concrete Filled Tubes*, IRF'2009, 3rd International Conference on Integrity, Reliability & Failure, Symposium #26 “Dynamics and Stability”, 20-24 July 2009, Porto.

BEER, F.P., JOHNSTON, JR., E.R, AND DEWOLF, J.T. (2006) *Resistências dos Materiais*, Quarta Edição, McGraw – Hill Interamericana do Brasil, Lda.

BEN KATO (1996) *Column Curves of Steel-Concrete Composite Members*, Journal of Constructional Steel Research; 39(2): 121-35.

BJORHOVDE, R. (1980) - *Research Needs in Stability of Metal Structures*, Journal of the Structural Division, ASCE, 106 (N. ° 5112, Proc. Paper 15926), 2425 – 2442.

BRADFORD, M.A. (1996) - *Design Strength of Slender Concrete – Filled Rectangular Steel Tubes*. ACI Structural journal, 93 (2): 229-35.

- BRANCO, C.M. (1998) - *Mecânica dos Materiais*, 3ª edição, Fundação Calouste Gulbenkian, Lisboa, Novembro.
- BRAUNS J. (1999) - *Analysis of Stress State in Concrete – Filled Steel Column*, Journal of Constructional Steel Research; 49:189-96.
- BRUNEAU, M., AND MARSON, J. (2003) - *Seismic Design of Concrete-Filled Circular Steel Bridges Piers*.
- BURDEN, R.L, FAIRES, AND J.D, REYNOLDS, A.C.(1970) - *Numerical Analysis*. Boston, Mass.: Prindle, Weber & Schmidt, Inc..
- BURR, W.H.(1912) - *Composite Columns of Concrete and Steel*. Proc. Institution of Civil Engineers, 188:114 – 26.
- CARRAZEDO; R. (2002) - *Mecanismos de Confinamento e suas Implicações no Reforço de Pilares de Concreto por Encamisamento com Compósitos de Fibras de Carbono*; Dissertação (Mestrado), Escola de Engenharia de São Paulo, Universidade de São Paulo.
- CHEN, W.F. (1980) - *End Restraint and Column Stability*, Journal of the Structural Division, ASCE, 106 (N. ° ST11, Proc. Paper 157969), 2279-2295.
- CHEN, W.F., AND ATSUTA, T., (1978) - *Theory of Beam – Columns, Vol.I*, Space behavior and design. New York: McGraw – Hill Book Company, Inc.

- CHEN, W.F., AND ATSUTA, T., (1978) - *Theory of Beam – Columns, Vol.2, Space behavior and design*. New York: McGraw – Hill Book Company, Inc.
- CHEN, W. F., AND LUI, E.M., (1987) - *Structural Stability – Theory and Implementation*, Elsevier, New York.
- CHOI, Y.H., KIM, K.S., AND CHOI, S.M. (2008) - *Simplified P-M interaction Curve for Square Steel Tube Filled With High-Strength Concrete*, Thin-Walled Structures, p.506-515, Elsevier Applied ScienceDirect.
- COELHO, C. D. B. (1997) *Análise Sísmica de Estruturas Tridimensionais de Edifícios de Betão Armado – Teoria do Comportamento Não Linear dos Materiais*, Faculdade de Engenharia da Universidade do Porto.
- EL DASH, K.M., AHMAD, S.H. (1994) - *Model for the stress-strain relationship of rectangular confined normal and high strength concrete columns*, Materials and Structures, v.27, n.9. p. 572-579, December.
- ELLIS, J.S. (1958) - *Plastic Behavior of Compression Members*, Journal of Mechanics and Physics of Solids, 6, 282 -300.
- ELREMAILY, A., AND AZIZINAMINI, A. (2002) - *Behavior and Strength of Circular Concrete-Filled Tube Columns*, Journal of Constructional Steel Research 58, p.1567-1591, Elsevier.
- EC 2 - EUROPEAN COMMITTEE FOR STANDARDIZATION - Eurocode 2: Design of concrete structures - Part 1-1: General rules and rules for. 2003, CEN: Brussels.

- EC 3 - EUROPEAN COMMITTEE FOR STANDARDIZATION - *Eurocode 3: Design of Steel Structures - Part 1-1 General Rules and Rules for Buildings*. 2003, CEN: Brussels.
- EC 4 - EUROPEAN COMMITTEE FOR STANDARDIZATION - *Eurocode 4: Design of Composite Steel and Concrete Structures - Part 1-1 General Rules and Rules for Buildings*. 2004, CEN: Brussels.
- GE, H., AND USAMI T. (1994) *Strength Analysis Concrete Filled Thin Walled Steel Box Columns*, *Journal of constructional Steel Research*, 37: 229-35.
- GHOSH, R.S. (1977) - *Strengthening of Slender Hollow Steel Columns by Filling with Concrete*, *Canadian Journal of Civil Engineering*; 4 (2):127 – 33.
- GONÇALVES, G. AND BARROS, R.C. (2008) – *Comparação Teórica-Experimental das Cargas Última de Colunas Circulares Tubulares em Aço Ocas e Preenchidas com Betões Distintos*, CLME'2008, 5º Congresso Luso-Moçambicano de Engenharia, Simpósio Nº 48, 2-4 Setembro 2008, Maputo – Moçambique.
- HANG, D.J., AND CHEN, W.F.(2003) - *Buckling and Cyclic Inelastic Analysis of Steel Tubular Beam-Columns*, *Engineering Structures*, p.119-132, Elsevier Applied ScienceDirect.
- HATZIGEORGIOU, G.D. (2008) - *Numerical Model for the Behavior and Capacity of Circular CFT Columns, Part I: Theory*, *Engineering Structures*, p.1573-1578, Elsevier Applied ScienceDirect.

- HATZIGEORGIOU, G.D. (2008) *Numerical Model for the Behavior and Capacity of Circular CFT Columns, Part II: Verification and Extension*, Engineering Structures, p.1579-1589, Elsevier Applied ScienceDirect.
- HORNE, M. R.(1985) *Frame Instability and the Plastic Design of Rigid Frames, Steel Framed Structures – Stability and Strength* (Ed. R. Narayanan), p.1, Elsevier Applied Science Publishers.
- JIAO, H., AND ZHAO, X.L (2003) - *Imperfection, Residual Stress and Yield Slenderness Limit of Very High Strength (VHS) Circular Steel Tubes*, Journal of Constructional Steel Research, p.39-50, Elsevier Applied ScienceDirect, February.
- KENT, D.C., AND PARK, R. (1971) - *Flexural Members with Confined Concrete*, Journal of the Structural Division, ASCE 97, 1969-90.
- KVEDARAS, A.K., AND SAPALAS, A. (1998) *Research and Practice of Concrete – Filled Steel Tubes in Lithuania*, Journal of Constructional Steel Research, Elsevier, May, N°49, 197 – 212.
- LINDNER, J. (1997) *Design of Steel Beams and Beam Columns*, Engineering Structures, p.378-384, Elsevier Applied ScienceDirect, May.
- LINZELL, D.G., ZUREICK, A., AND LEON, R.T. (2003) - *Comparison of Measured and Predicted Response of Manufactured Circular Steel Tubular Members Under Concentric and Eccentric Compressive and Tensile Loads*, Engineering Structures, p.1019-1031, Elsevier Applied Science Direct, July.

MASSONNET, C., AND SAVE, M., (1966) - *Calculo Plastico de las Construcciones, Tomo I: Estructuras Planas*, Montaner y Simon S.A., Barcelona.

MATSUI, C., TSUDA, K., AND ISHIBASHI, Y. (1995) - *Slender Concrete Filled Steel Tubular Columns Under Combined Compression and Bending*. In: PSSC'95 4th Pacific Structural Steel Conference, vol.3, Steel – Concrete Composite Structures, p.29-36.

MIDASIT - MIDAS/CIVIL (2005) - *General Purpose Analysis and Optimal Design System for Civil Structures*, MIDAS Information Technology Co, Ltd., Korea.

MC90 – Comité Euro – International du Béton, *Model Code 1990*, CEB-FIP, Lausanne Switzerland.

MOY, S.S.J. (1981) - *Plastic Methods for Steel and Concrete Structures*, A Halsted Press Book, John Wiley & Sons, New York.

NARDIN, S. (1999) - *Estudo Teórico - Experimental de Pilares Mistos Compostos por Tubos de Aço Preenchidos com Concreto de Alta Resistência*; Escola de Engenharia de São Paulo, Universidade de São Paulo.

NP EN 206-1: 2007, INSTITUTO PORTUGUÊS DA QUALIDADE - *Betão Parte 1: Especificação, desempenho, produção e conformidade*, 2ª Edição, Junho 2007.

O'BRIEN, A.D., AND RANGAN (1993) - *Test on Slender Tubular Steel Columns filled with High – Strength*, Australian Civil Engineering Transactions; 35(4): 287-92.

- PRION H.G.L., AND BOEHME, J. (1989) - *Beam – Column Behaviour of Steel Tubes Filled with High-Strength Concrete*. In: Fourth International Colloquium, SSRC, New York, 439 – 49
- POPOV, E.P. (1968) *Introduction to Mechanics of Solids*, Prentice-Hall Inc., Englewood Cliffs, N.J., U.S.A..
- RANGAN, B.V., AND JOYCE M. (1992) - *Strength of Eccentrically Loaded Slender Steel Tubular Columns Filled with High Strength Concrete*. ACI Structural journal; 89(6): 676-81.
- RAZVI, S.R., SAATCIOGLU, M. (1999) - *Circular high-strength concrete columns under concentric compression*. ACI Structural Journal; p.817-825 September/ October.
- REIS, A., AND CAMOTIM, D.(2001) - *Estabilidade Estrutural*, Amadora, McGraw-Hill de Portugal, Lda; 1º edição, 2001.
- RICHART, F. E., BRADTZAEG, A., BROWN, R.L., *A Study of the failure of concrete under combined compressive stresses*, University of Illinois, Engineering Experimental Station, Urbana, III.
- RODRIGUES, C. M. C. (2005) - *Comportamento às Acções Cíclicas de Pilares de Betão Armado Reforçados com Materiais Compósitos*, Ph.D Tese, Universidade Nova de Lisboa, Janeiro.

ROMERO, M.L, BONET, J.L, IVORRA S., HOSPITALER A, (2005) *Estudio Numérico de Perfiles Tubulares de Acero Rellenos de Hormigón de Alta Resistência*, Congreso de Métodos Numéricos en Ingeniería, Granada.

ROMERO, M.L., BONET, J.L., AND IVORRA, (2005), S., *A Review of Nonlinear Analysis Models for Concrete Filled Tubular Columns*, Innovation in Civil and Structural Engineering Computing, Saxe – Coburg Publications.

ROSS, D.A.(1978) - *The Strength and Behavior of Fabricated Tubular Steel Columns*. Ph.D. Thesis, Lehigh University, Bethlehem, Pa., September.

SHAKIR-KHALIL, H., AND ZEGHICHE J. (1989) - *Experimental Behaviour of Concrete-Filled Rolled Rectangular Hollow- Section Columns*, The Structural Engineer; 67(19):346-53.

SHAKIR-KHALIL, H., AND MOULI, M. (1990) - *Further Test on Concrete – Filled Rectangular Hollow Section Columns*. The Structural Engineer; 68(20):405-13.

SHANMUGAM, N.E., AND LAKSHMI, B. (2001) *State of the Art Report on Steel – Concrete Composite Columns*, Elsevier, N°57, 1041 – 1080.

SILVA, V. D. (2004) *Mecânica e Resistência Dos Materiais*, Coimbra, ZUARI – Edição de Livros Técnicos, Lda; 3º edição.

THONIER, H. (1995) *Conception et Calcul des Structures de Bâtiment*”, Paris, Presses de l’Ecole Nationale des Ponts et Chaussées; 1º edição, Vol. 3.

- TRAHAIR, N. S. (2009) - *Buckling Analysis Design of steel Frames*, Journal of Constructional Steel Research, p.1459-1463, Elsevier Applied Science Direct, July.
- VIRDI, K. S., AND DOWLING, P.J.(1973) - *The Ultimate Strength of Composite Columns in Biaxial Bending*. Proceedings of the Institute of Civil Engineers, 55, 251 – 262.
- WANG, Q., DAZHOU, Z., AND GUAN, P. *Experimental Study on the Strength and Ductility of Steel Tubular Columns filled with Steel – Reinforced Concrete*, Engineering Structures, Elsevier, February 2004, N°26, 907 – 915.
- WANG, YC, AND MORE, D.B. (1997) *A Design Method of Concrete–Filled Hollow Section Composite Columns*, The Structured Engineer, 37:607 – 12.
- WANG, Q., ZHAO, D., AND GUAN, P. (2004) - *Experimental Study on the Strength and Ductility of Steel Tubular Columns Filled with Steel – Reinforced Concrete*, Engineering Structures, p.907-915, Elsevier Applied ScienceDirect.
- WOOD, R.H. (1974) - *Effective Lengths of Columns in Multistorey Buildings*, BRE Current Paper 85/74, U.K., September.

Anexo A:

RESULTADOS DOS ENSAIOS LABORATORIAIS

Coluna - C.1.1.1

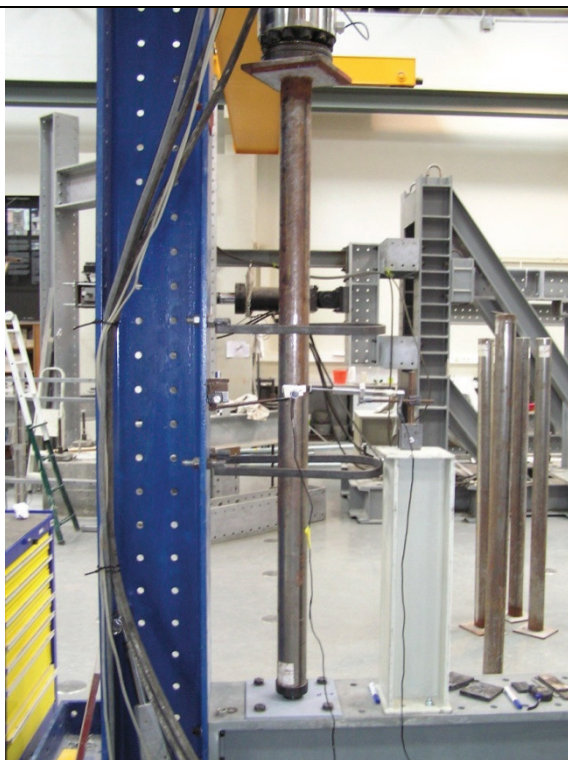


Figura A.1 – Coluna antes do ensaio



Figura A.2 – Coluna depois do ensaio

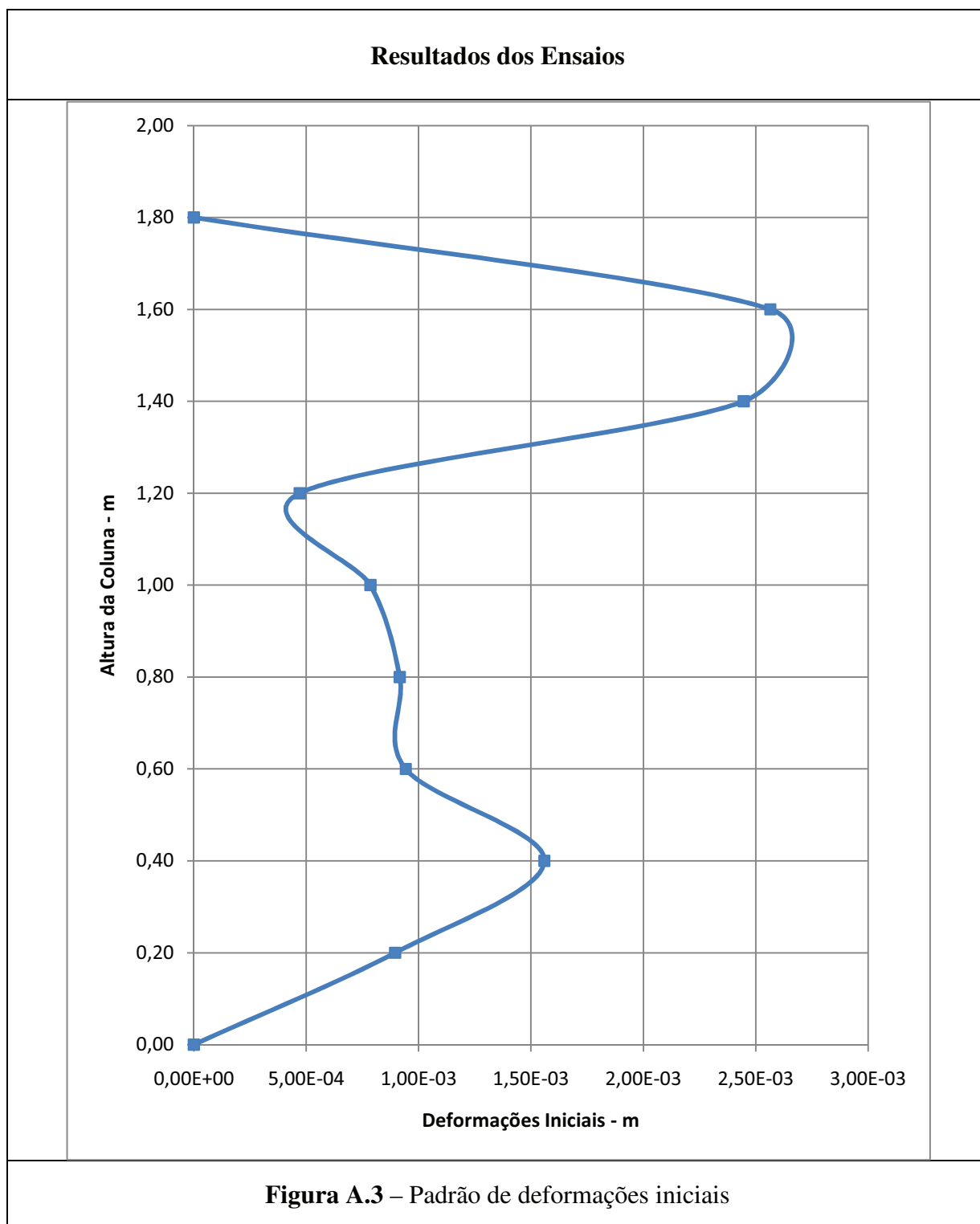
Característica da Coluna

Diâmetro	90 mm		
Espessura	2 mm		
Altura	1800 mm		
Materiais	Aço	S235	
	Betão	Fck = 52,09 MPa	Ec = 34,08 GPa

Observação

Orientação da curvatura	Primeiro quadrante		
Excentricidade da Carga	20 mm	Ângulo da Excent	79°
Ovalização		Inicial	Final
	ϕ_{xx} (mm)	90	89,19
	ϕ_{yy} (mm)	90	90,08

Observações	
-------------	--



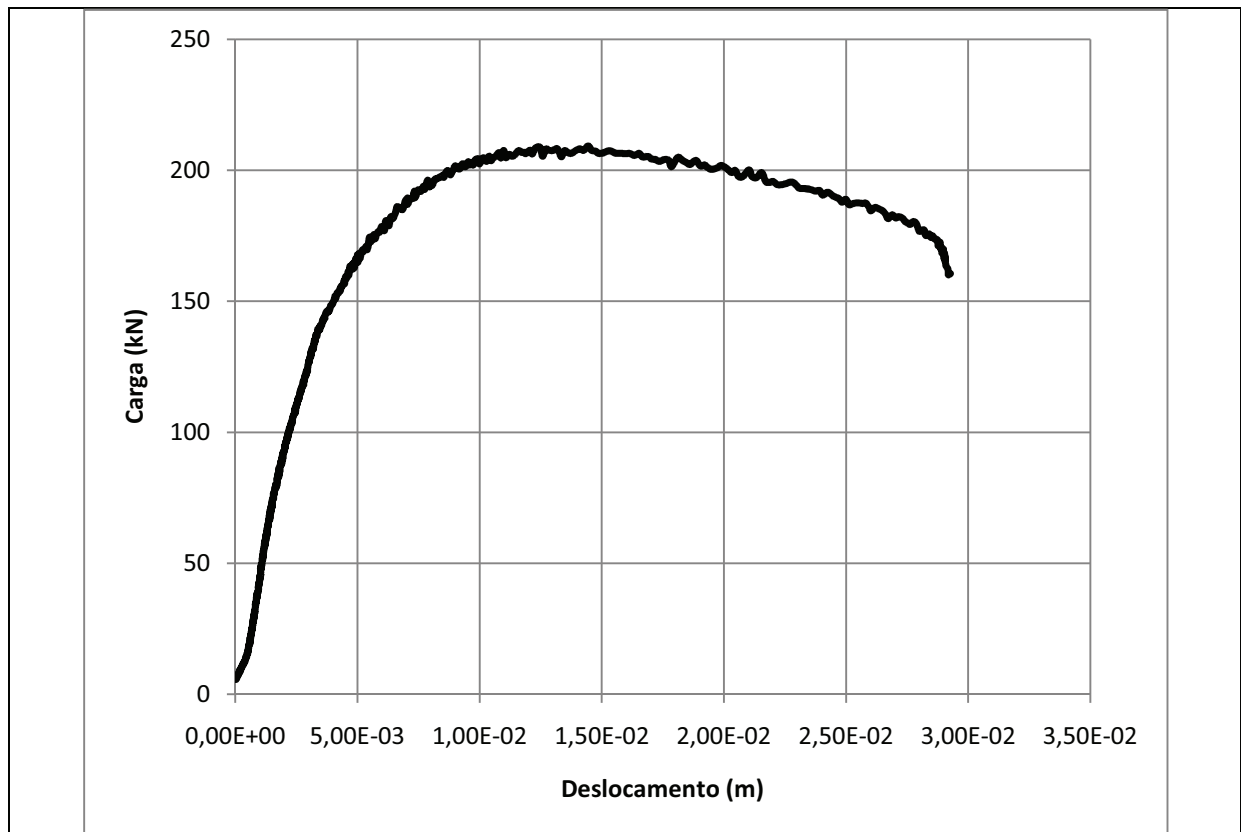


Figura A.4 – Diagrama carga-deslocamento

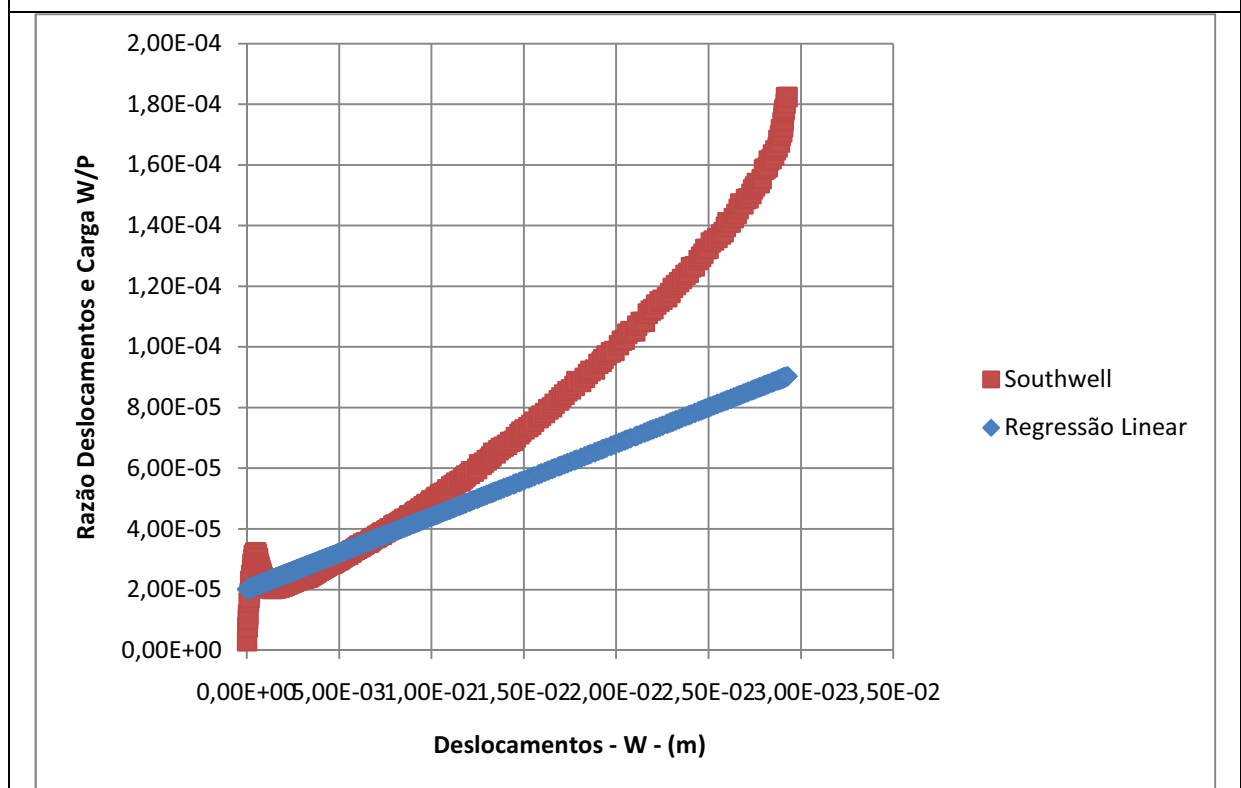


Figura A.5 – Diagrama de Southwell

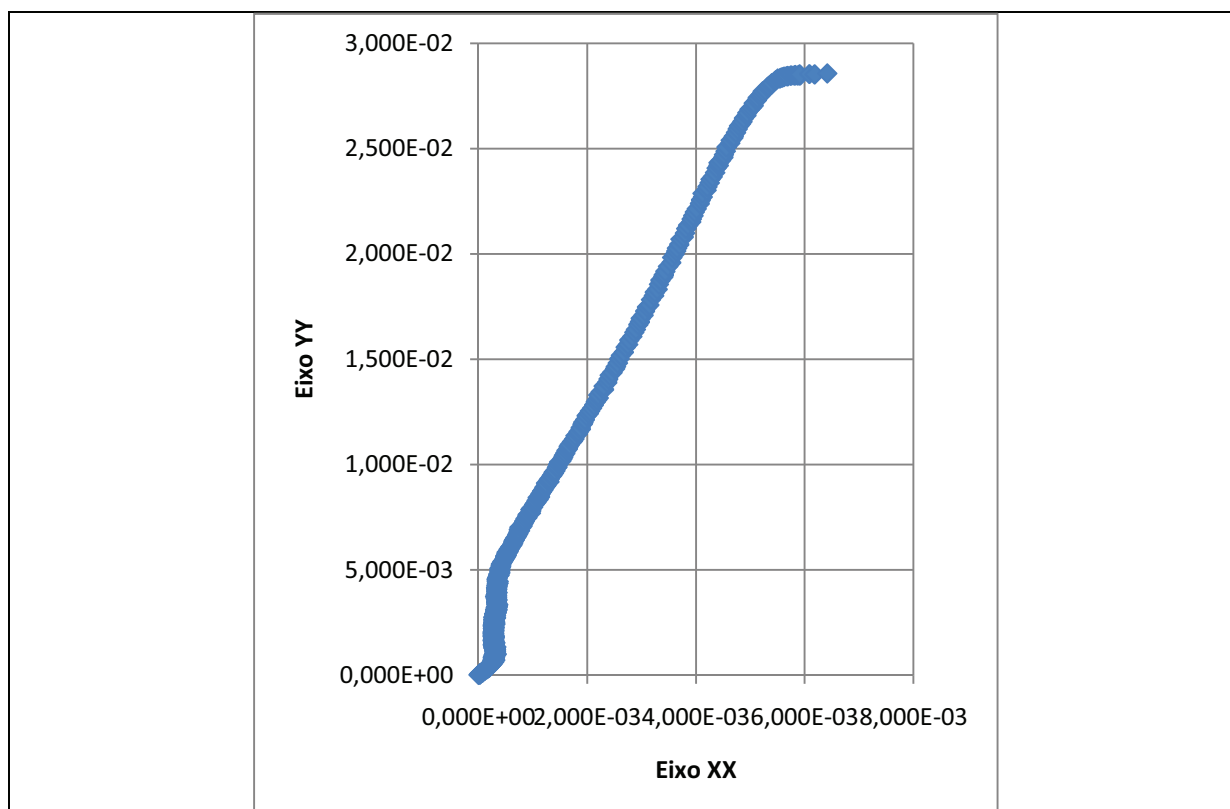


Figura A.6 – Trajectória da secção a meio altura

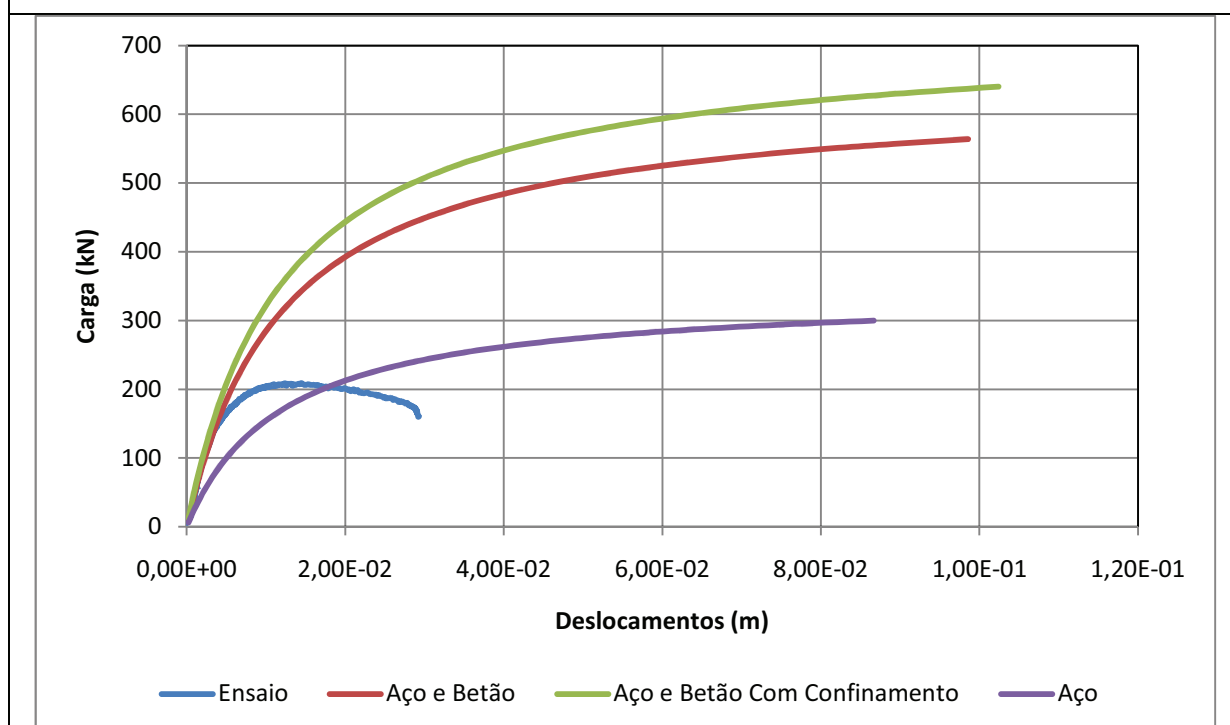


Figura A.7 – Curvas de Carga-Deslocamento da secção média: Coluna de Aço sob Análise não Linear Geométrica (AENL), Coluna Aço e Betão (Não-confinado e Confinado) sob AENL e Coluna Ensaçada Aço e Betão

Coluna - C.1.1.2



Figura A.8 – Coluna antes do ensaio

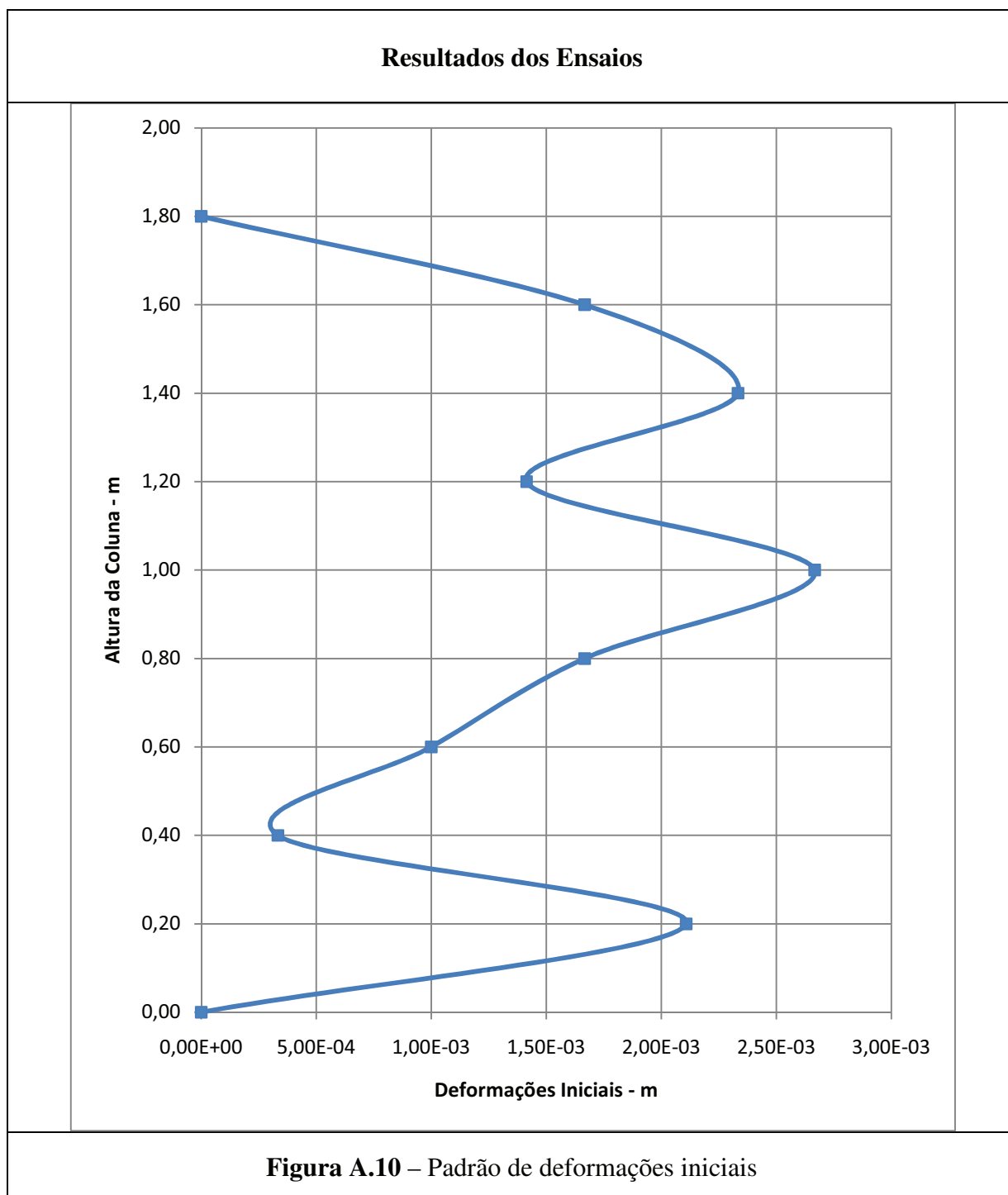


Figura A.9 – Coluna depois do ensaio

Característica da Coluna			
Diâmetro	90 mm		
Espessura	2 mm		
Altura	1800 mm		
Materiais	Aço	S235	
	Betão	Fck = 52,09 MPa	Ec = 34,08 GPa

Observação			
Orientação da curvatura	Primeiro quadrante		
Excentricidade da Carga	19 mm	Ângulo da Excent	19°
Ovalização		Inicial	Final
	ϕ_{xx} (mm)	90	89,65
	ϕ_{yy} (mm)	90	90,11

Observações	
-------------	--



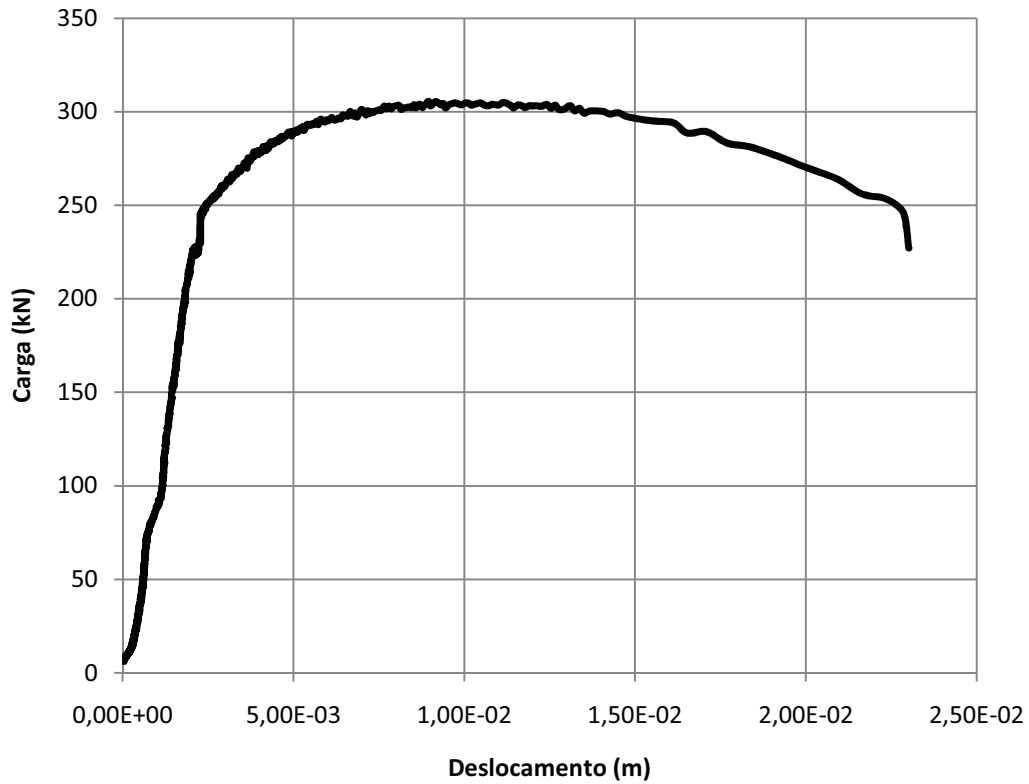


Figura A.11 – Diagrama carga-deslocamento

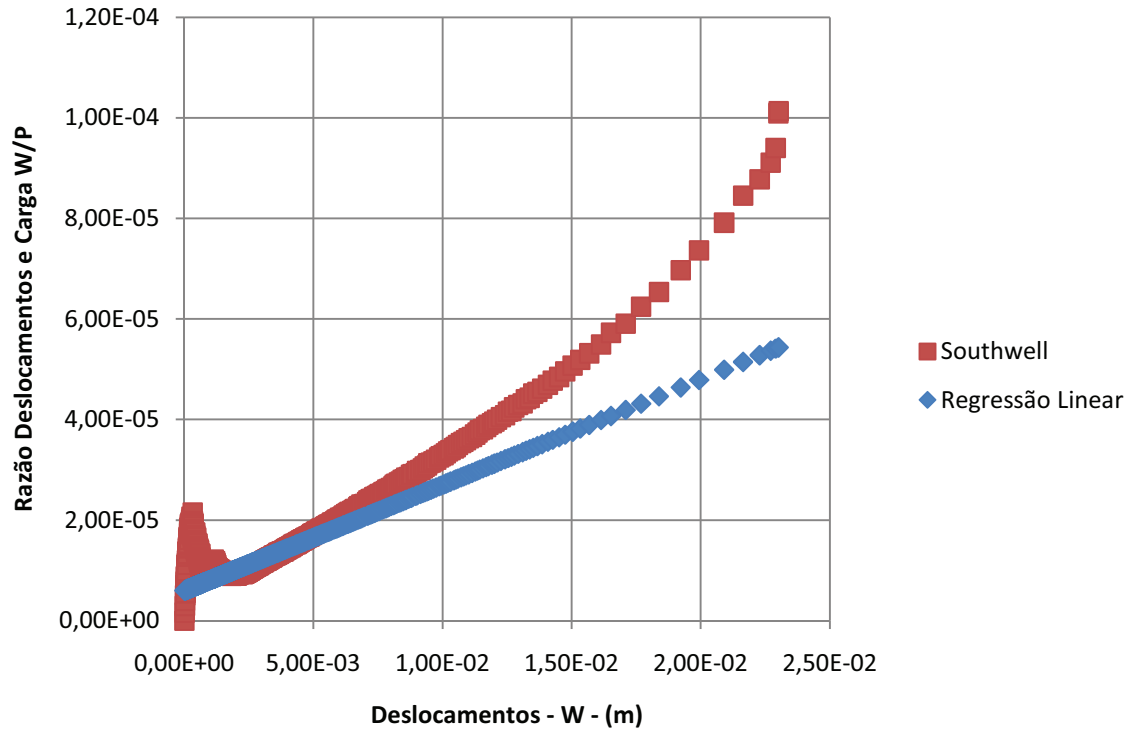


Figura A.12 – Diagrama de Southwell

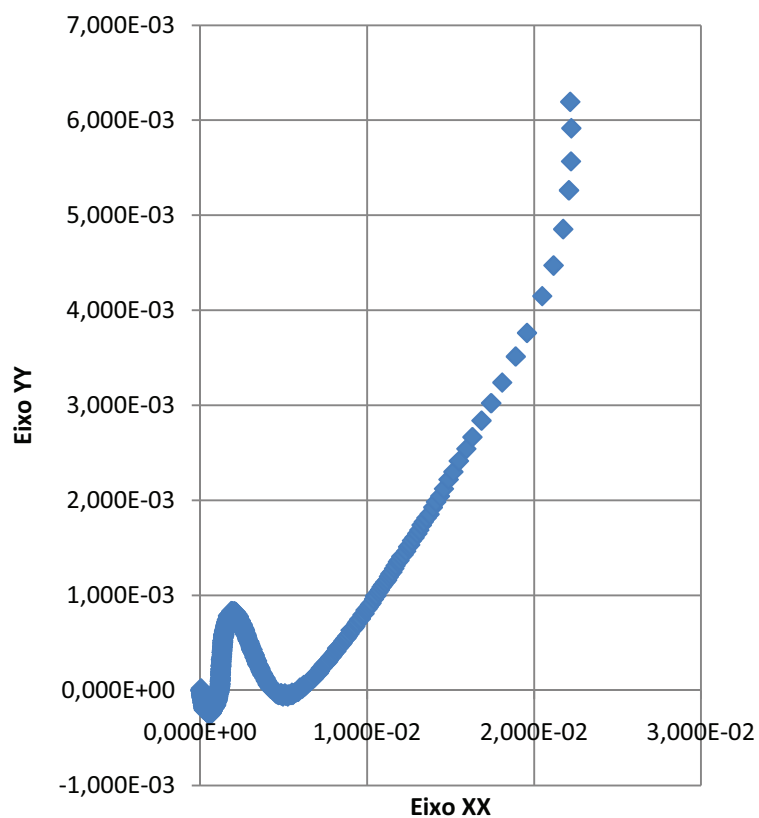


Figura A.13 – Trajectória da secção a meio altura

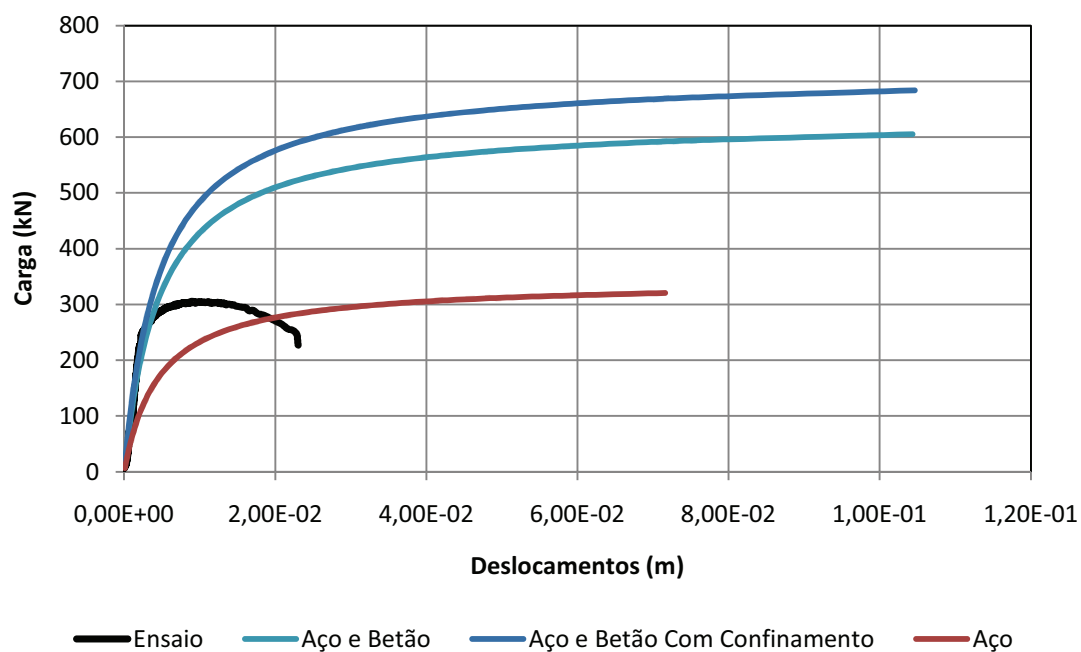


Figura A.14 – Curvas de Carga-Deslocamento da secção média: Coluna de Aço sob Análise não Linear Geométrica (AENL), Coluna Aço e Betão (Não-confinado e Confinado) sob AENL e Coluna Ensaçada Aço e Betão

Coluna - C.1.2.1



Figura A.15 – Coluna antes do ensaio

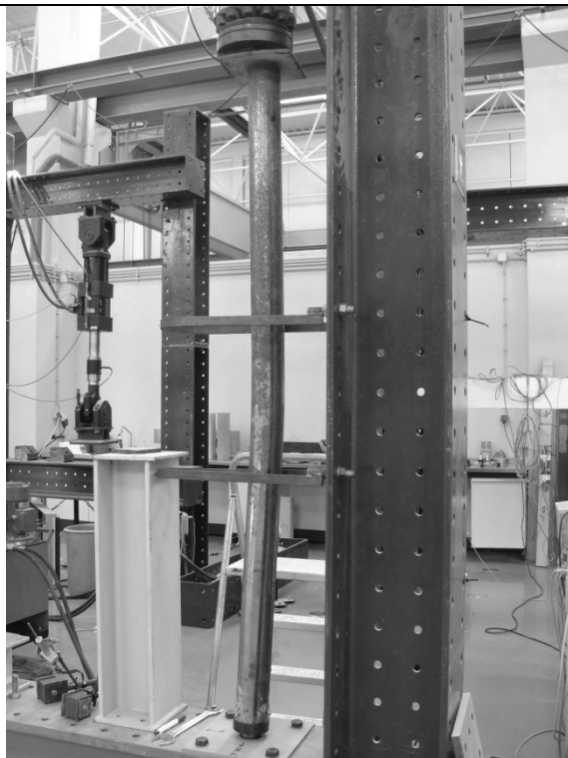


Figura A.16 – Coluna depois do ensaio

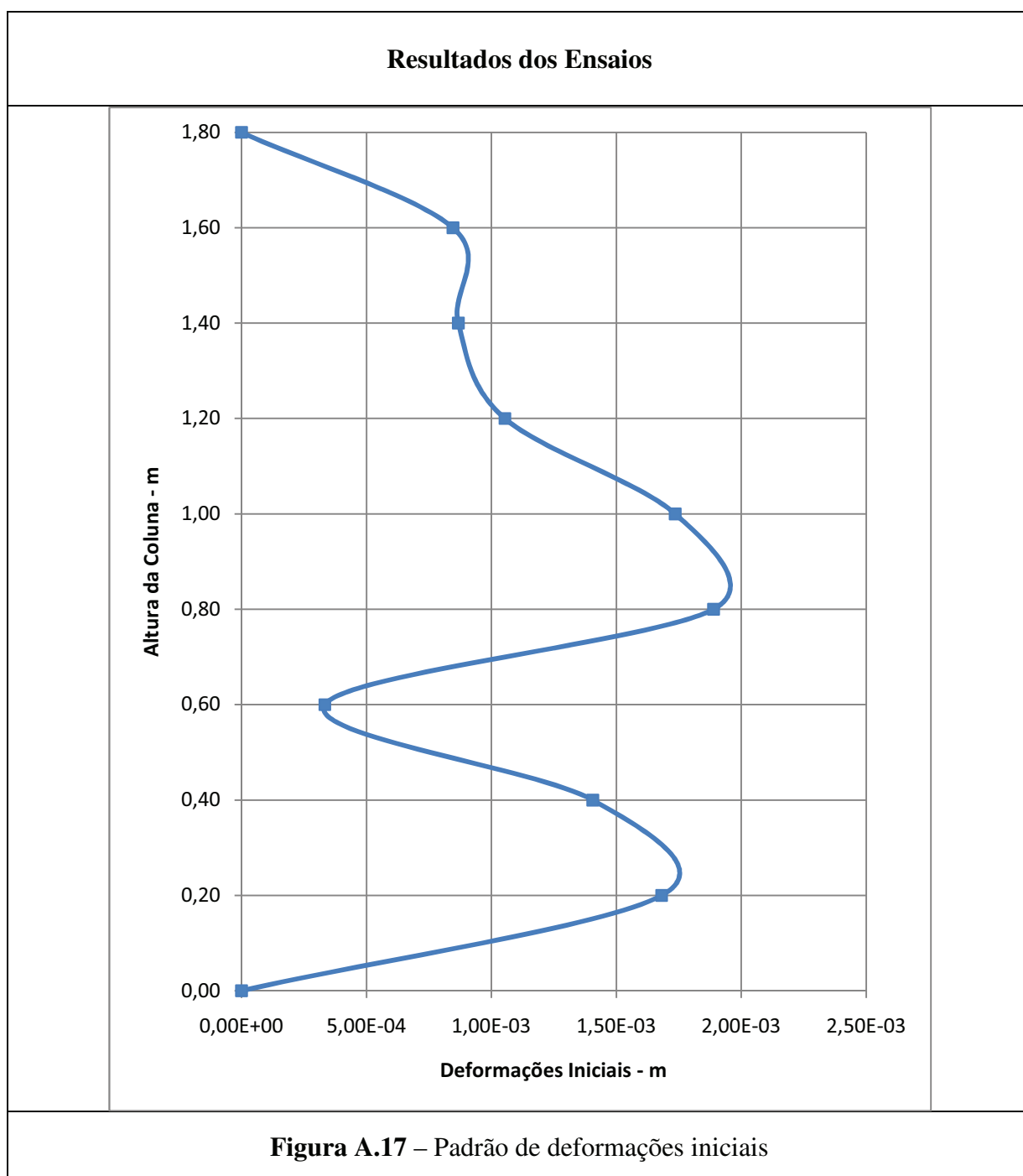
Característica da Coluna

Diâmetro	90 mm		
Espessura	2 mm		
Altura	1800 mm		
Materiais	Aço	S235	
	Betão	Fck = 51,43 MPa	Ec = 34,72 GPa

Observação

Orientação da curvatura	Segundo XX		
Excentricidade da Carga	5 mm	Ângulo da Excent	0°
Ovalização		Inicial	Final
	ϕ_{xx} (mm)	90	90,41
	ϕ_{yy} (mm)	90	89,52

<p>Observações</p>	<p>Porque a encurvadura ocorreu no eixo dos YY o LVDT do eixo dos XX perdeu o pé de apoio, portanto optou-se por colocar placas na geratriz.</p> <p>A placa de apoio onde se aplica a carga deformou, dai se optou por colocar uma placa rígida</p> <p>O plano de carga $P-\Delta$ para a secção média, apresenta pouca variabilidade.</p>
---------------------------	---



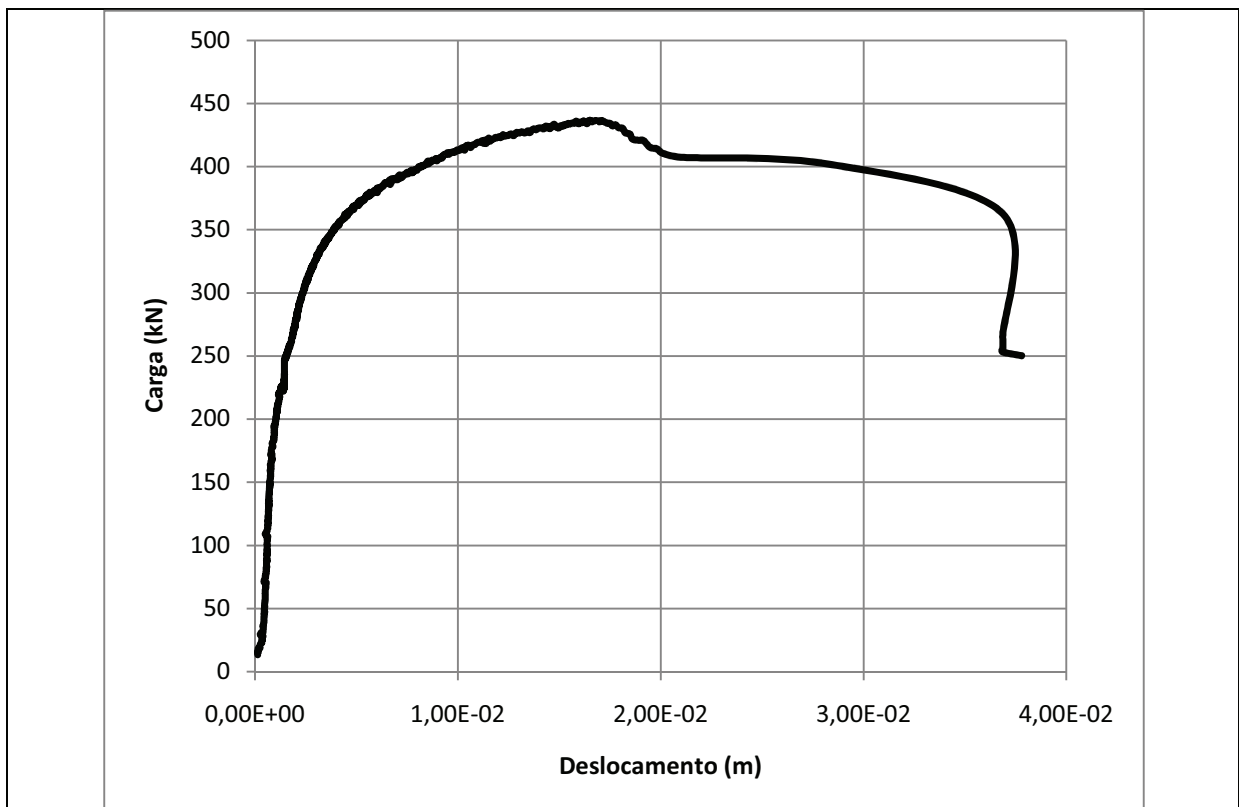


Figura A.18 – Diagrama carga-deslocamento

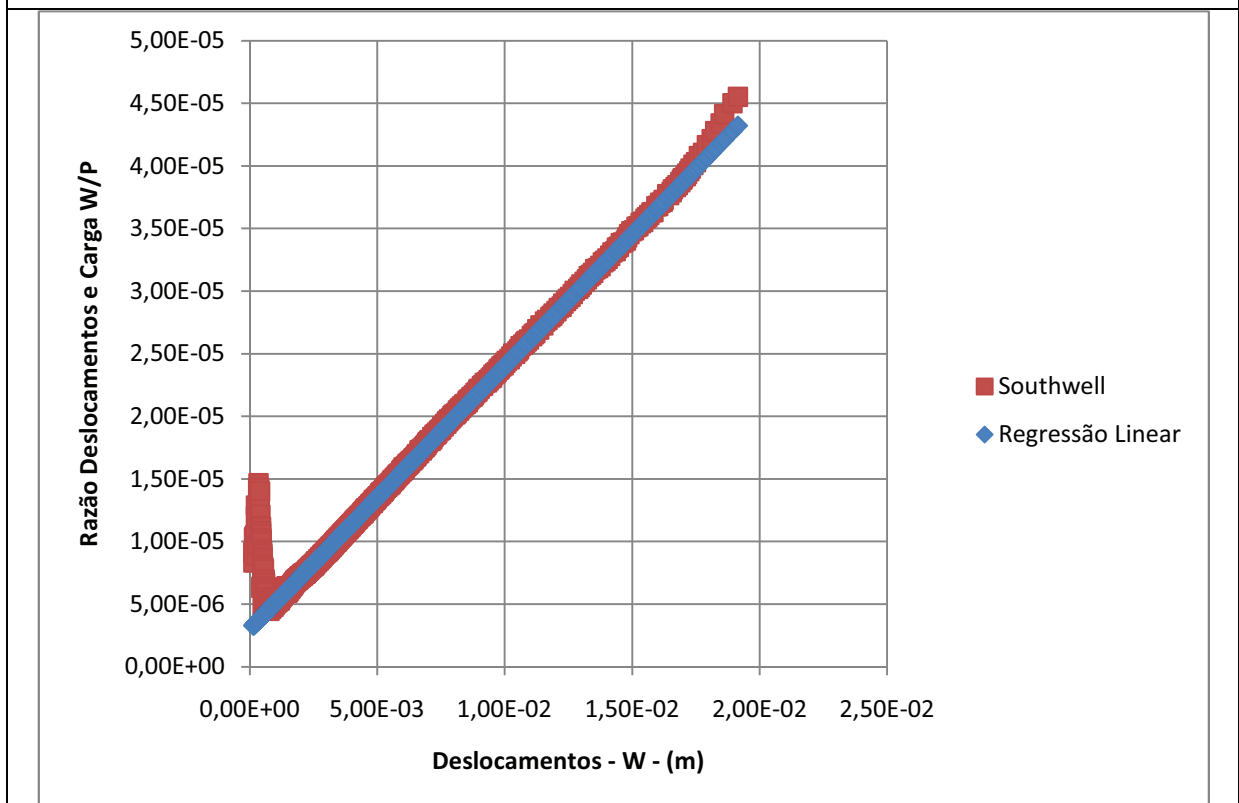


Figura A.19 – Diagrama de Southwell

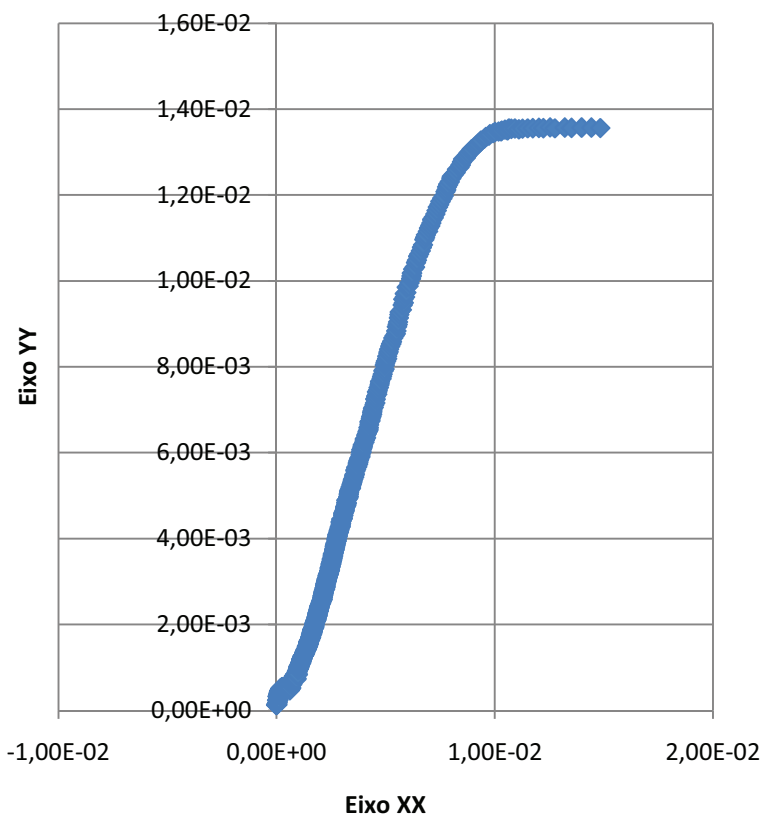


Figura A.20 – Trajectória da secção a meio altura

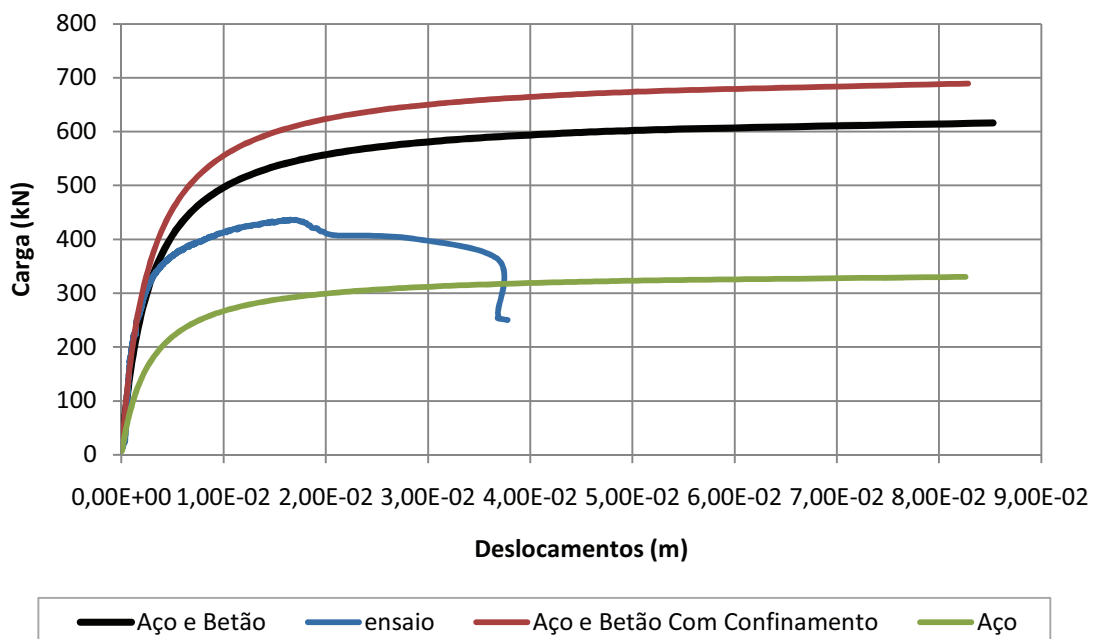


Figura A.21 – Curvas de Carga-Deslocamento da secção média: Coluna de Aço sob Análise não Linear Geométrica (AENL), Coluna Aço e Betão (Não-confinado e Confinado) sob AENL e Coluna Ensaída Aço e Betão

Coluna - C.1.2.2

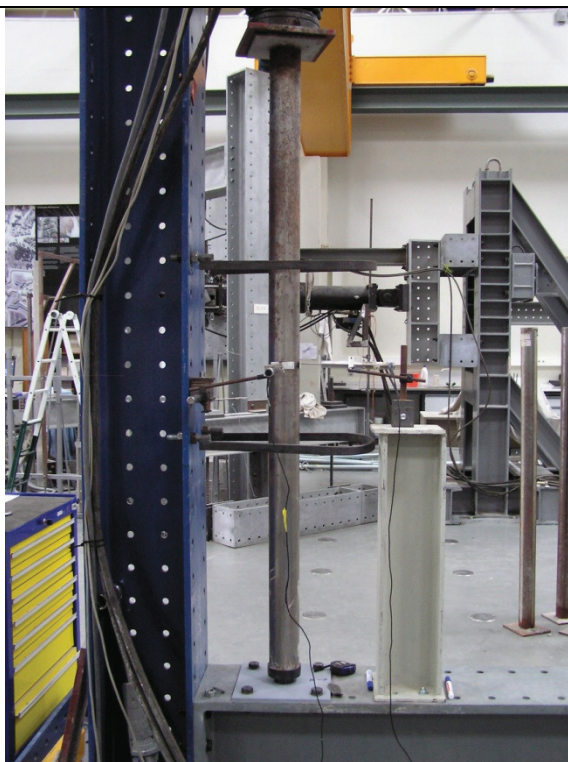


Figura A.22 – Coluna antes do ensaio



Figura A.23 – Coluna depois do ensaio

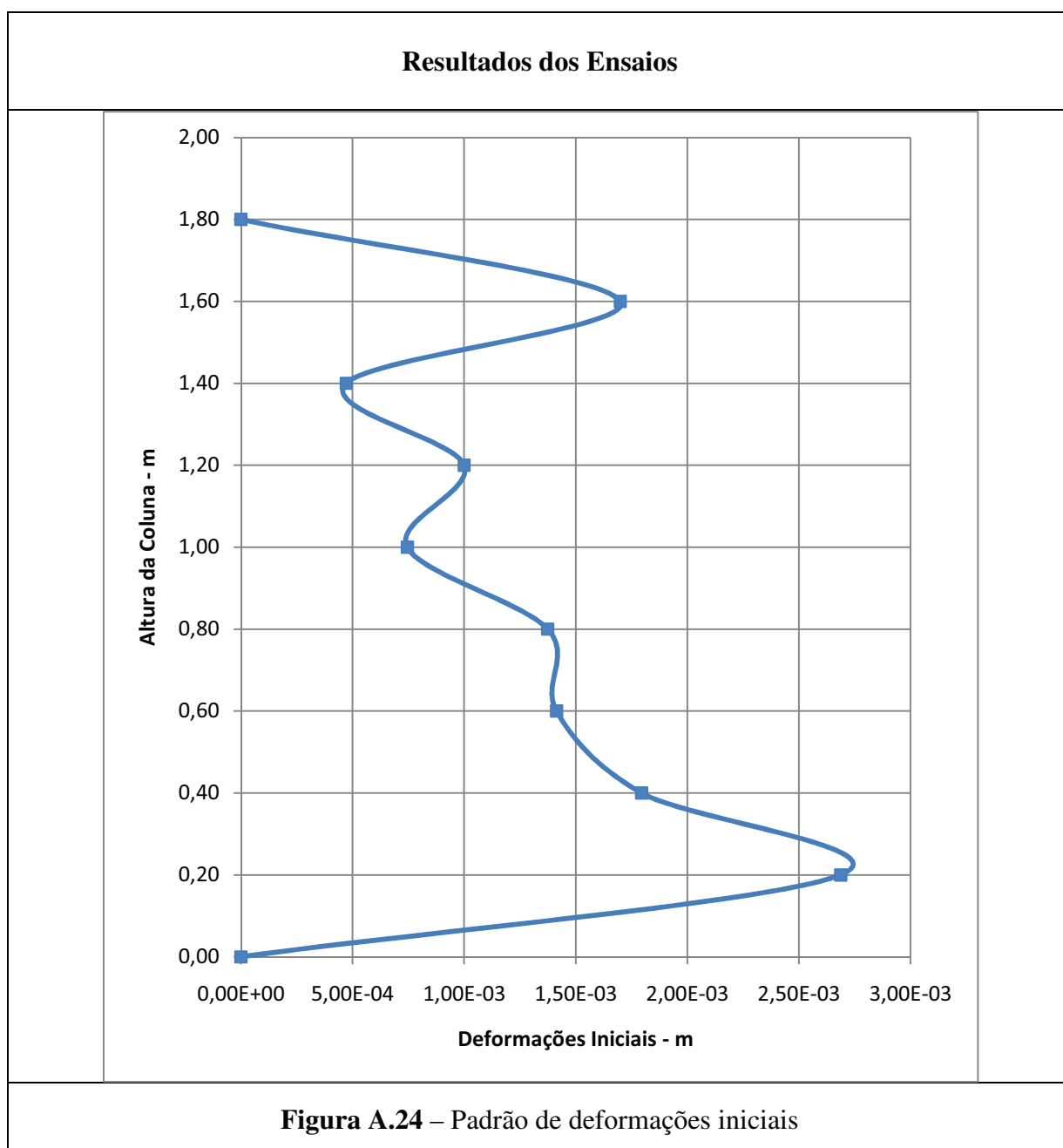
Característica da Coluna

Diâmetro	90 mm		
Espessura	2 mm		
Altura	1800 mm		
Materiais	Aço	S235	
	Betão	Fck = 51,43 MPa	Ec = 34,72 GPa

Observação

Orientação da curvatura	Primeiro quadrante		
Excentricidade da Carga	7 mm	Ângulo da Excent	15°
Ovalização		Inicial	Final
	ϕ_{xx} (mm)	90	90,09
	ϕ_{yy} (mm)	90	90,22

Observações	
-------------	--



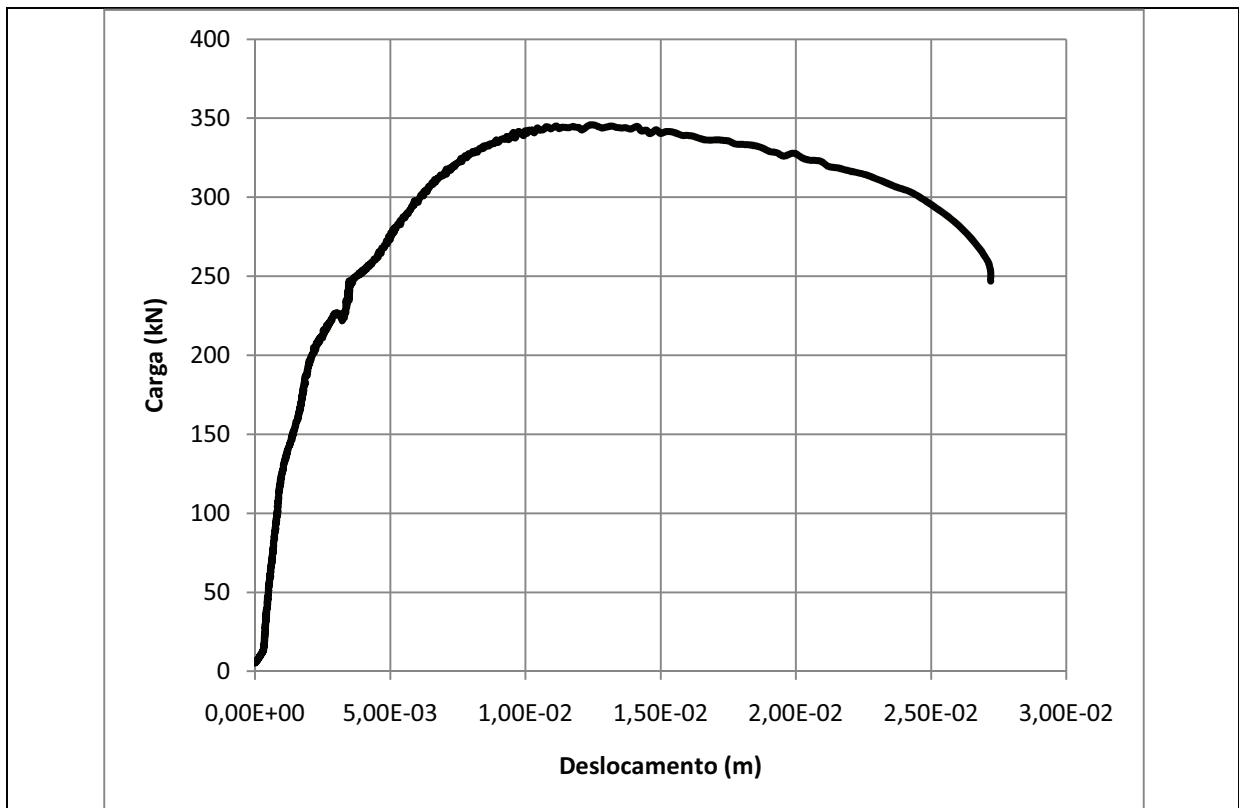


Figura A.25 – Diagrama carga-deslocamento

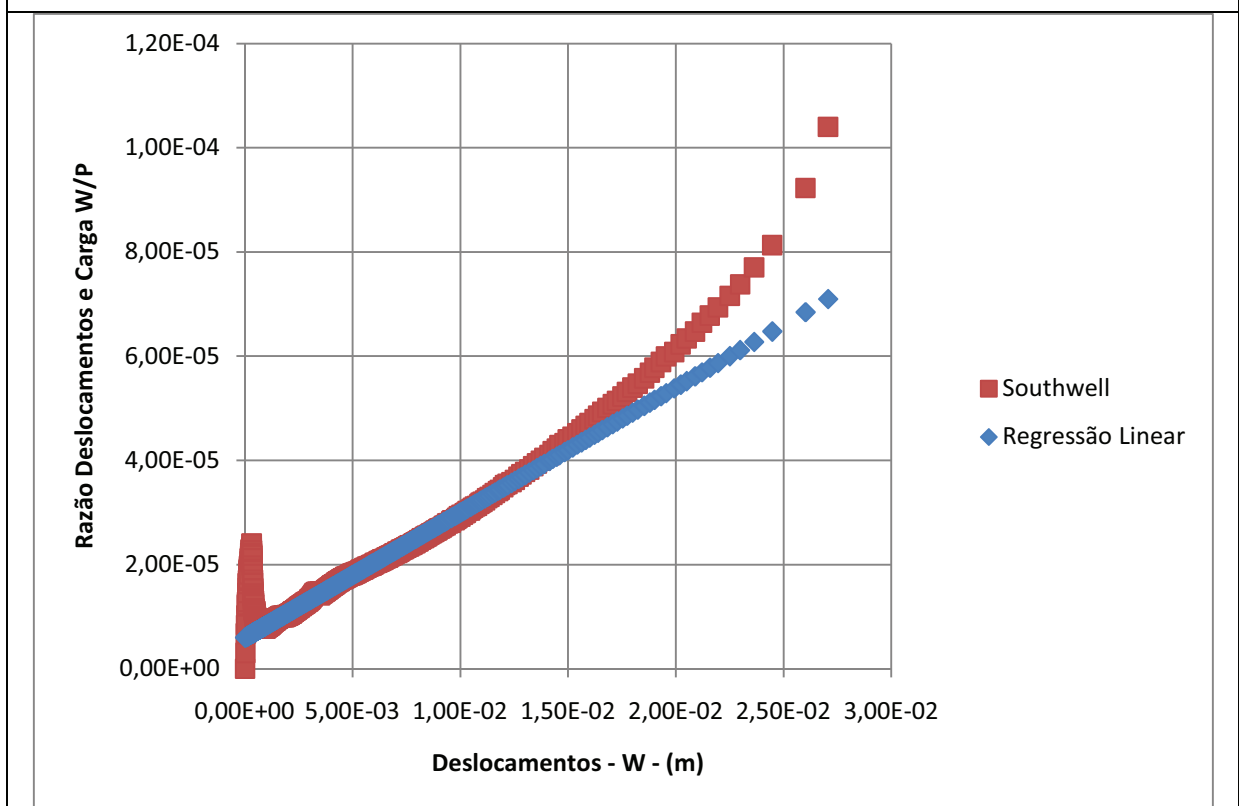


Figura A.26 – Diagrama de Southwell

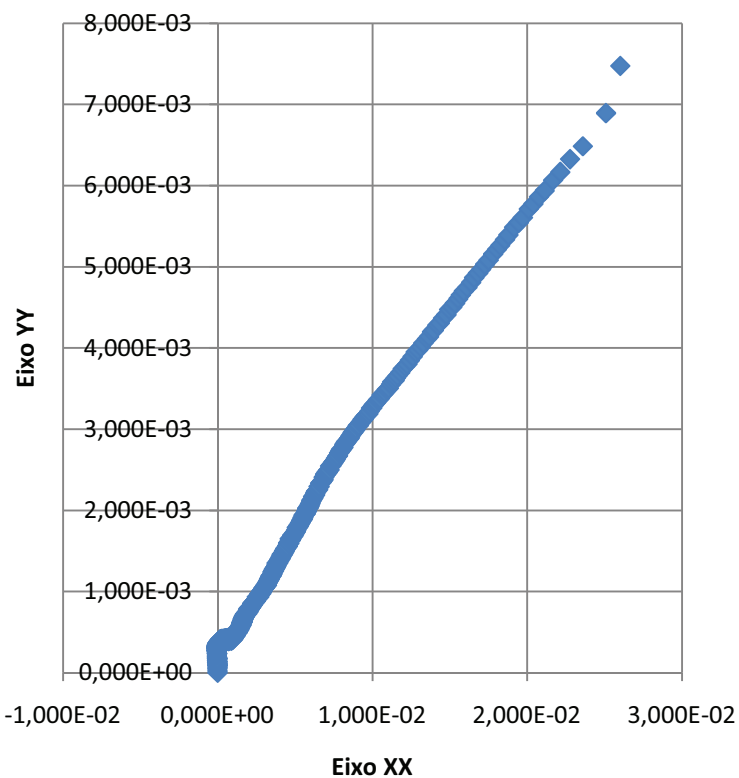


Figura A.27 – Trajectória da secção a meio altura

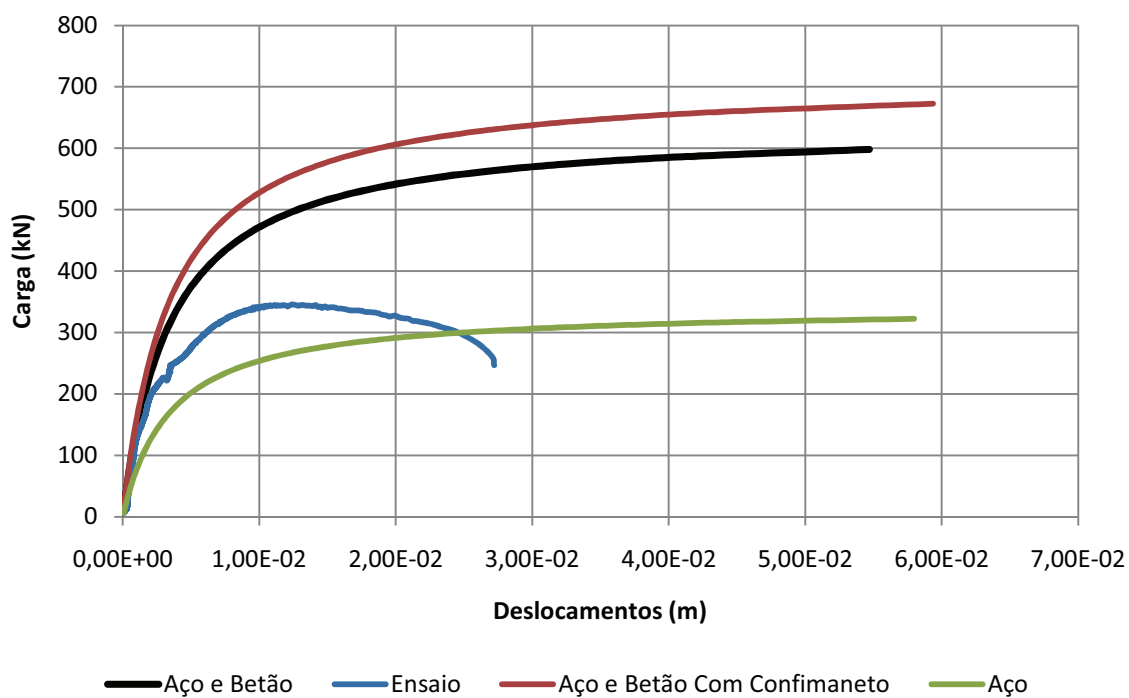


Figura A.28 – Curvas de Carga-Deslocamento da secção média: Coluna de Aço sob Análise não Linear Geométrica (AENL), Coluna Aço e Betão (Não-confinado e Confinado) sob AENL e Coluna Ensaída Aço e Betão

Coluna - C.1.2.3



Figura A.29 – Coluna antes do ensaio



Figura A.30 – Coluna depois do ensaio

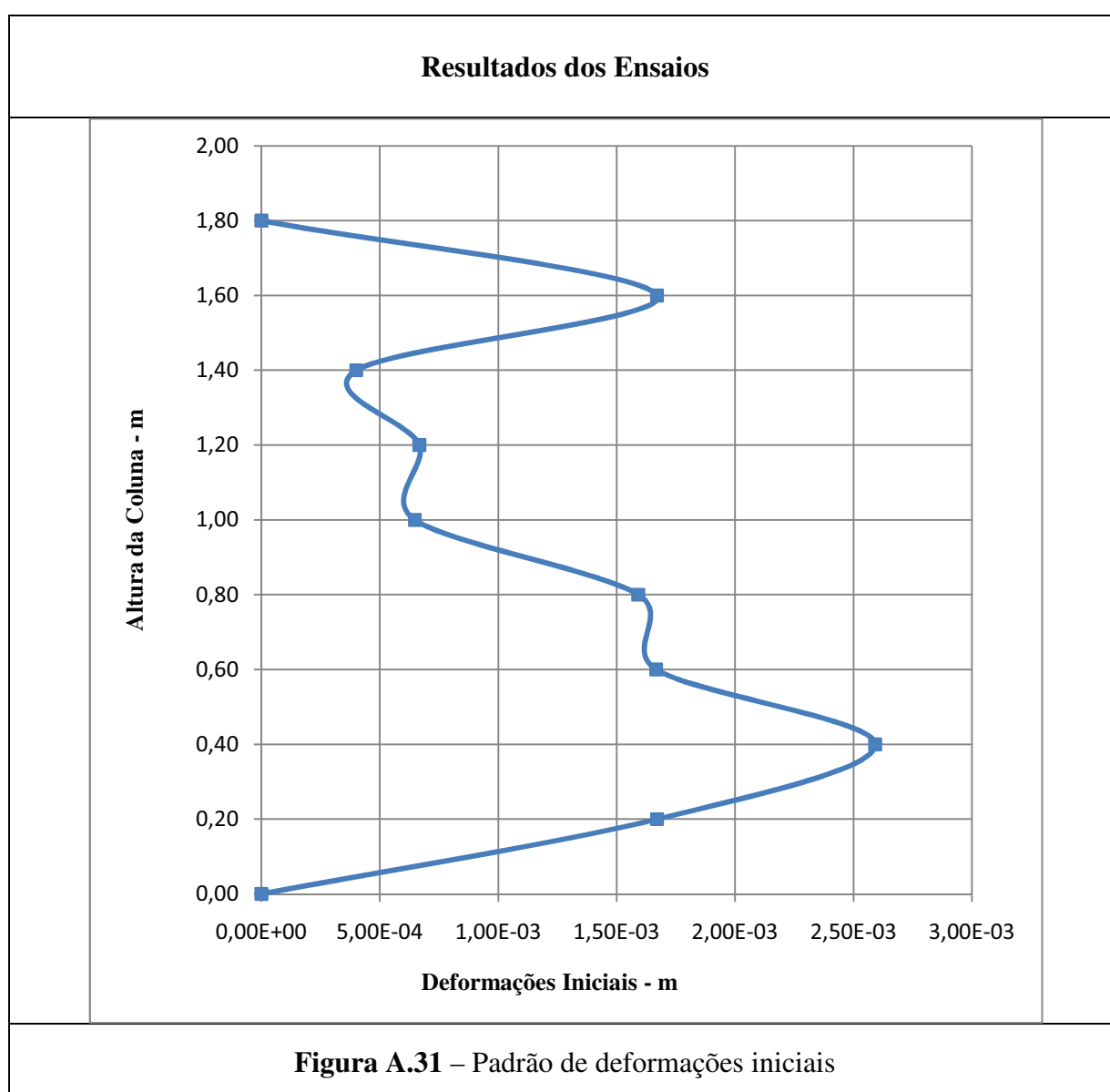
Característica da Coluna

Diâmetro	90 mm		
Espessura	2 mm		
Altura	1800 mm		
Materiais	Aço	S235	
	Betão	Fck = 51,43 MPa	Ec = 34,72 GPa

Observação

Orientação da curvatura	Quarto quadrante		
Excentricidade da Carga	7 mm	Ângulo da Excent	316°
Ovalização		Inicial	Final
	ϕ_{xx} (mm)	90	89,72
	ϕ_{yy} (mm)	90	89,81

<p>Observações</p>	<p>Esta coluna teve uma carga última muito inferior em relação às suas homólogas</p> <p>Este exemplar apresentou uma grande ductilidade padrão, pois a instabilidade ocorreu de forma gradual.</p> <p>O confinamento confere maior resistência às colunas e um comportamento frágil. Nesta coluna, dado ao comportamento dúctil e à carga última inferior, implica um escasso efeito de confinamento.</p> <p>Na ausência de confinamento, o núcleo de betão apenas impede que o aço sofra encurvadura local.</p>
---------------------------	--



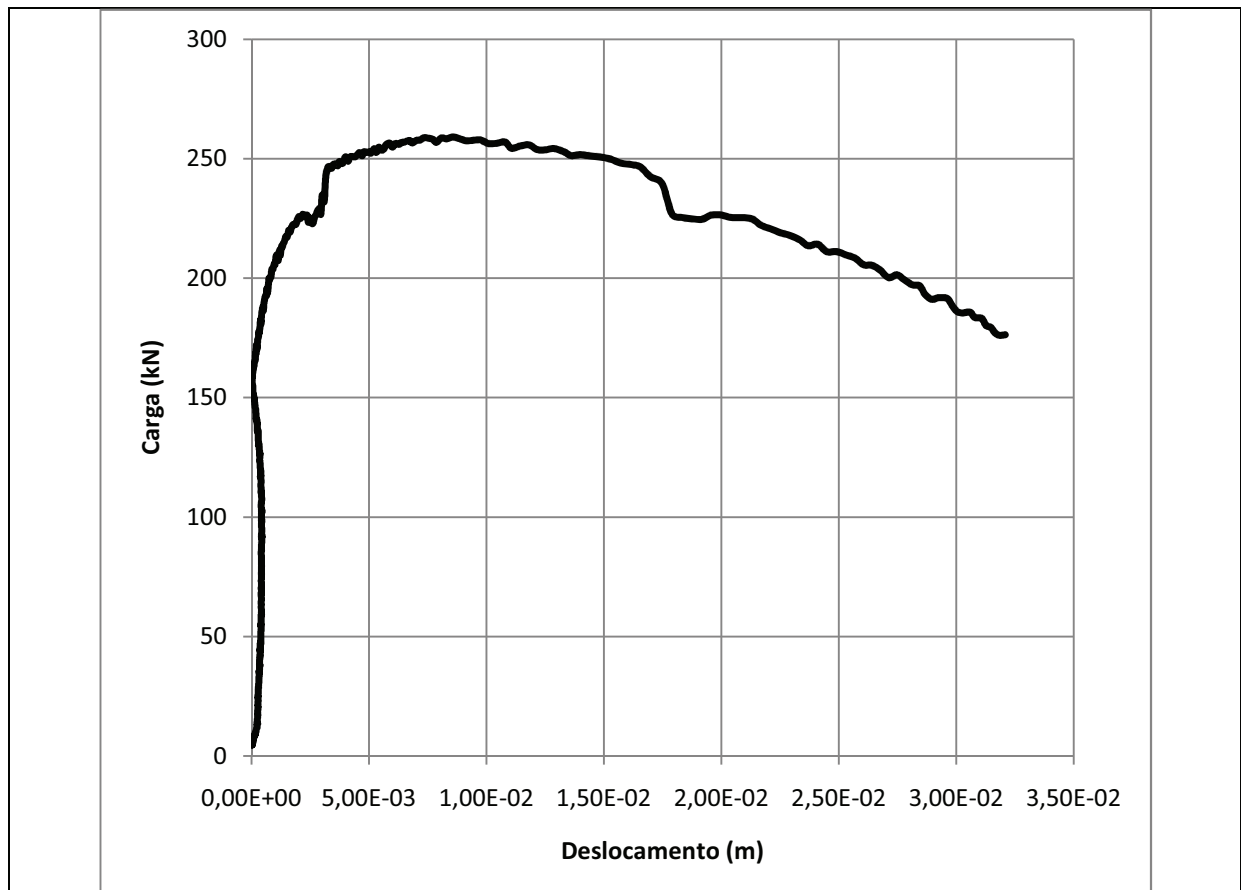


Figura A.32 – Diagrama carga-deslocamento

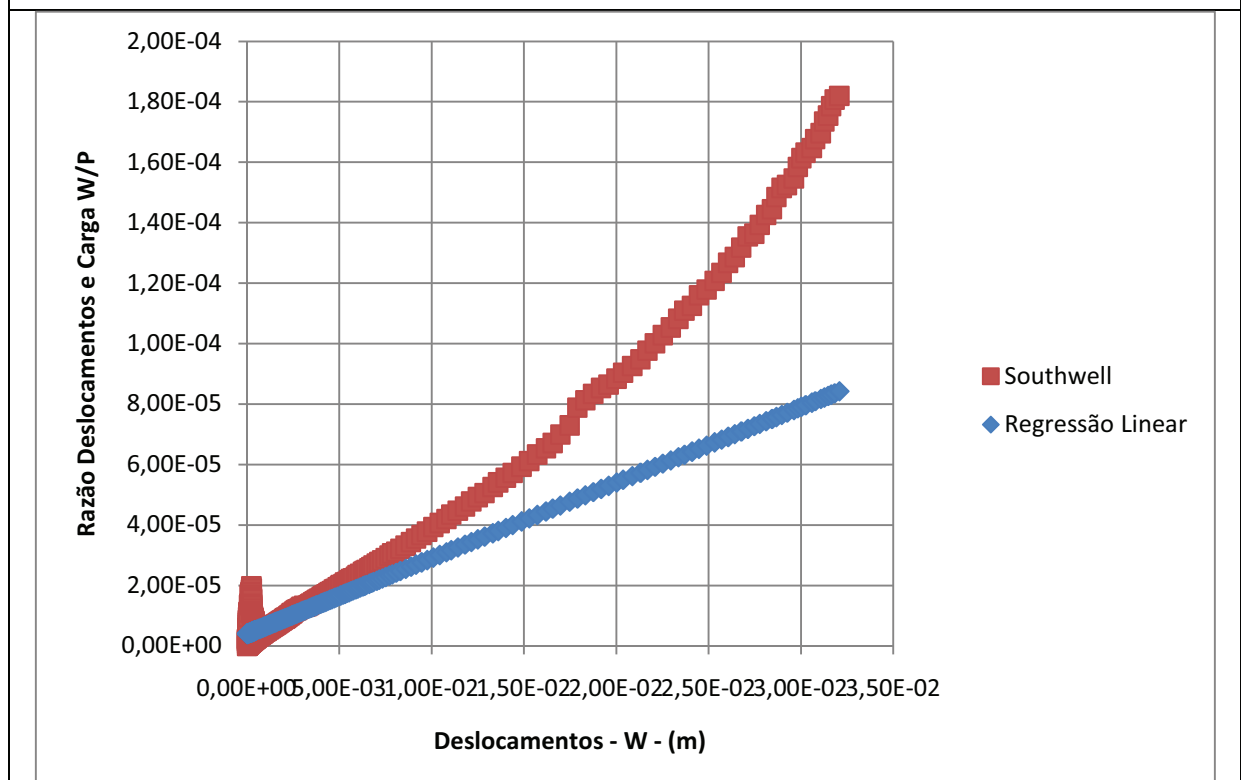


Figura A.33 – Diagrama de Southwell

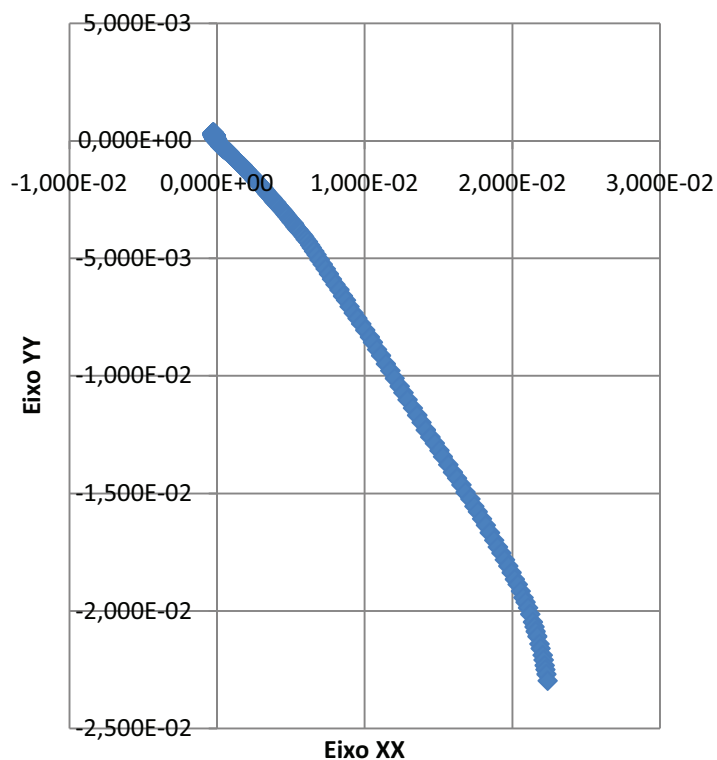


Figura A.34 – Trajectória da secção a meio altura

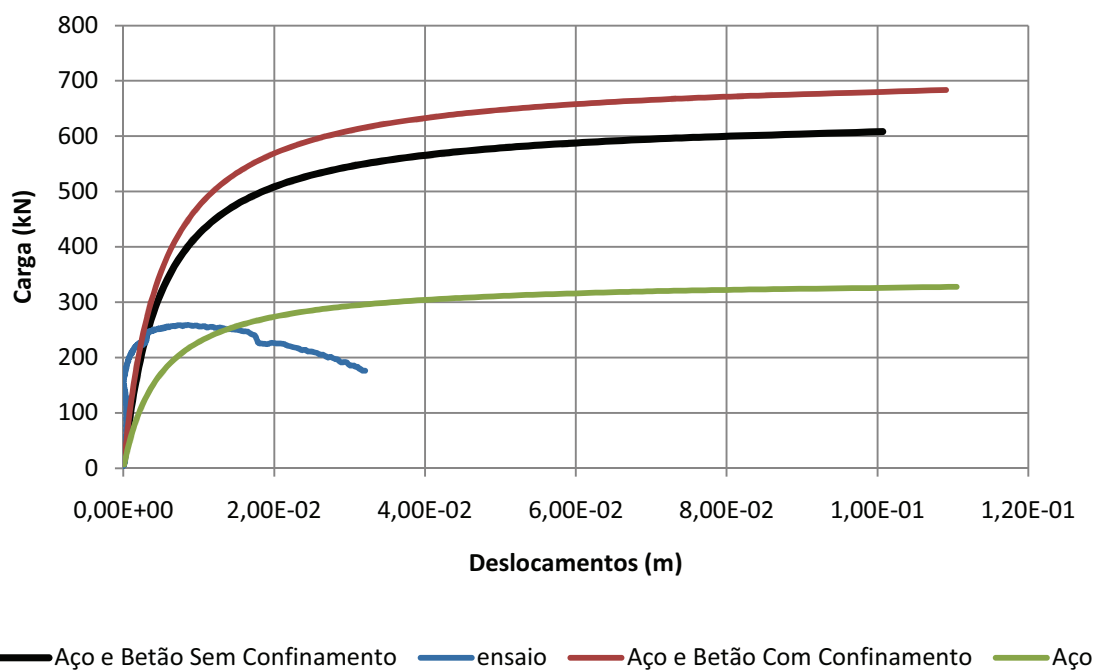


Figura A.35 – Curvas de Carga-Deslocamento da secção média: Coluna de Aço sob Análise não Linear Geométrica (AENL), Coluna Aço e Betão (Não-confinado e Confinado) sob AENL e Coluna Ensaçada Aço e Betão

Coluna - C.1.2.4

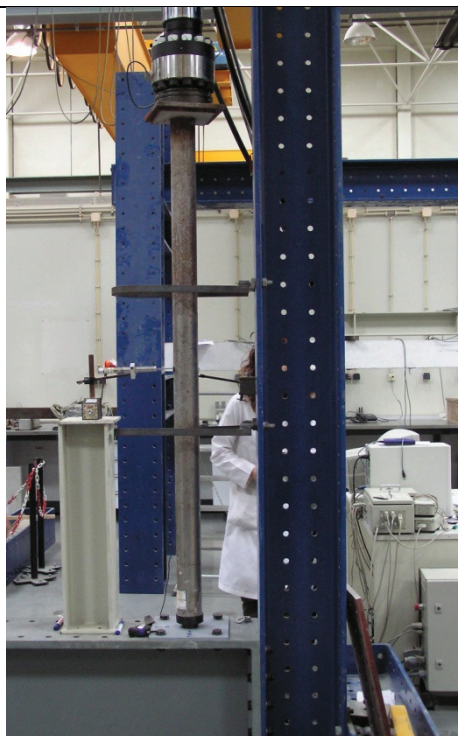


Figura A.36 – Coluna antes do ensaio

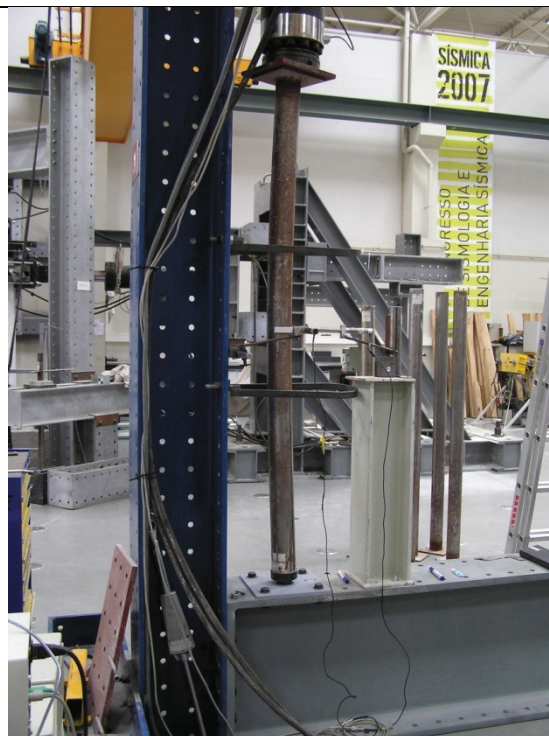


Figura A.37 – Coluna depois do ensaio

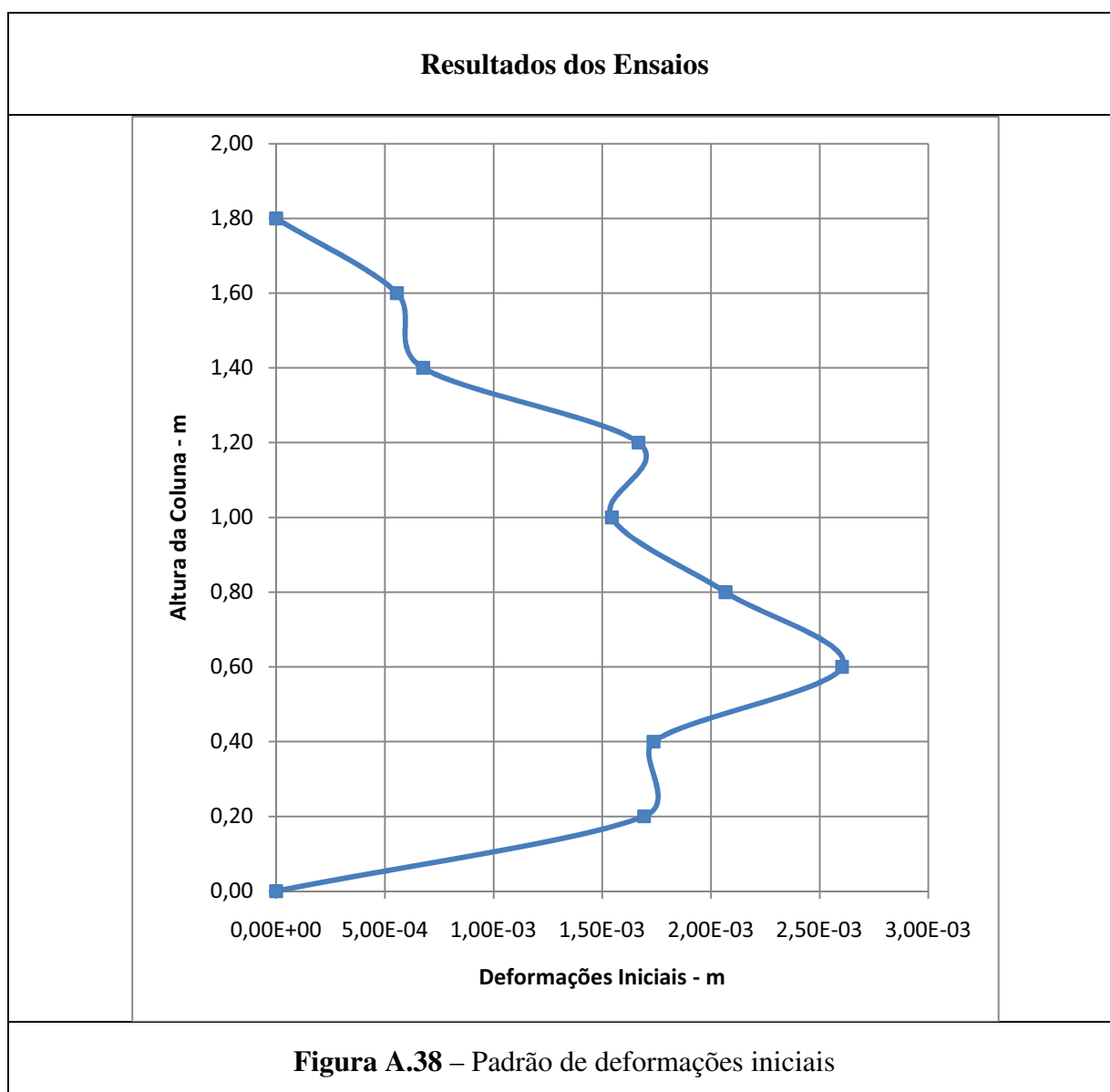
Característica da Coluna

Diâmetro	90 mm		
Espessura	2 mm		
Altura	1800 mm		
Materiais	Aço	S235	
	Betão	Fck = 51,43 MPa	Ec = 34,72 GPa

Observação

Orientação da curvatura	Segundo o eixo dos XX		
Excentricidade da Carga	7 mm	Ângulo da Excent	0°
Ovalização		Inicial	Final
	ϕ_{xx} (mm)	90	89,24
	ϕ_{yy} (mm)	90	89,91

<p>Observações</p>	<p>Neste ensaio reduziu-se a velocidade do ensaio a 0,01 mm/s.</p>
---------------------------	--



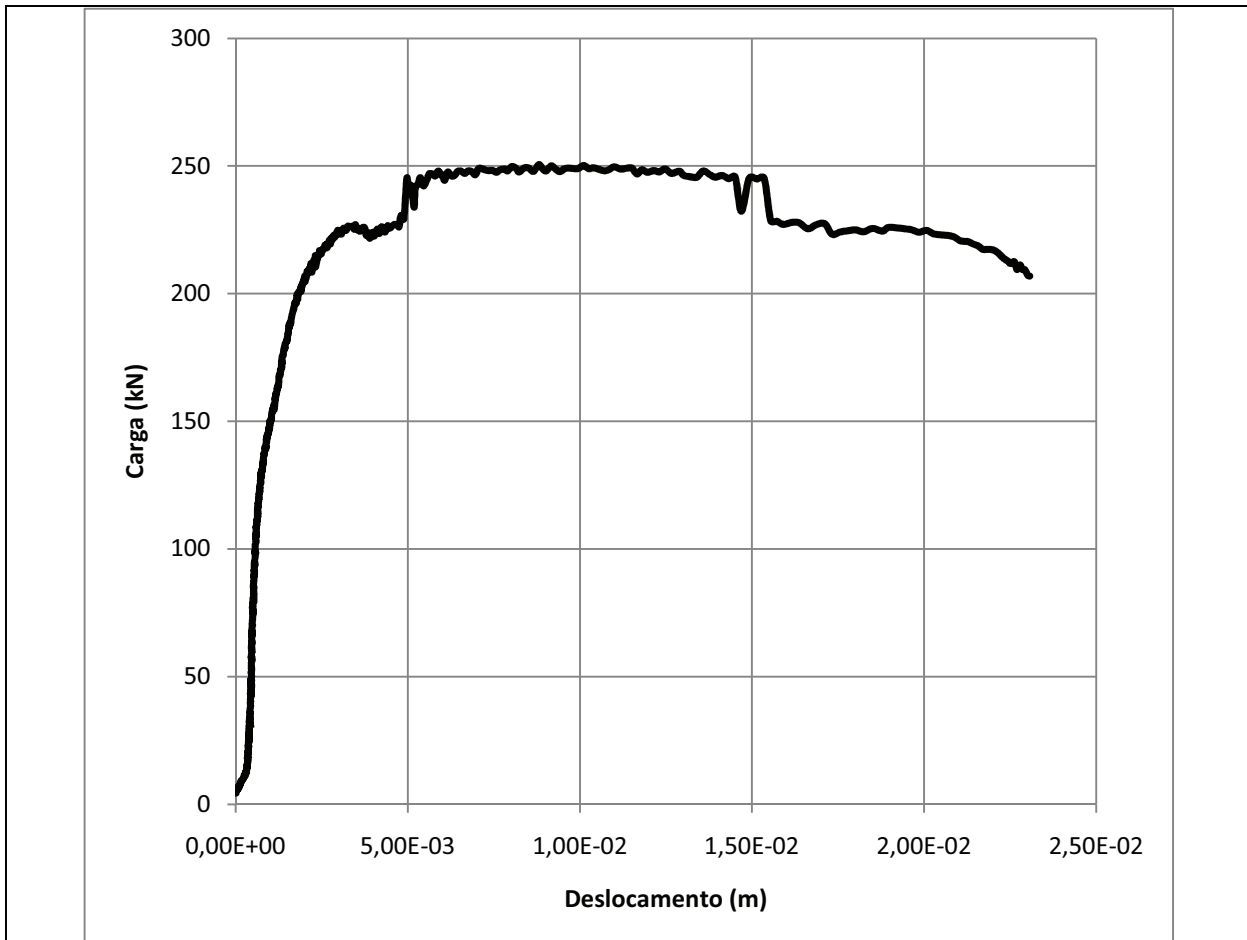


Figura A.39 – Diagrama carga-deslocamento

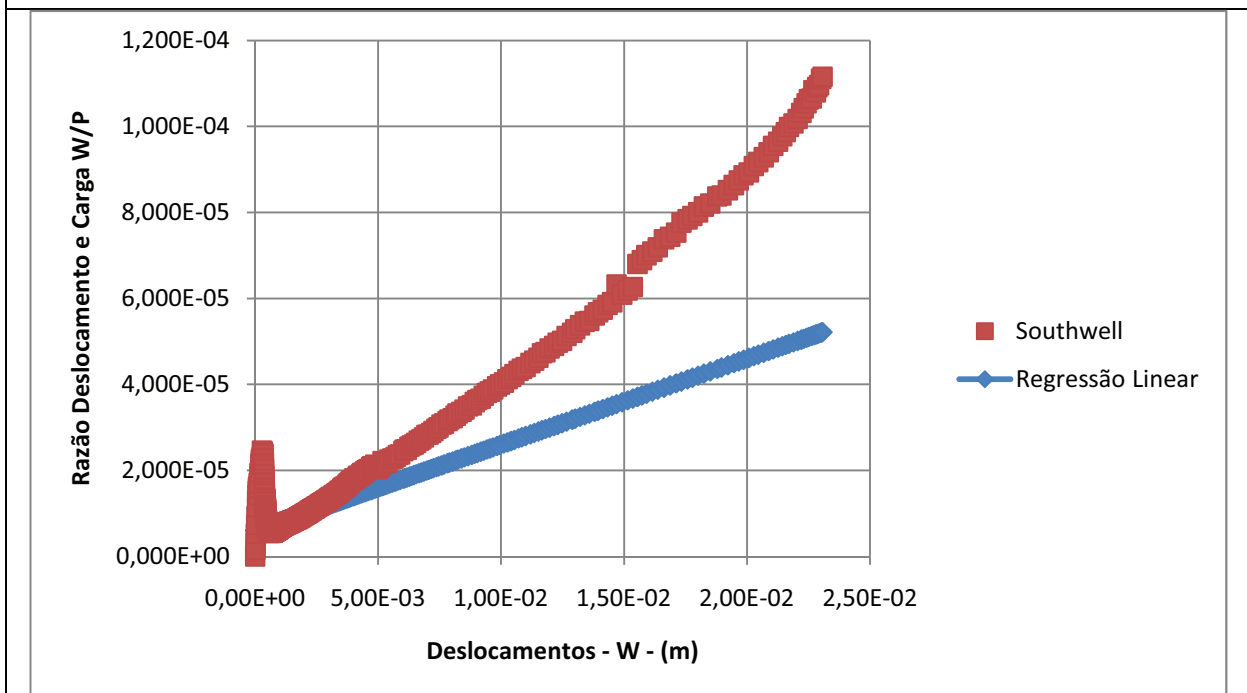


Figura A.40 – Diagrama de Southwell

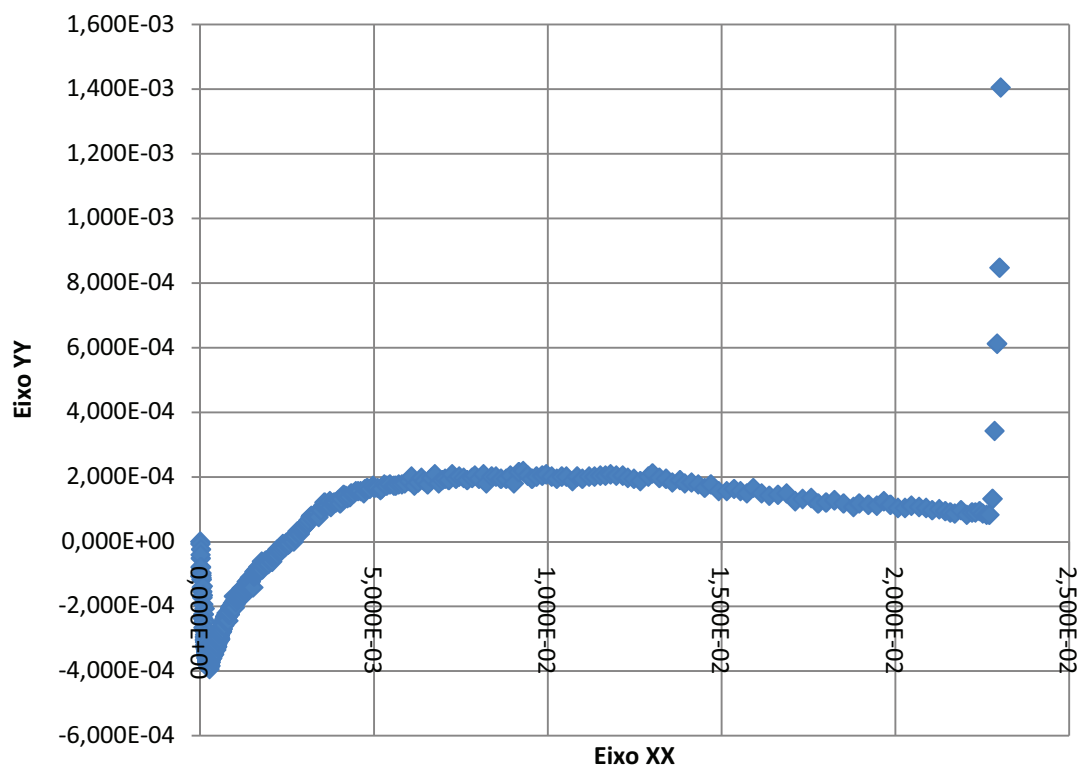


Figura A.41 – Trajectória da secção a meio altura

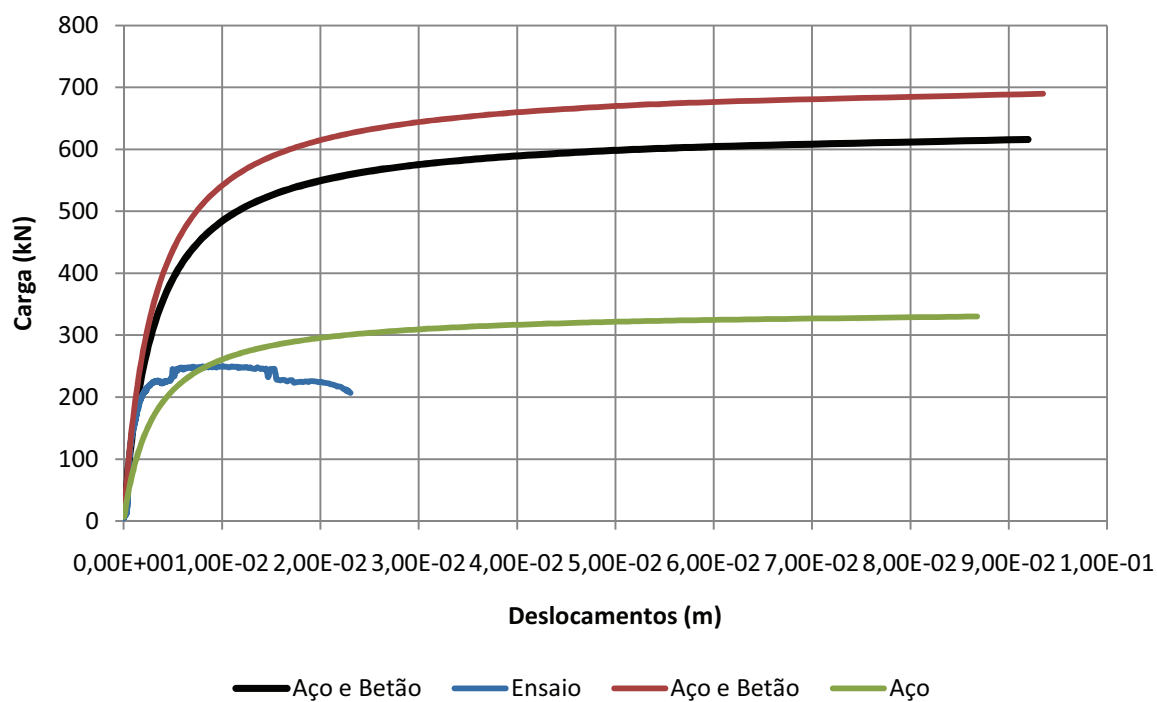


Figura A.42 – Curvas de Carga-Deslocamento da secção média: Coluna de Aço sob Análise não Linear Geométrica (AENL), Coluna Aço e Betão (Não-confinado e Confinado) sob AENL e Coluna Ensaçada Aço e Betão

Coluna - C.2.1.1

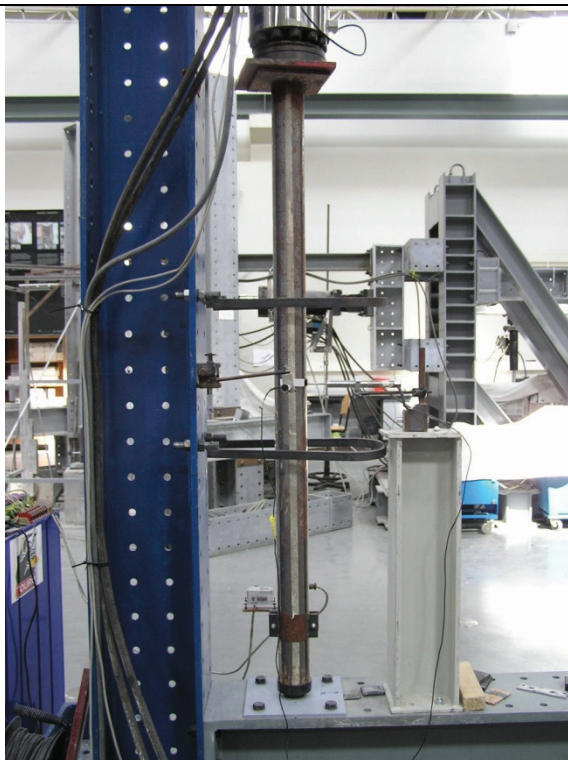


Figura A.43 – Coluna antes do ensaio



Figura A.44 – Coluna depois do ensaio

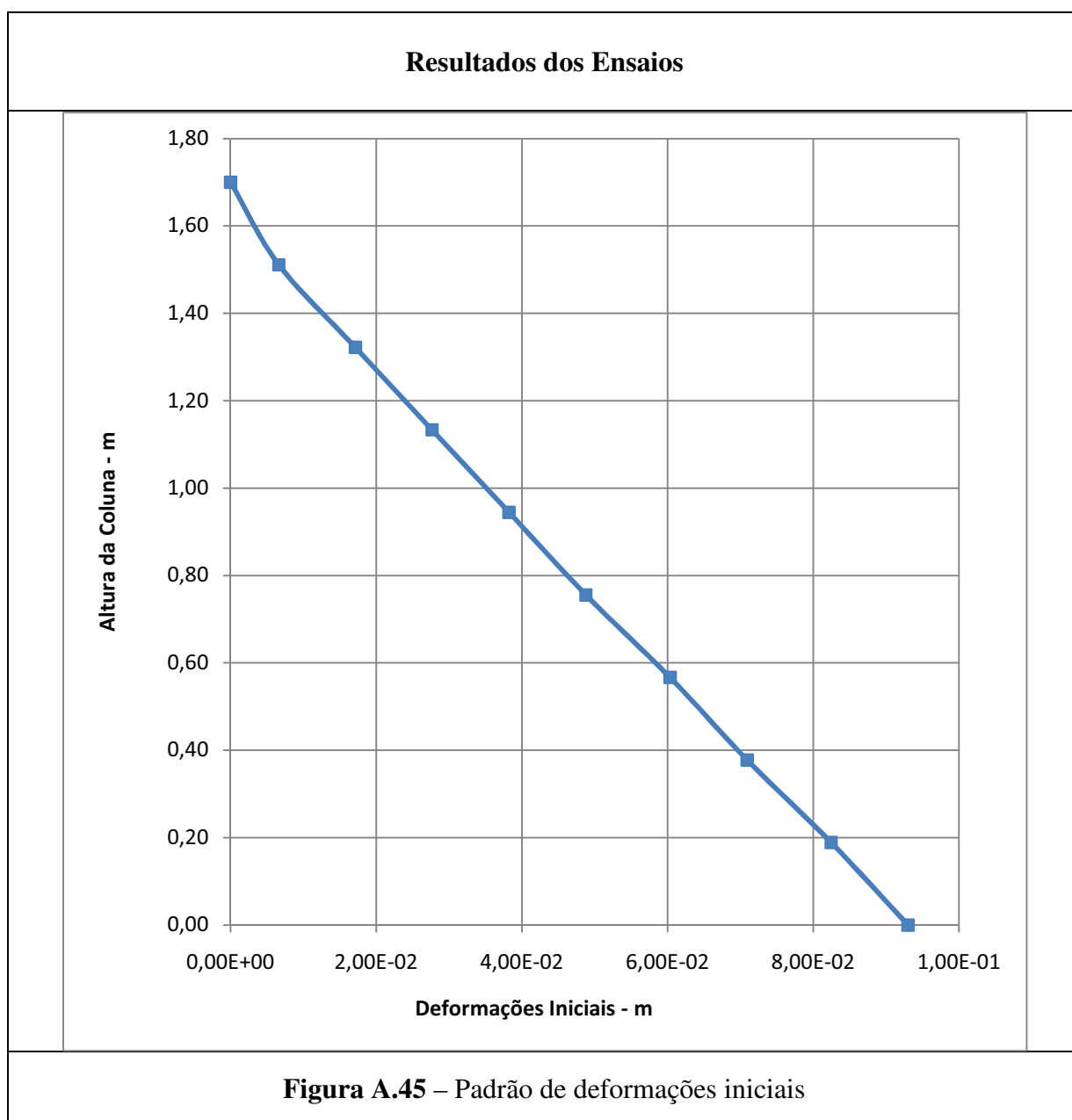
Característica da Coluna

Diâmetro	90 mm		
Espessura	2 mm		
Altura	1700 mm		
Materiais	Aço	S235	
	Betão	Fck = 52,09 MPa	Ec = 34,08 GPa

Observação

Orientação da curvatura	Primeiro quadrante		
Excentricidade da Carga	5 mm	Ângulo da Excent	64,5°
Ovalização		Inicial	Final
	ϕ_{xx} (mm)	90	90,08
	ϕ_{yy} (mm)	90	89,83

Observações	Neste ensaio reduziu-se a velocidade do ensaio a 0,01 mm/s.
--------------------	---



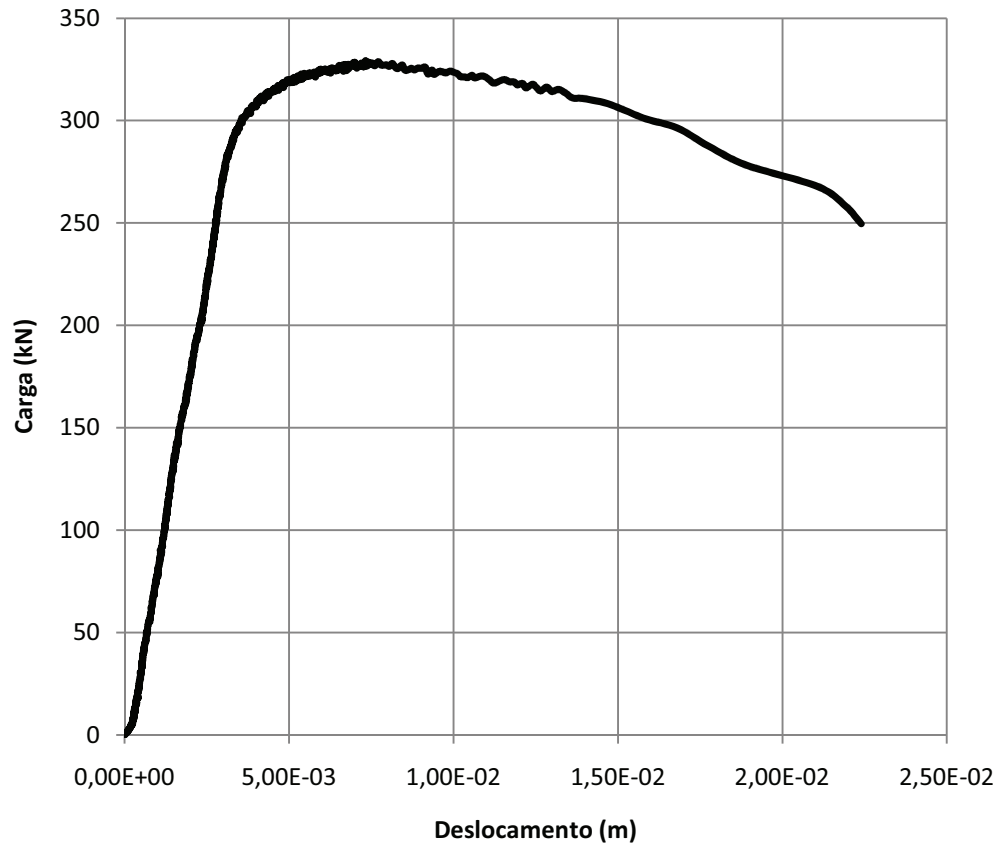


Figura A.46 – Diagrama carga-deslocamento

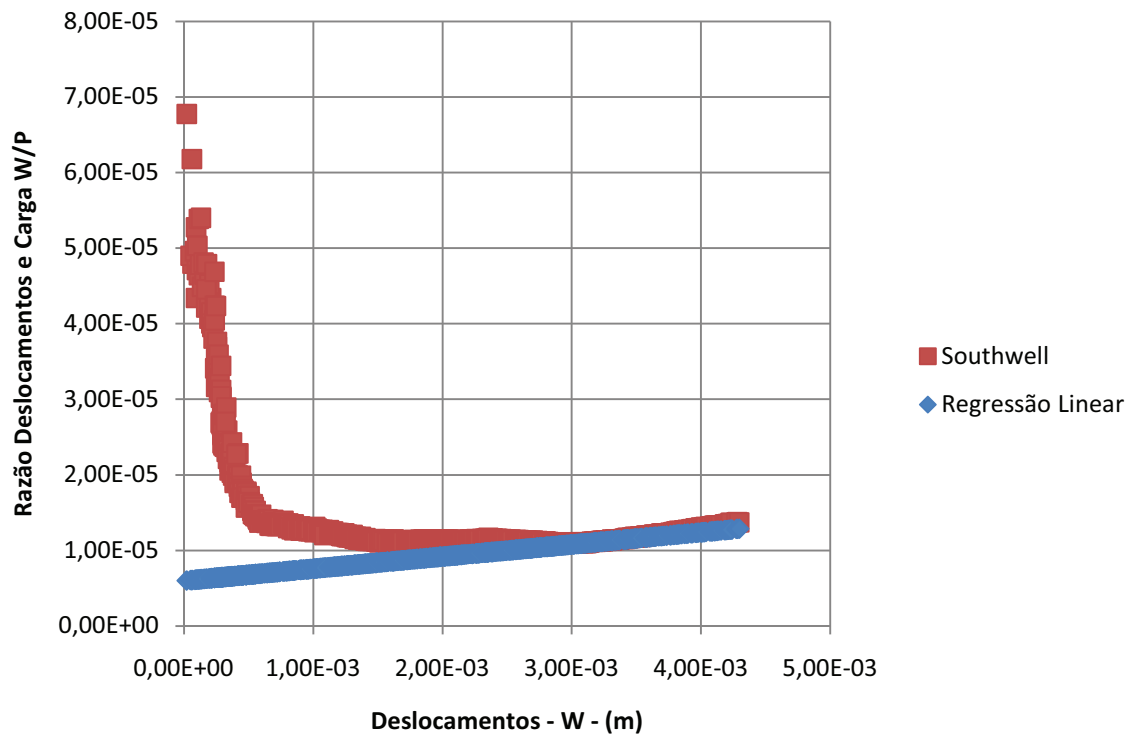


Figura A.47 – Diagrama de Southwell

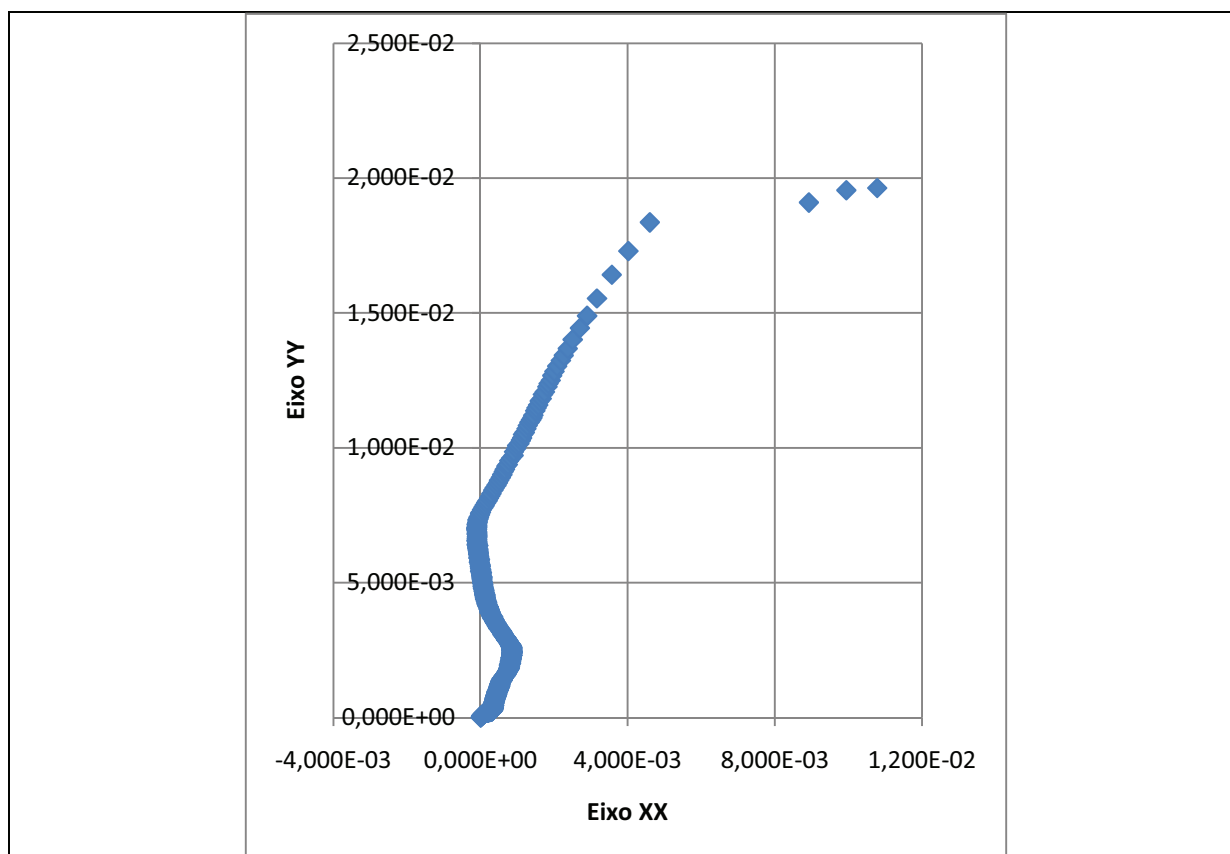


Figura A.48 – Trajectória da secção a meio altura

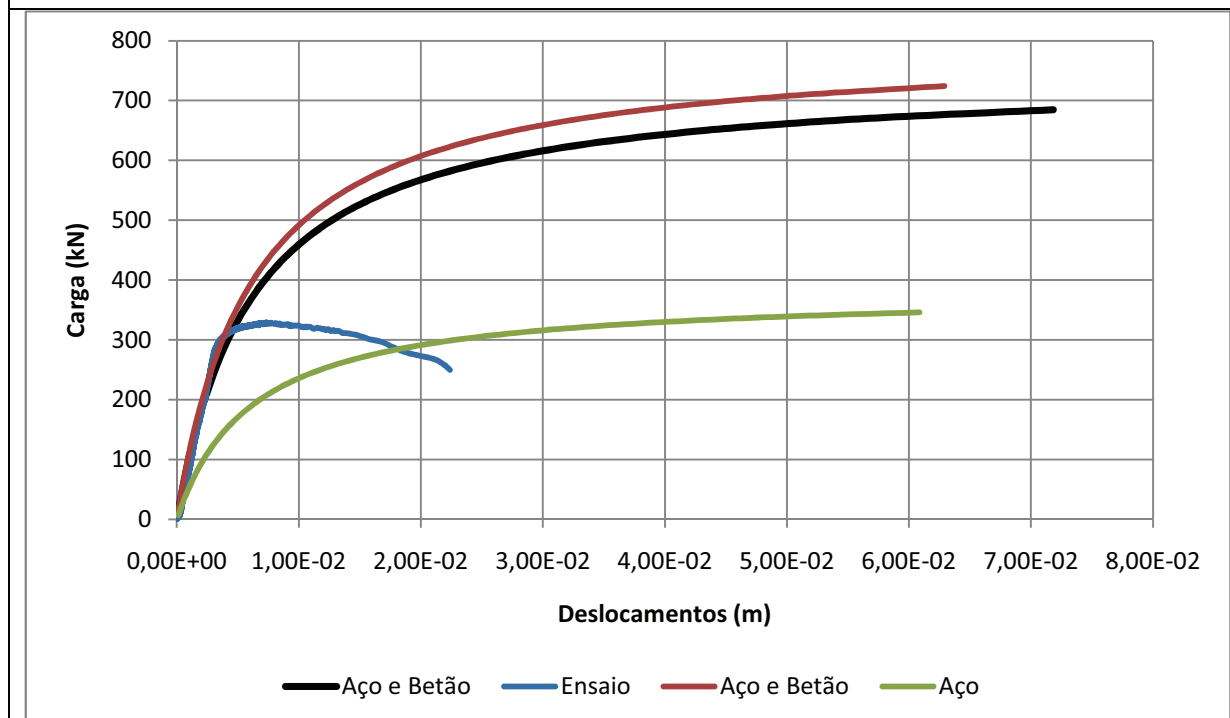


Figura A.49 – Curvas de Carga-Deslocamento da secção média: Coluna de Aço sob Análise não Linear Geométrica (AENL), Coluna Aço e Betão (Não-confinado e Confinado) sob AENL e Coluna Ensaída Aço e Betão

Coluna - C.2.1.2

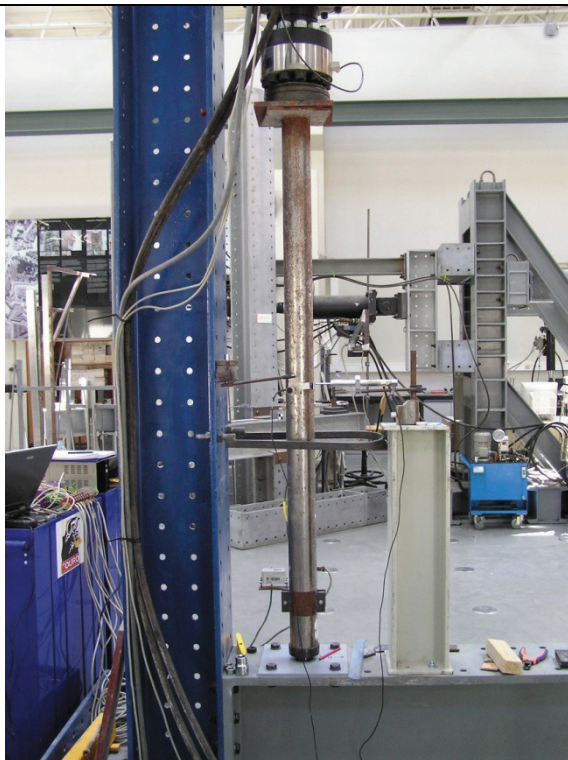


Figura A.50 – Coluna antes do ensaio

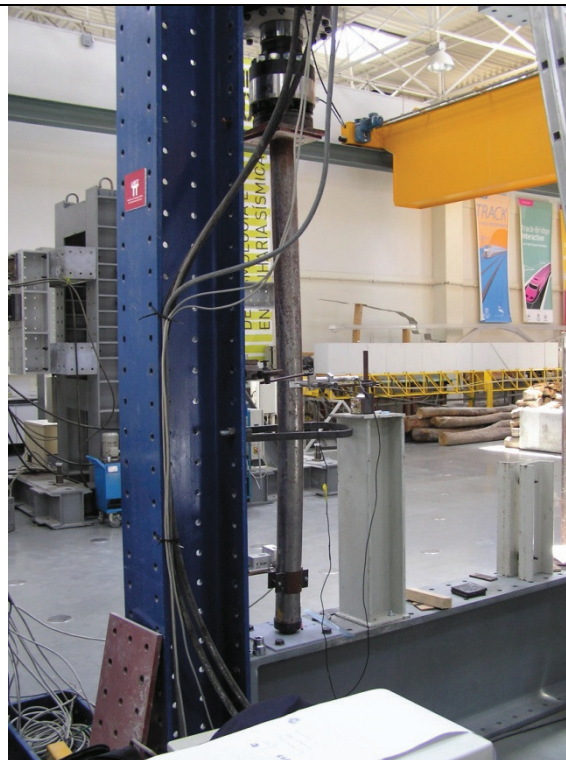


Figura A.51 – Coluna depois do ensaio

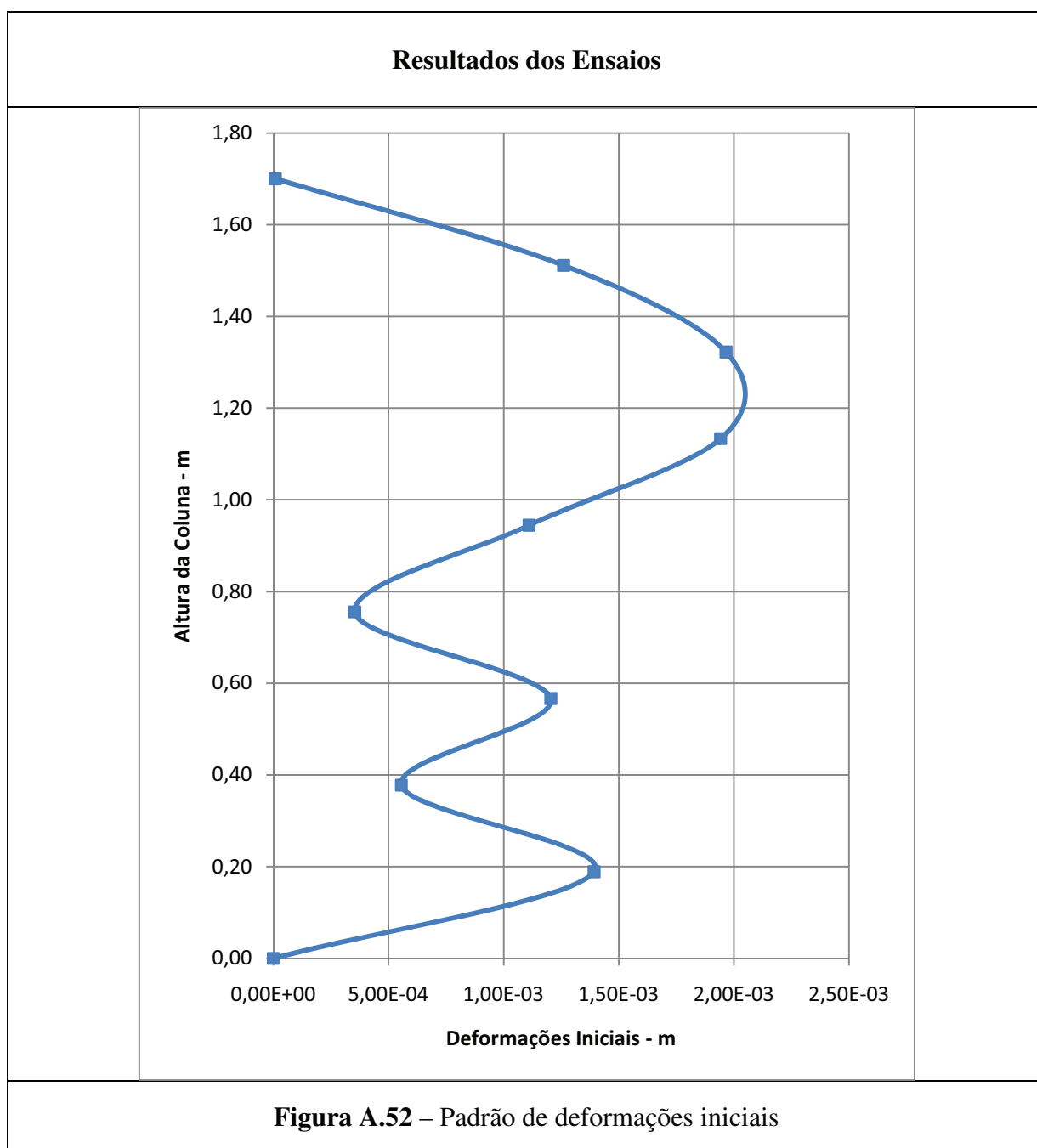
Característica da Coluna

Diâmetro	90 mm		
Espessura	2 mm		
Altura	1700 mm		
Materiais	Aço	S235	
	Betão	Fck = 52,09 MPa	Ec = 34,08 GPa

Observação

Orientação da curvatura	Terceiro quadrante		
Excentricidade da Carga	7 mm	Ângulo da Excent	253°
Ovalização		Inicial	Final
	ϕ_{xx} (mm)	90	89,65
	ϕ_{yy} (mm)	90	90,11

Observações	Neste ensaio reduziu-se a velocidade do ensaio a 0,01 mm/s.
--------------------	---



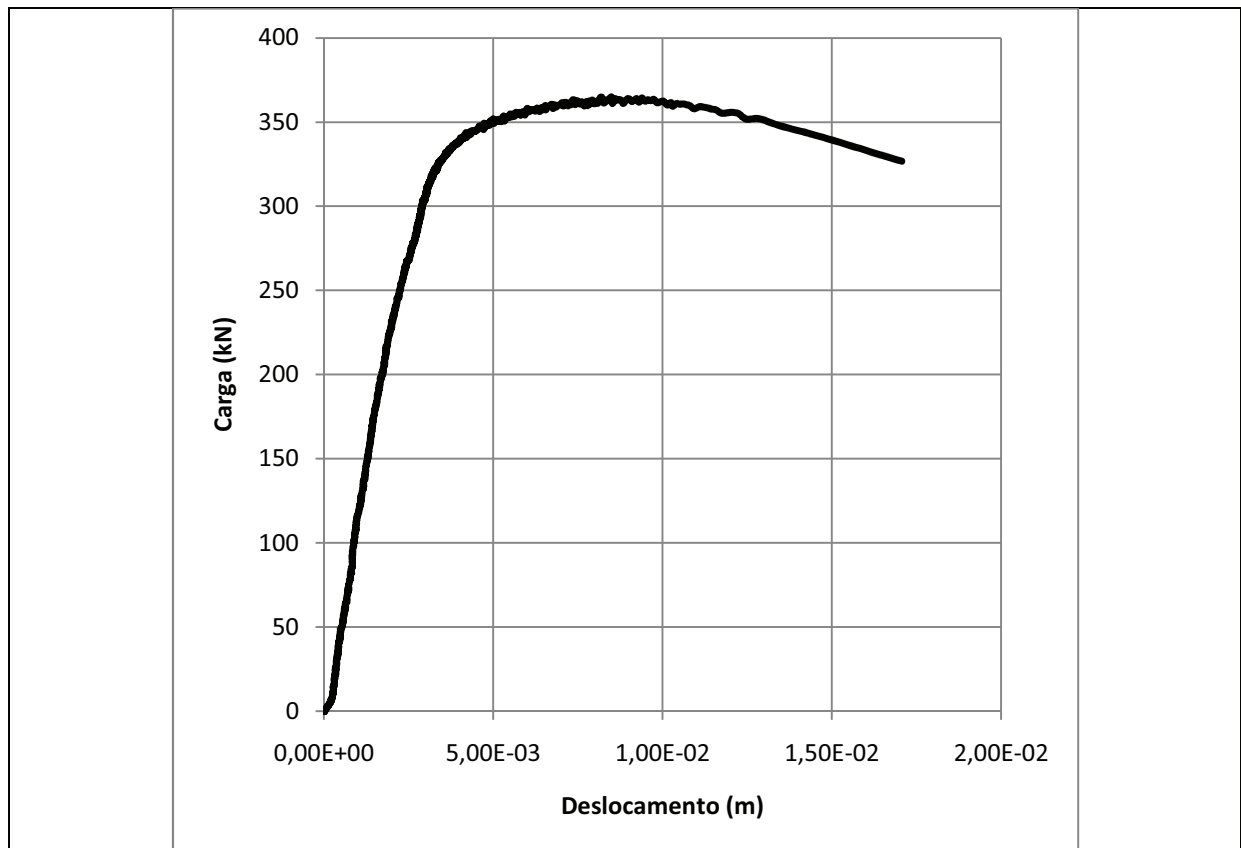


Figura A.53 – Diagrama carga-deslocamento

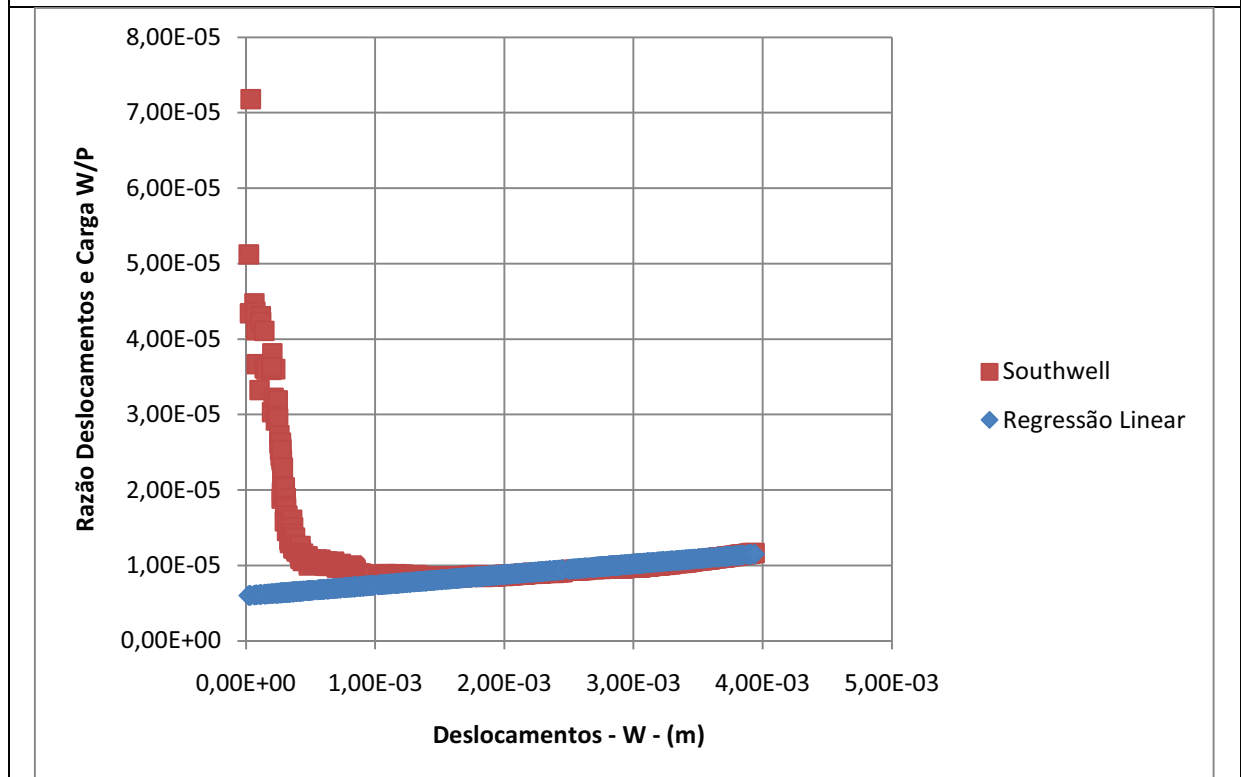


Figura A.54 – Diagrama de Southwell

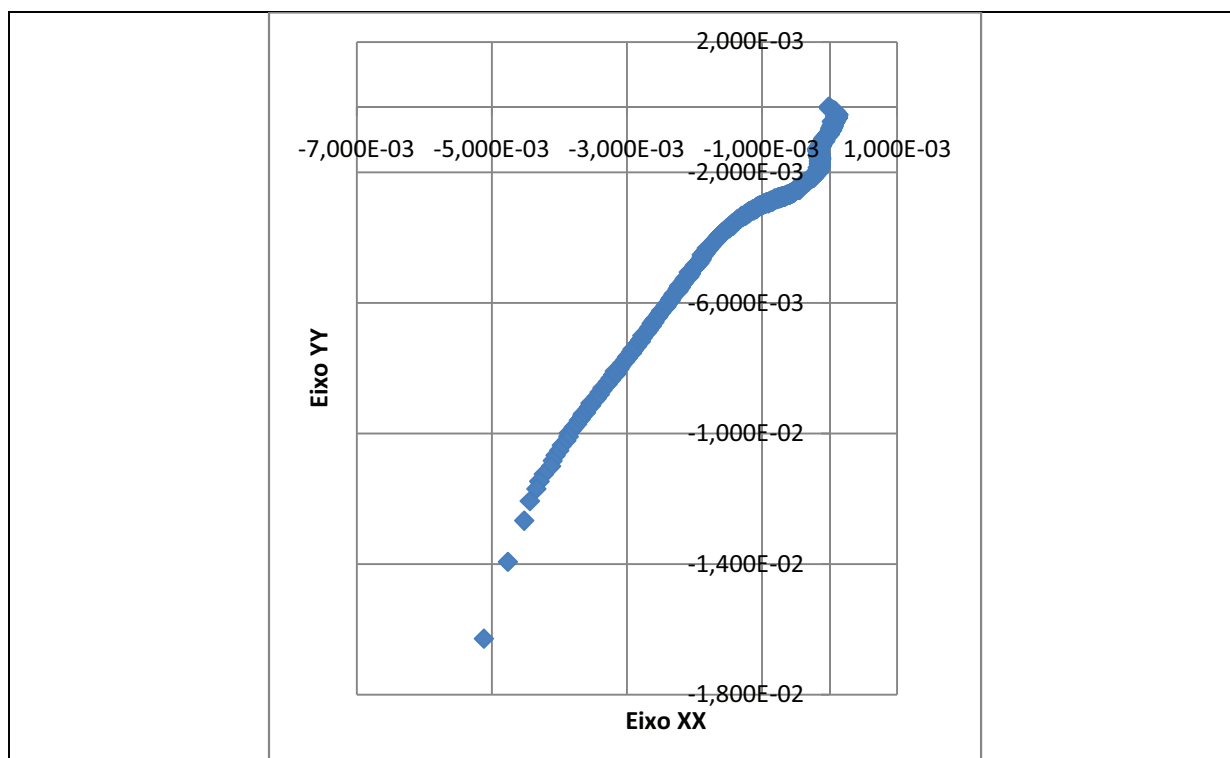


Figura A.55 – Trajectória da secção a meio altura

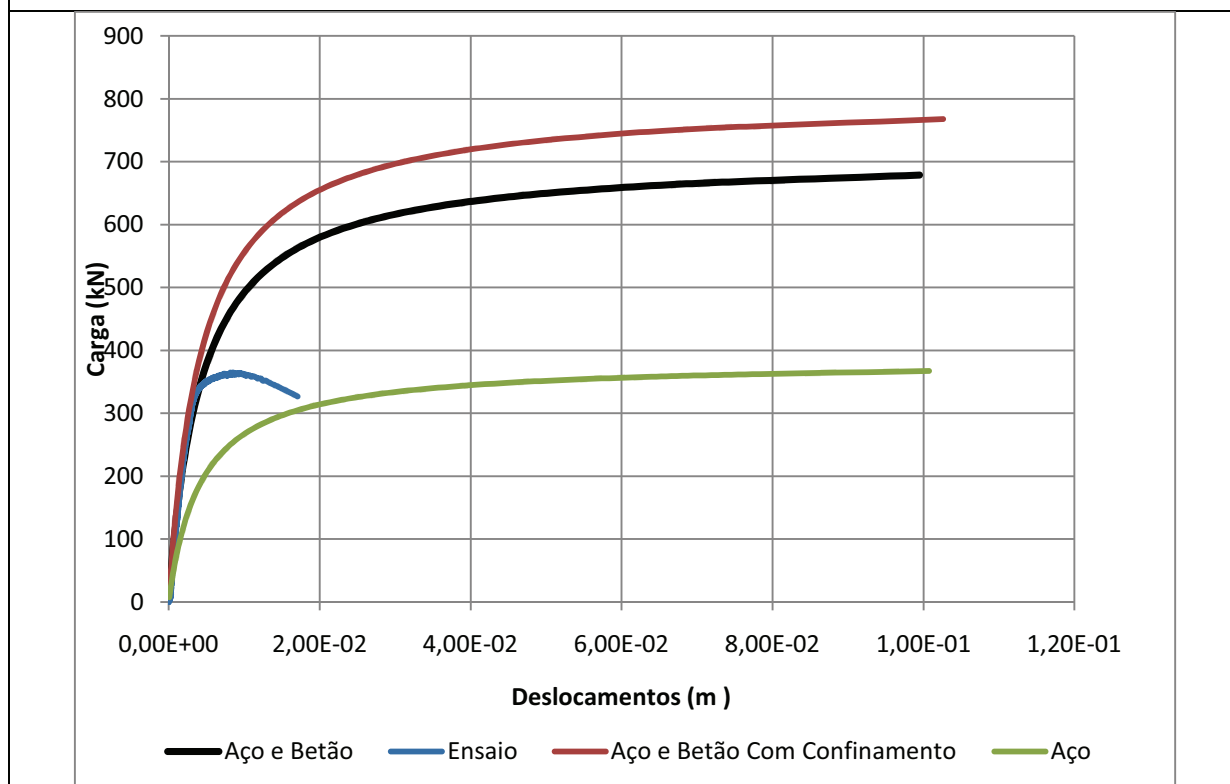


Figura A.56 – Curvas de Carga-Deslocamento da secção média: Coluna de Aço sob Análise não Linear Geométrica (AENL), Coluna Aço e Betão (Não-confinado e Confinado) sob AENL e Coluna Ensaçada Aço e Betão

Coluna - C.2.2.1

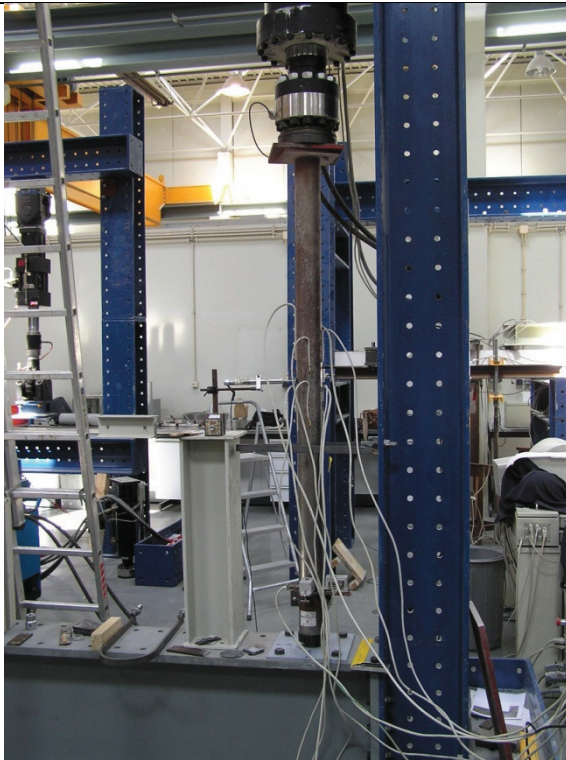


Figura A.57 – Coluna antes do ensaio

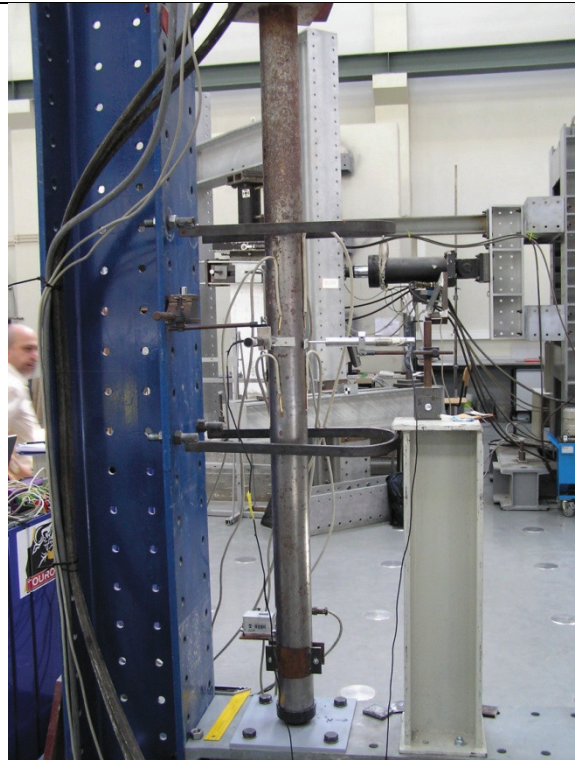


Figura A.58 – Coluna depois do ensaio

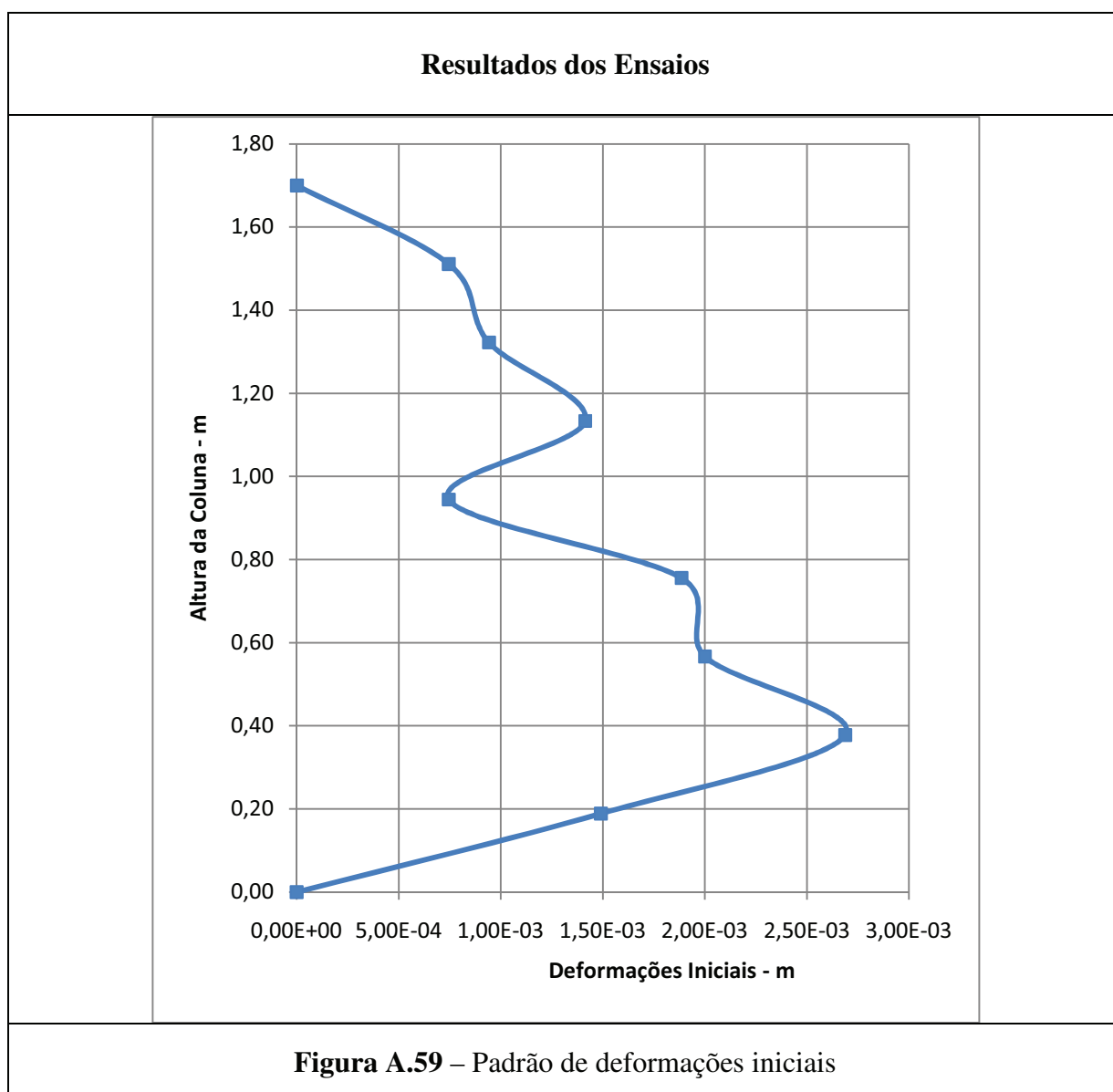
Característica da Coluna

Diâmetro	90 mm		
Espessura	2 mm		
Altura	1700 mm		
Materiais	Aço	S235	
	Betão	Fck = 51,43 MPa	Ec = 34,72 GPa

Observação

Orientação da curvatura	Primeiro quadrante		
Excentricidade da Carga	22 mm	Ângulo da Excent	64°
Ovalização		Inicial	Final
	ϕ_{xx} (mm)	90	90,23
	ϕ_{yy} (mm)	90	89,84

<p>Observações</p>	<p>Neste ensaio reduziu-se a velocidade do ensaio a 0,01 mm/s.</p> <p>Os registos desta coluna foram obtidos por dois LVDT's, um na direcção XX e outro na direcção YY, dois inclinómetros, um na direcção XX e outro na direcção YY, e oito extensómetros</p>
---------------------------	--



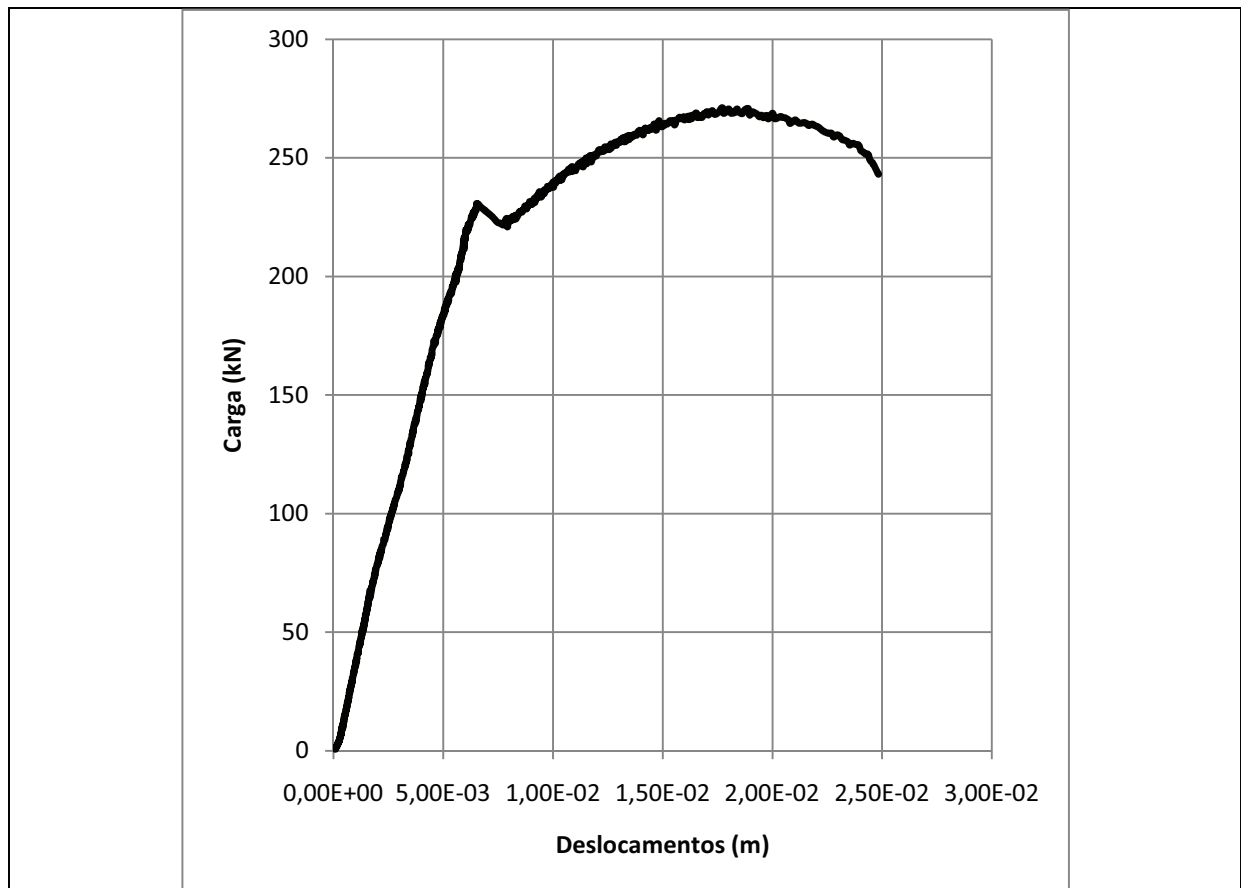


Figura A.60 – Diagrama carga-deslocamento

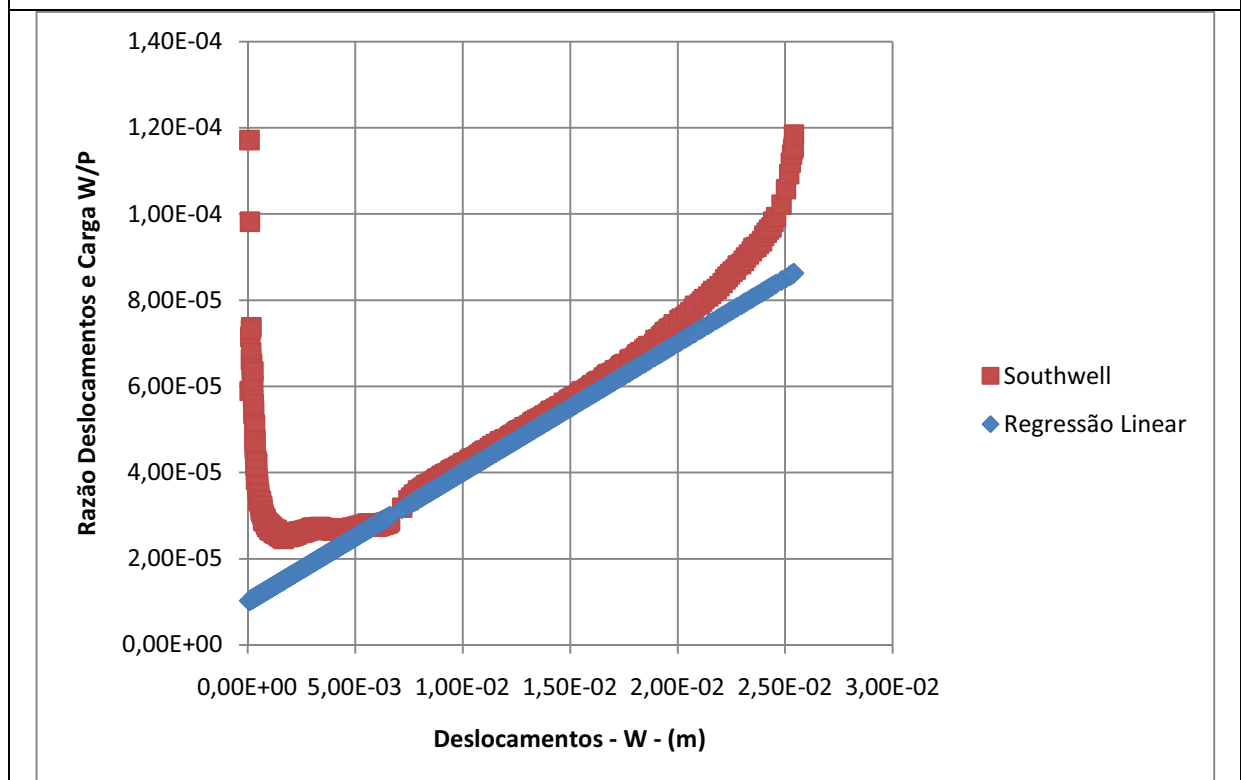


Figura A.61 – Diagrama de Southwell

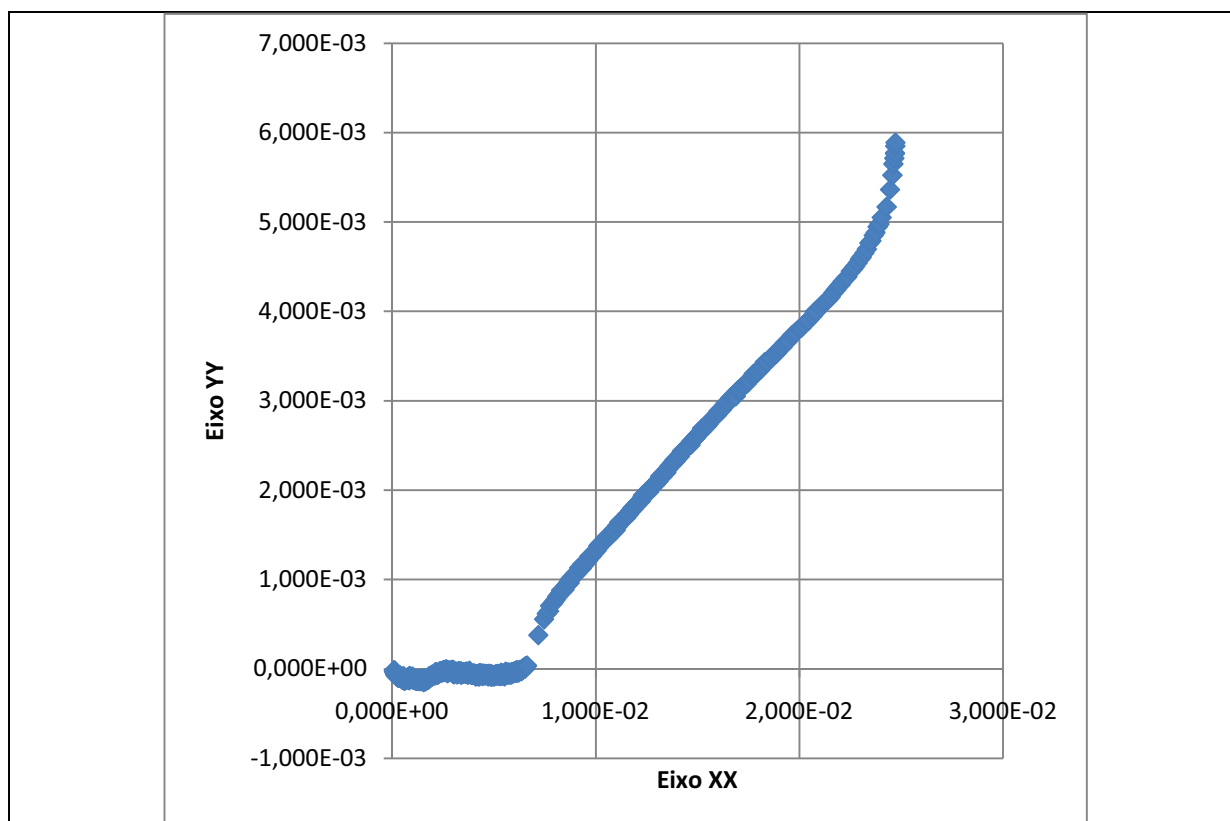


Figura A.62 – Trajectória da secção a meio altura

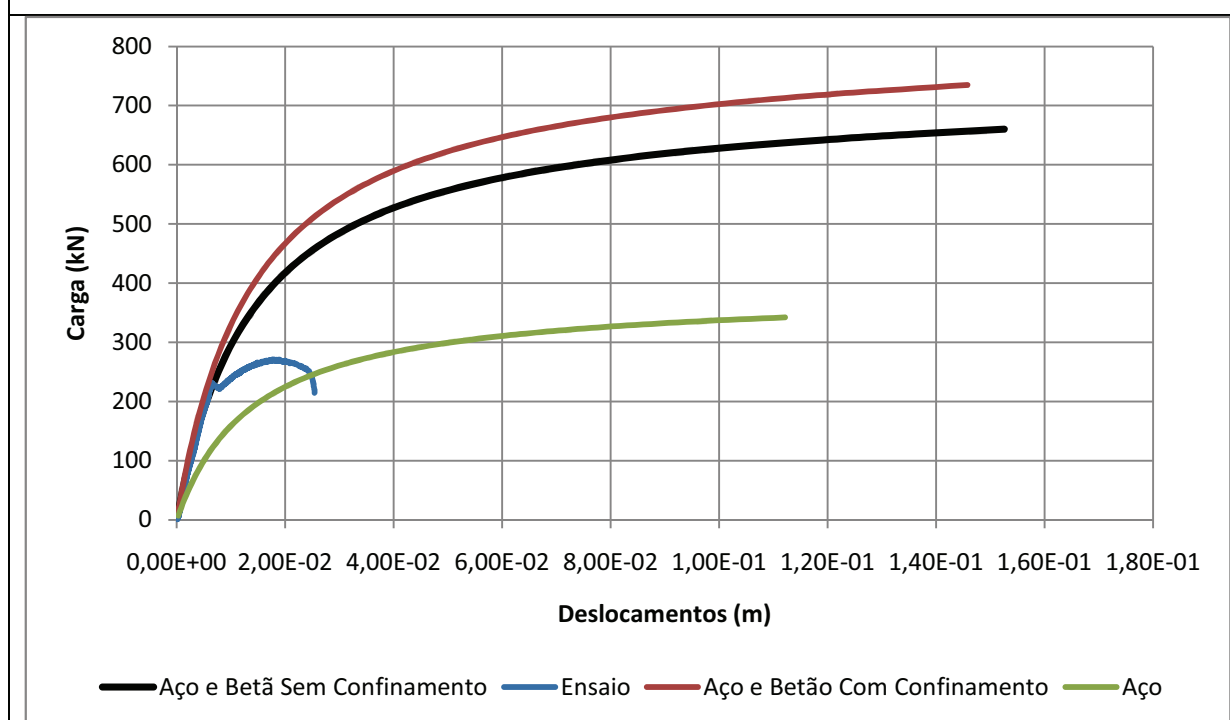


Figura A.63 – Curvas de Carga-Deslocamento da secção média: Coluna de Aço sob Análise não Linear Geométrica (AENL), Coluna Aço e Betão (Não-confinado e Confinado) sob AENL e Coluna Ensaçada Aço e Betão

Coluna - C.2.2.2

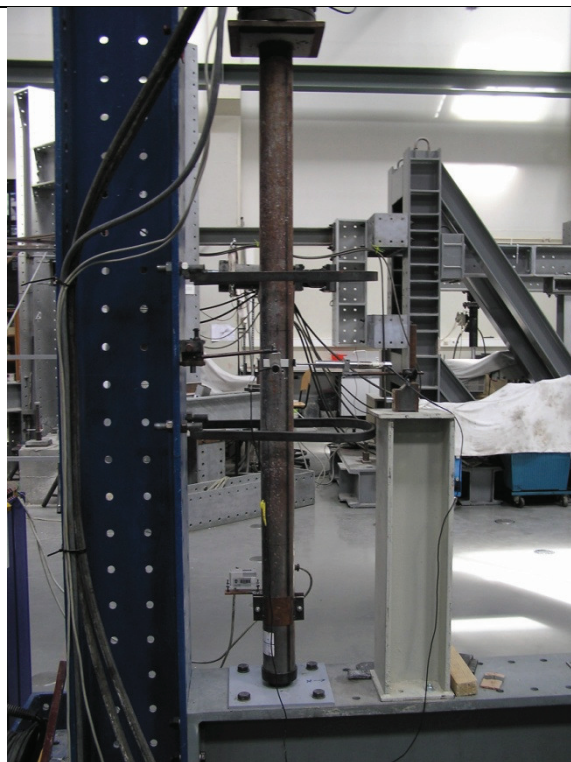


Figura A.64 – Coluna antes do ensaio

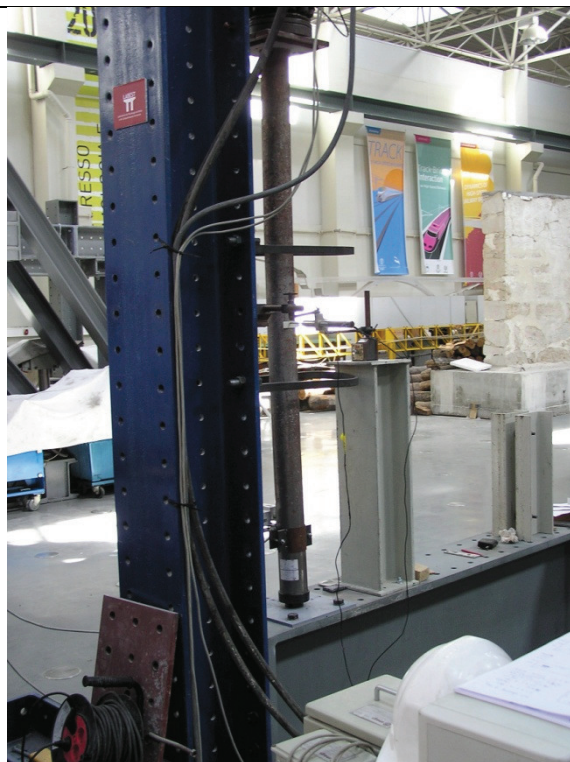
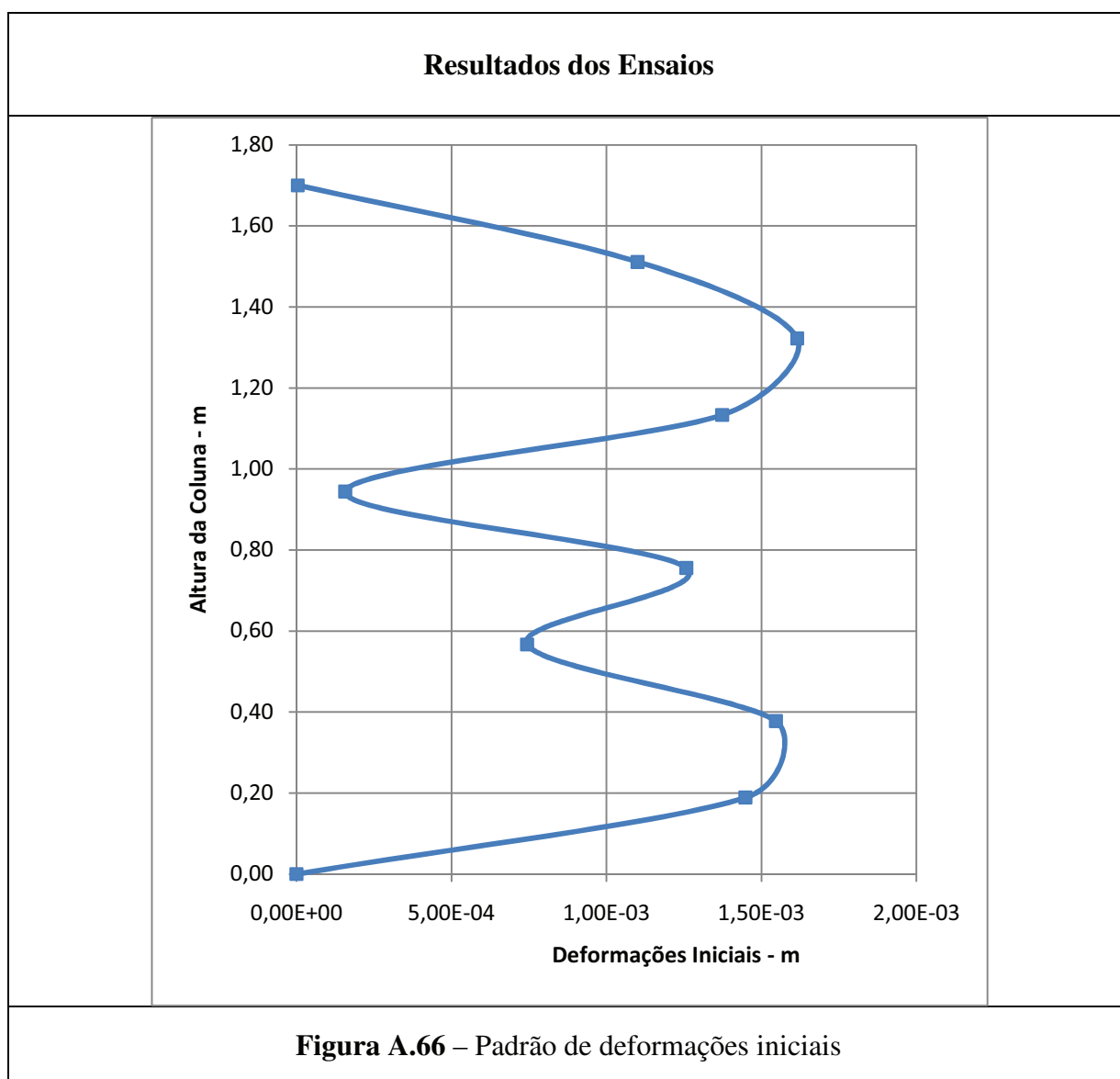


Figura A.65 – Coluna depois do ensaio

Característica da Coluna			
Diâmetro	90 mm		
Espessura	2 mm		
Altura	1700 mm		
Materiais	Aço	S235	
	Betão	Fck = 51,43 MPa	Ec = 34,72 GPa

Observação			
Orientação da curvatura	Quarto quadrante		
Excentricidade da Carga	15 mm	Ângulo da Excent	275°
Ovalização		Inicial	Final
	ϕ_{xx} (mm)	90	89,90
	ϕ_{yy} (mm)	90	90

<p>Observações</p>	<p>Neste ensaio reduziu-se a velocidade do ensaio a 0,01 mm/s.</p> <p>Os registos desta coluna foram obtidos por dois LVDT's, um na direcção XX e outro na direcção YY, e dois inclinómetros, um na direcção XX</p>
---------------------------	---



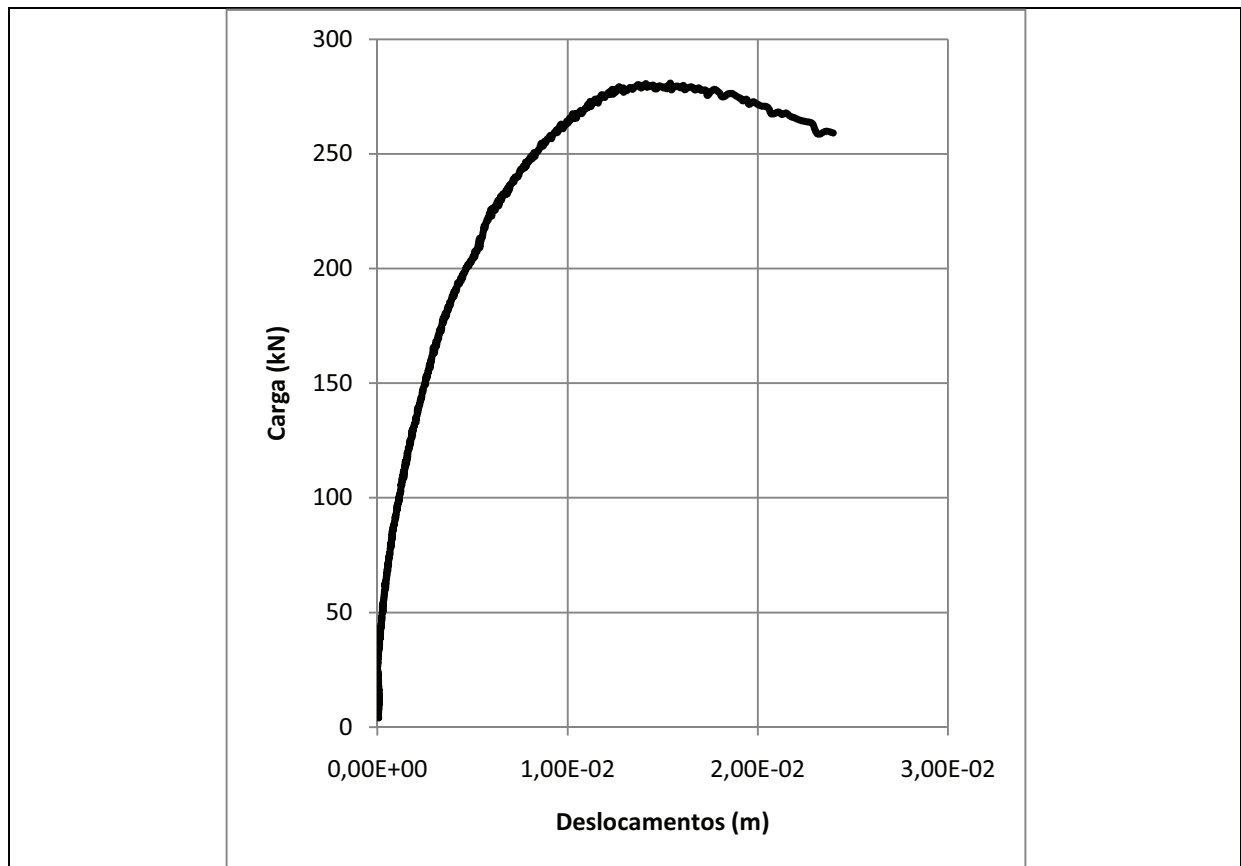


Figura A.67 – Diagrama carga-deslocamento

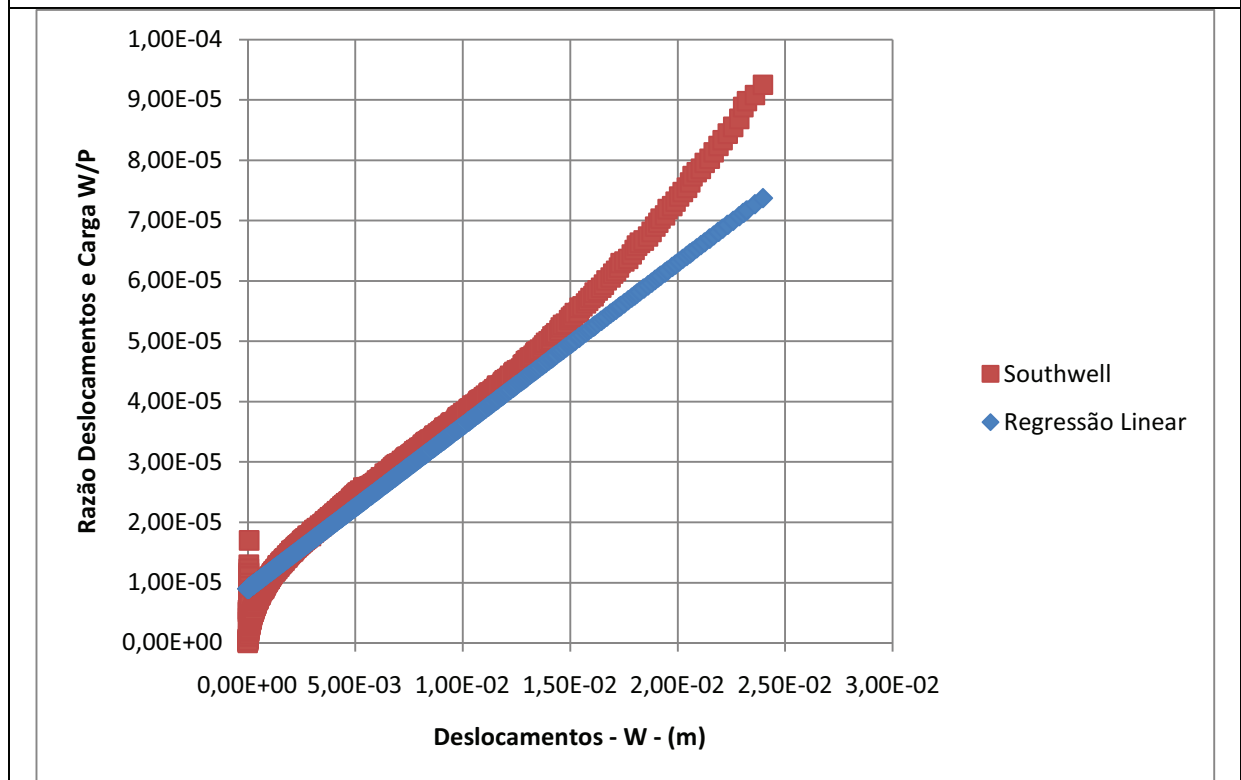


Figura A.68 – Diagrama de Southwell

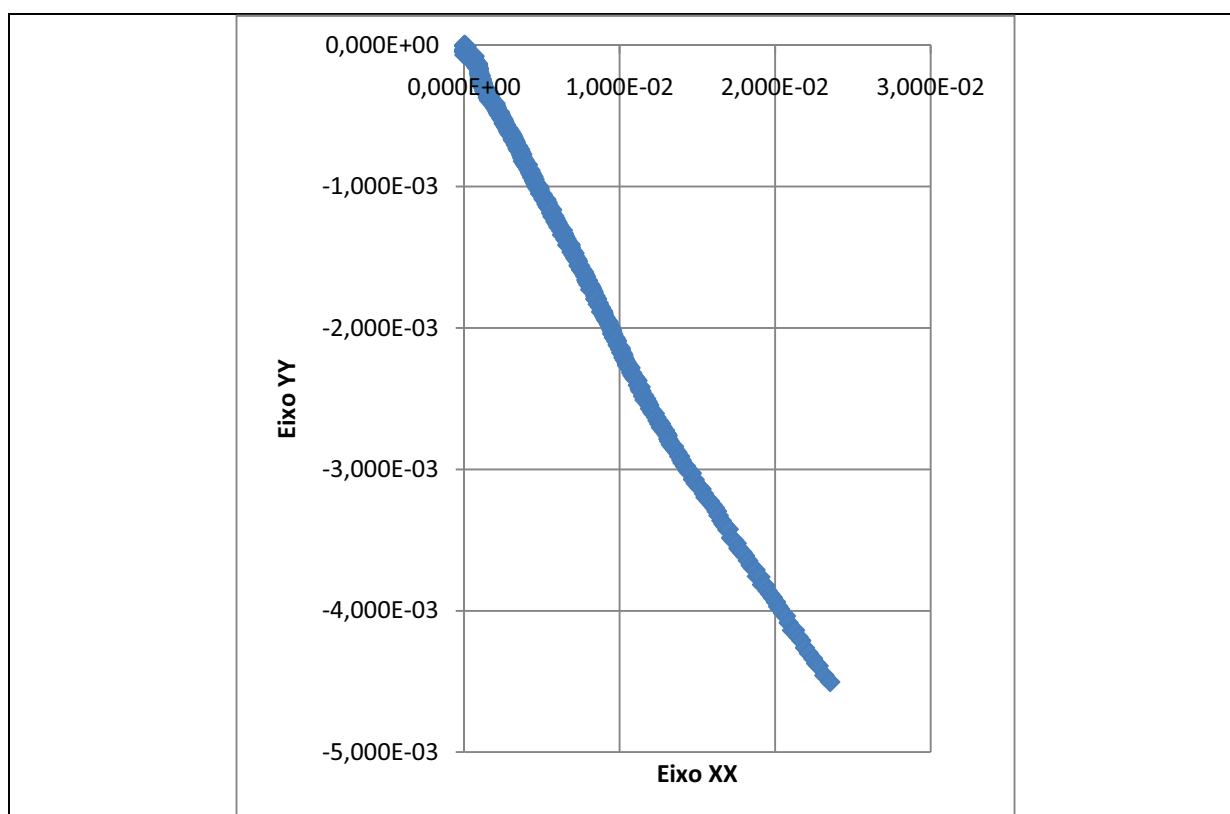


Figura A.69 – Trajectória da secção a meio altura

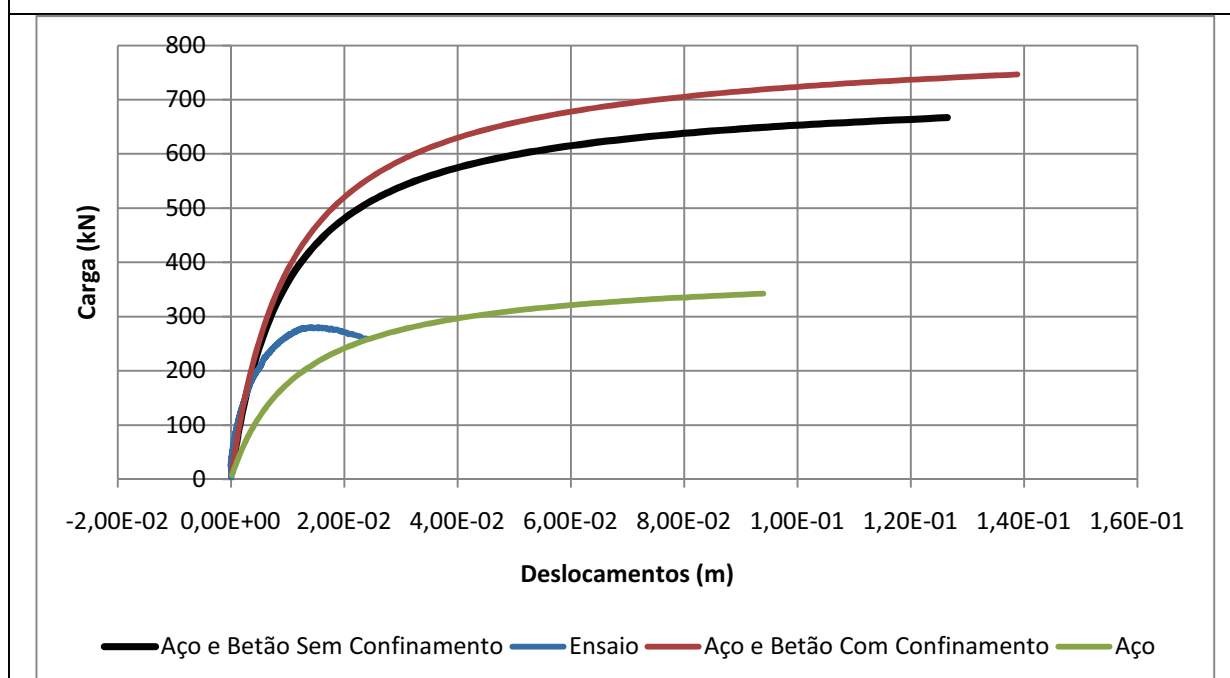


Figura A.70 – Curvas de Carga-Deslocamento da secção média: Coluna de Aço sob Análise não Linear Geométrica (AENL), Coluna Aço e Betão (Não-confinado e Confinado) sob AENL e Coluna Ensaída Aço e Betão

Coluna - C.2.2.3

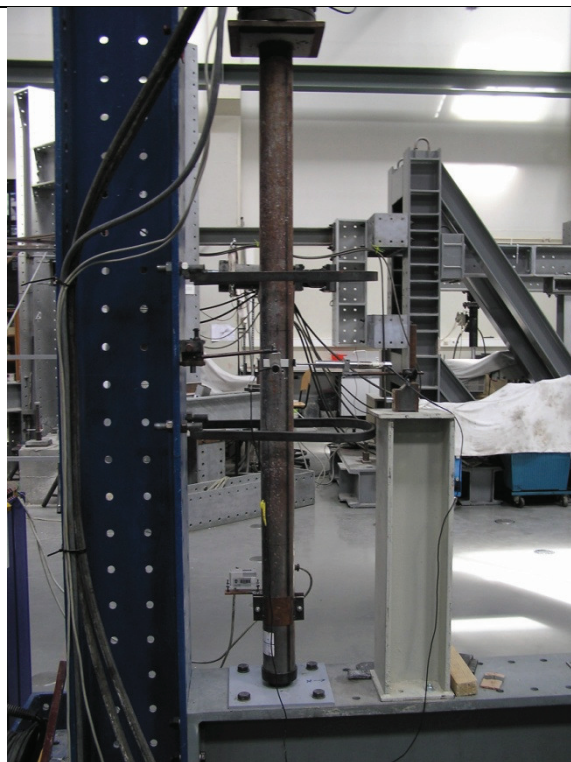


Figura A.71 – Coluna antes do ensaio

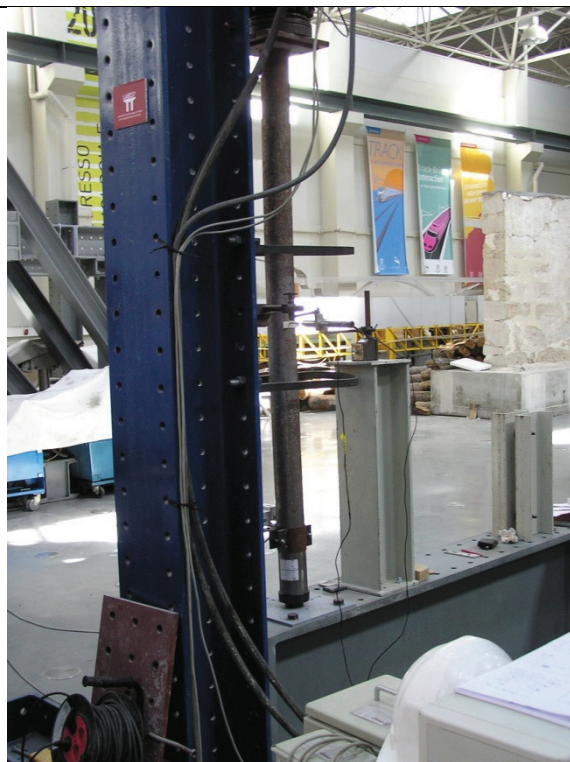
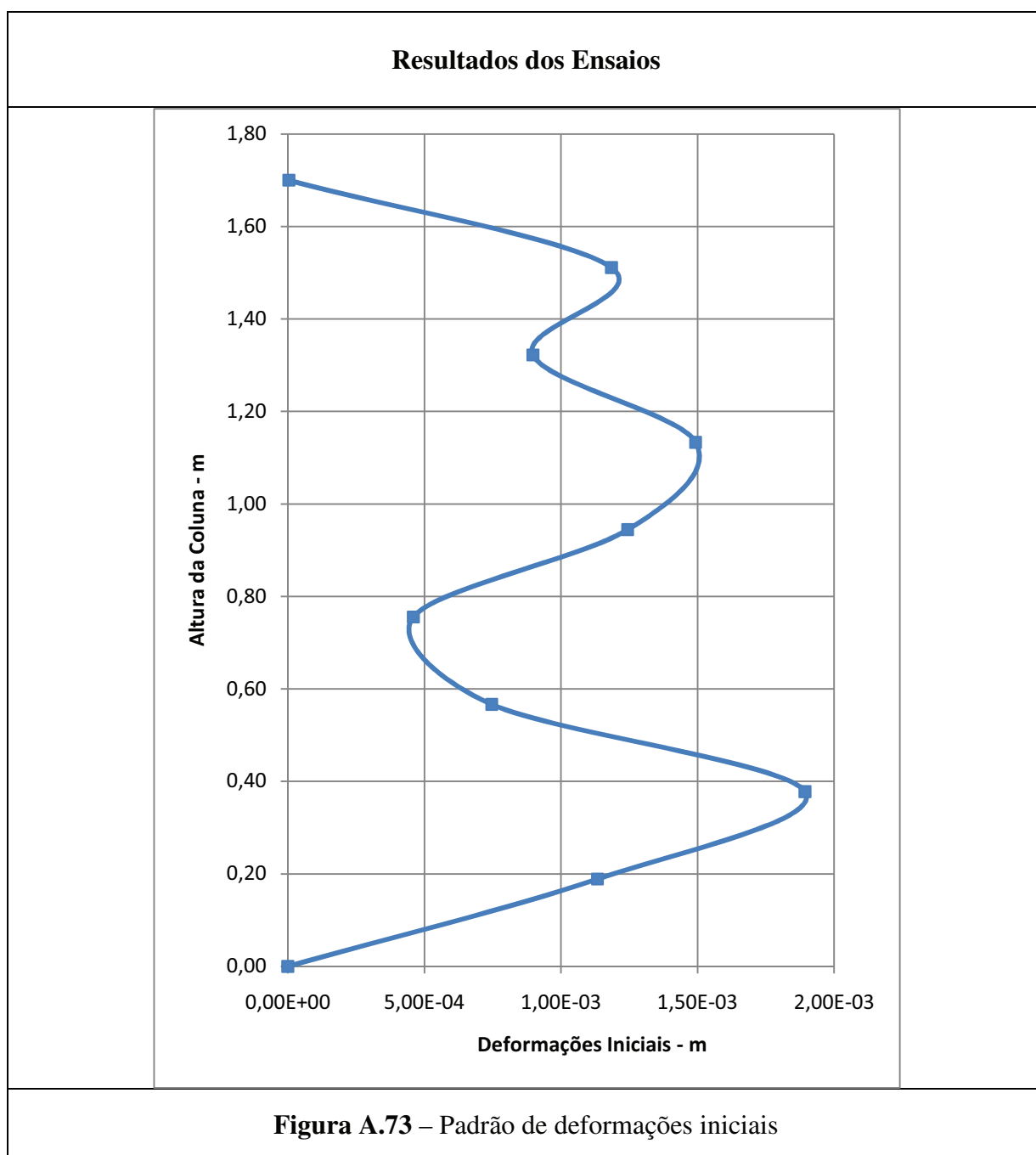


Figura A.72 – Coluna depois do ensaio

Característica da Coluna			
Diâmetro	90 mm		
Espessura	2 mm		
Altura	1700 mm		
Materiais	Aço	S235	
	Betão	Fck = 51,43 MPa	Ec = 34,72 GPa

Observação			
Orientação da curvatura	Primeiro quadrante		
Excentricidade da Carga	10 mm	Ângulo da Excent	83°
Ovalização		Inicial	Final
	ϕ_{xx} (mm)	90	90,45
	ϕ_{yy} (mm)	90	89,35

<p>Observações</p>	<p>Neste ensaio reduziu-se a velocidade do ensaio a 0,01 mm/s.</p> <p>Os registos desta coluna foram obtidos por dois LVDT's, um na direcção XX e outro na direcção YY, e dois inclinómetros, um na direcção XX</p>
---------------------------	---



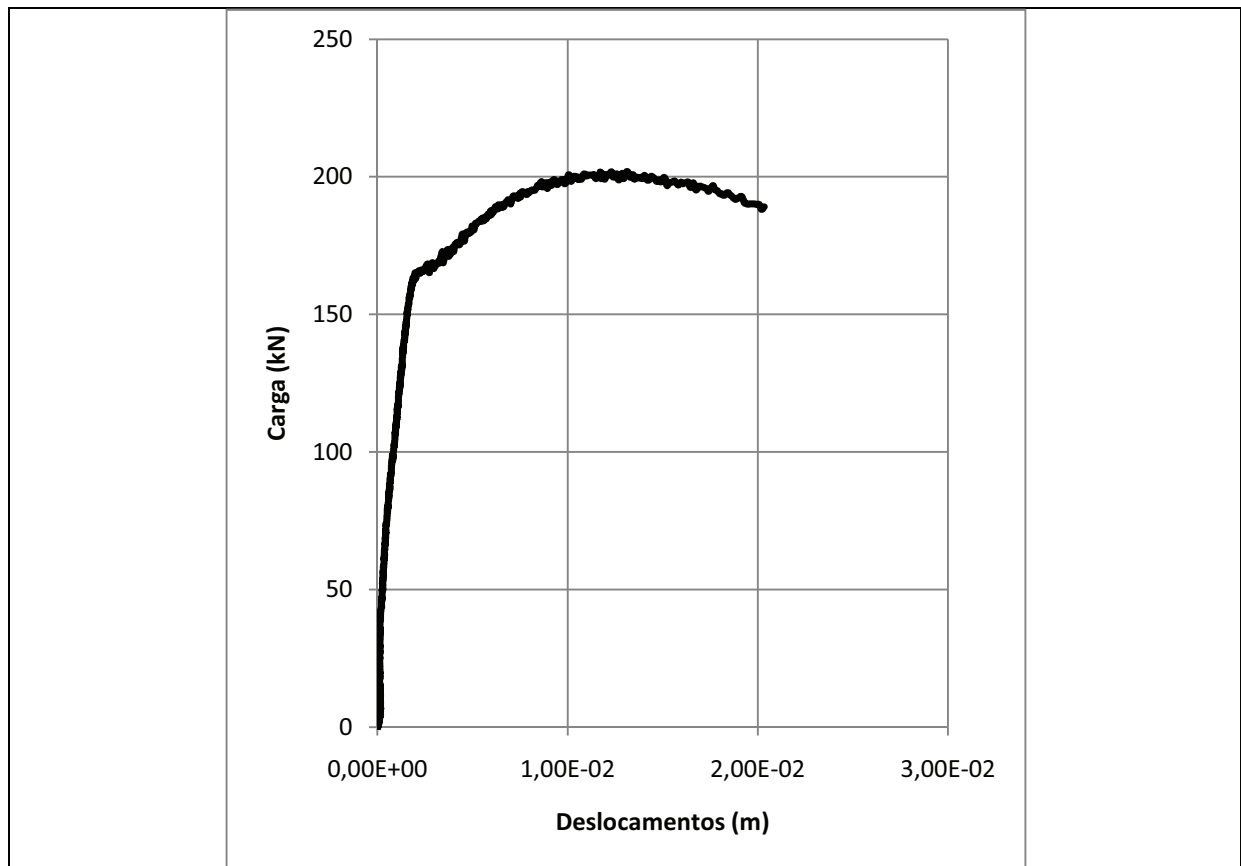


Figura A.74 – Diagrama carga-deslocamento

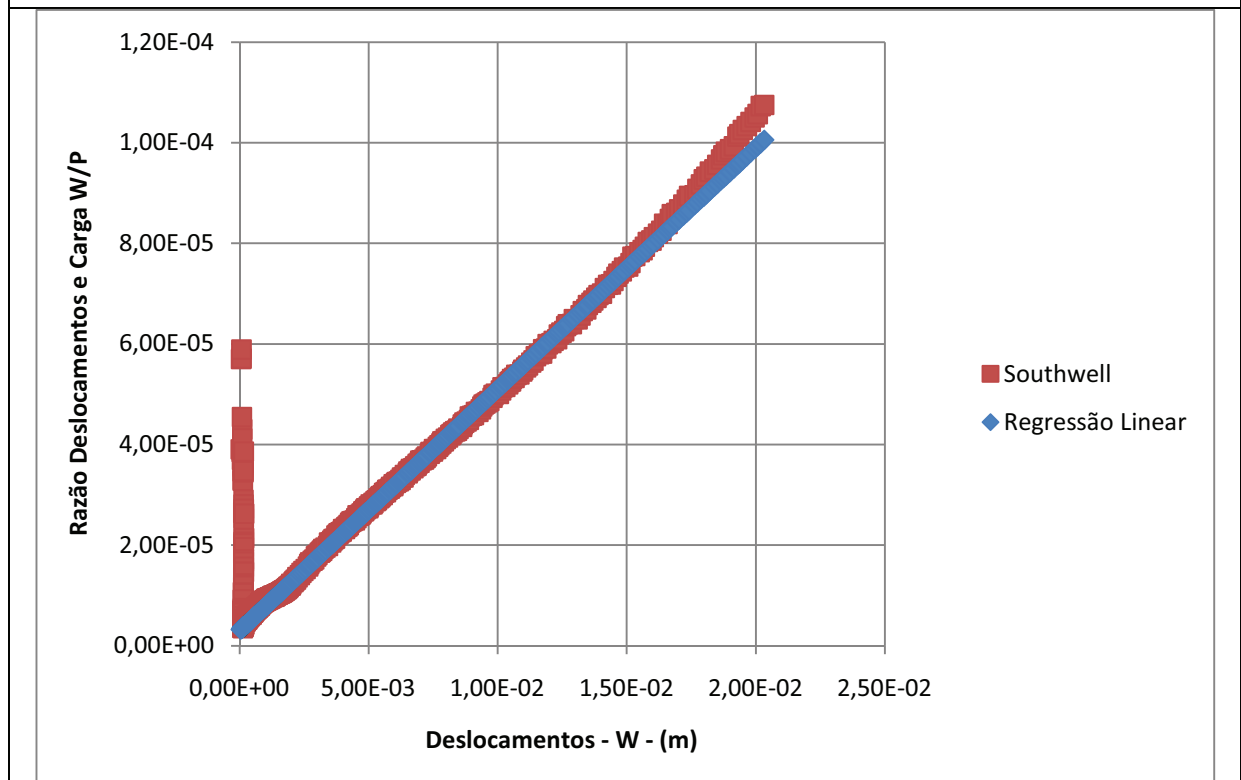


Figura A.75 – Diagrama de Southwell

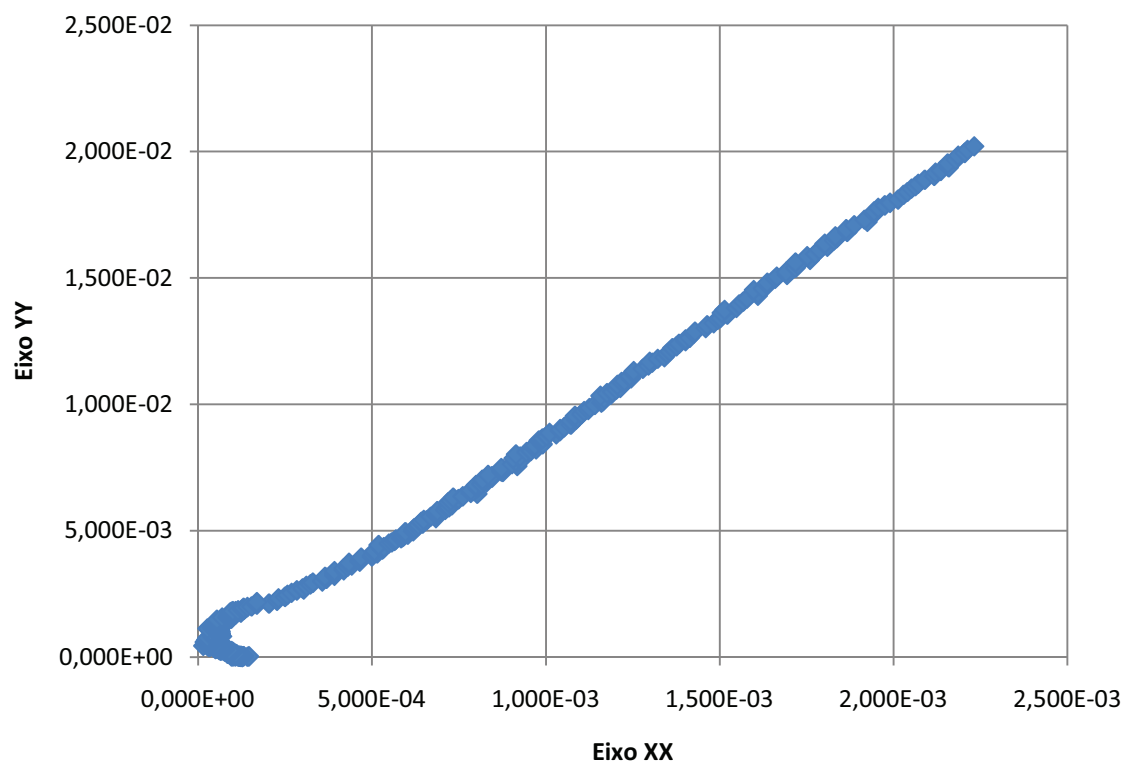


Figura A.76 – Trajectória da secção a meio altura

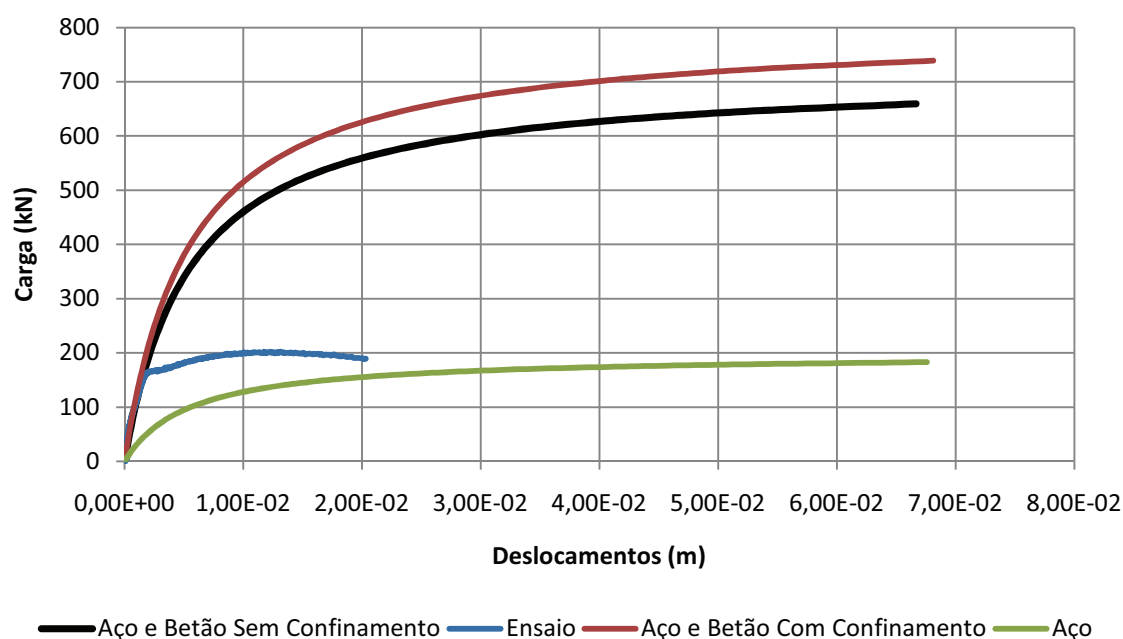


Figura A.77 – Curvas de Carga-Deslocamento da secção média: Coluna de Aço sob Análise não Linear Geométrica (AENL), Coluna Aço e Betão (Não-confinado e Confinado) sob AENL e Coluna Ensaçada Aço e Betão

Coluna - C.3.1.1



Figura A.78 – Coluna antes do ensaio

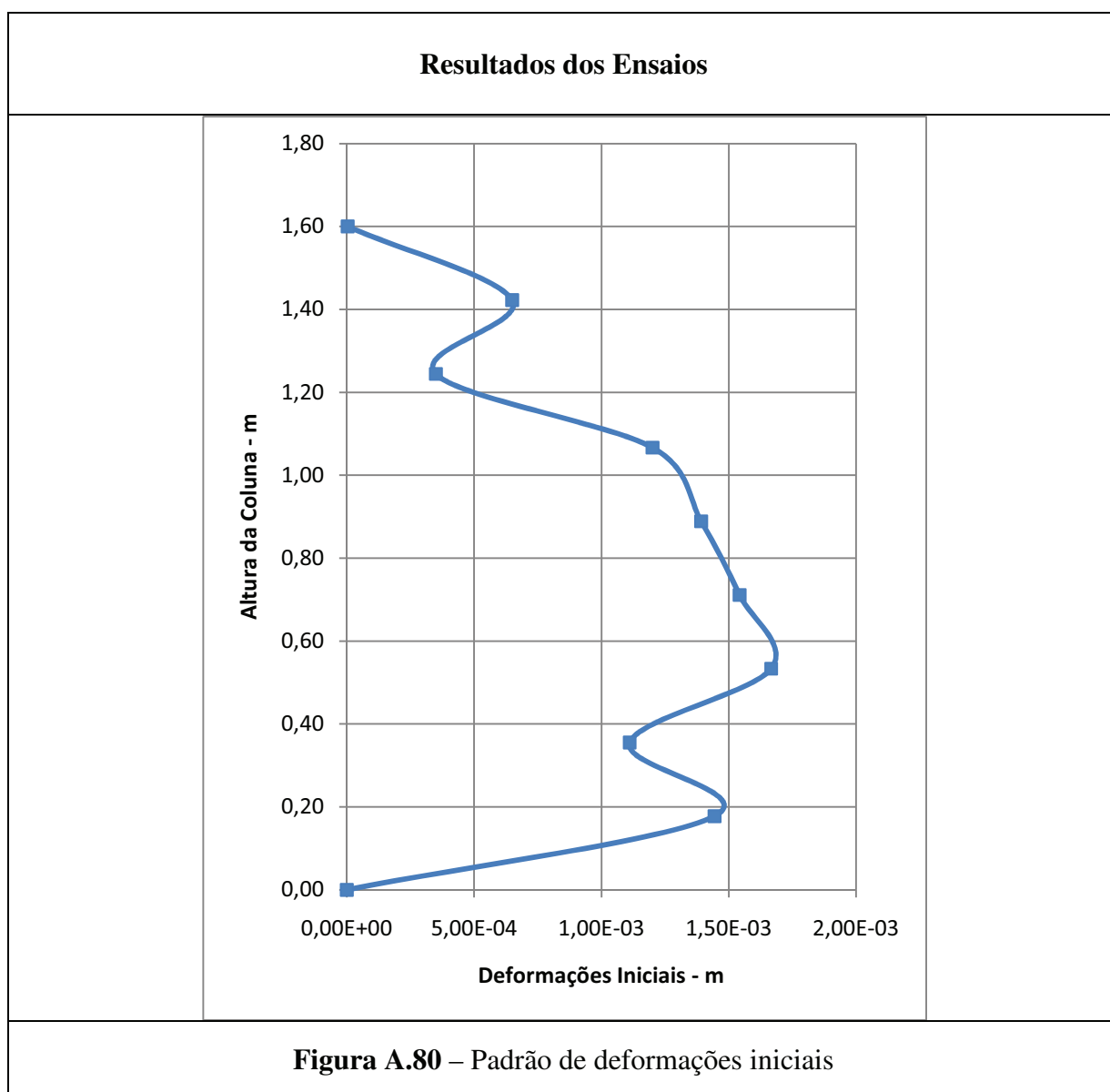


Figura A.79 – Coluna depois do ensaio

Característica da Coluna			
Diâmetro	90 mm		
Espessura	2 mm		
Altura	1600 mm		
Materiais	Aço	S235	
	Betão	Fck = 52,09 MPa	Ec = 34,08 GPa

Observação			
Orientação da curvatura	Quarto quadrante		
Excentricidade da Carga	20 mm	Ângulo da Excent	355°
Ovalização		Inicial	Final
	ϕ_{xx} (mm)	90	89,83
	ϕ_{yy} (mm)	90	89,97

<p>Observações</p>	<p>Neste ensaio reduziu-se a velocidade do ensaio a 0,01 mm/s.</p> <p>Os registos desta coluna foram obtidos por dois LVDT's, um na direcção XX e outro na direcção YY</p>
---------------------------	--



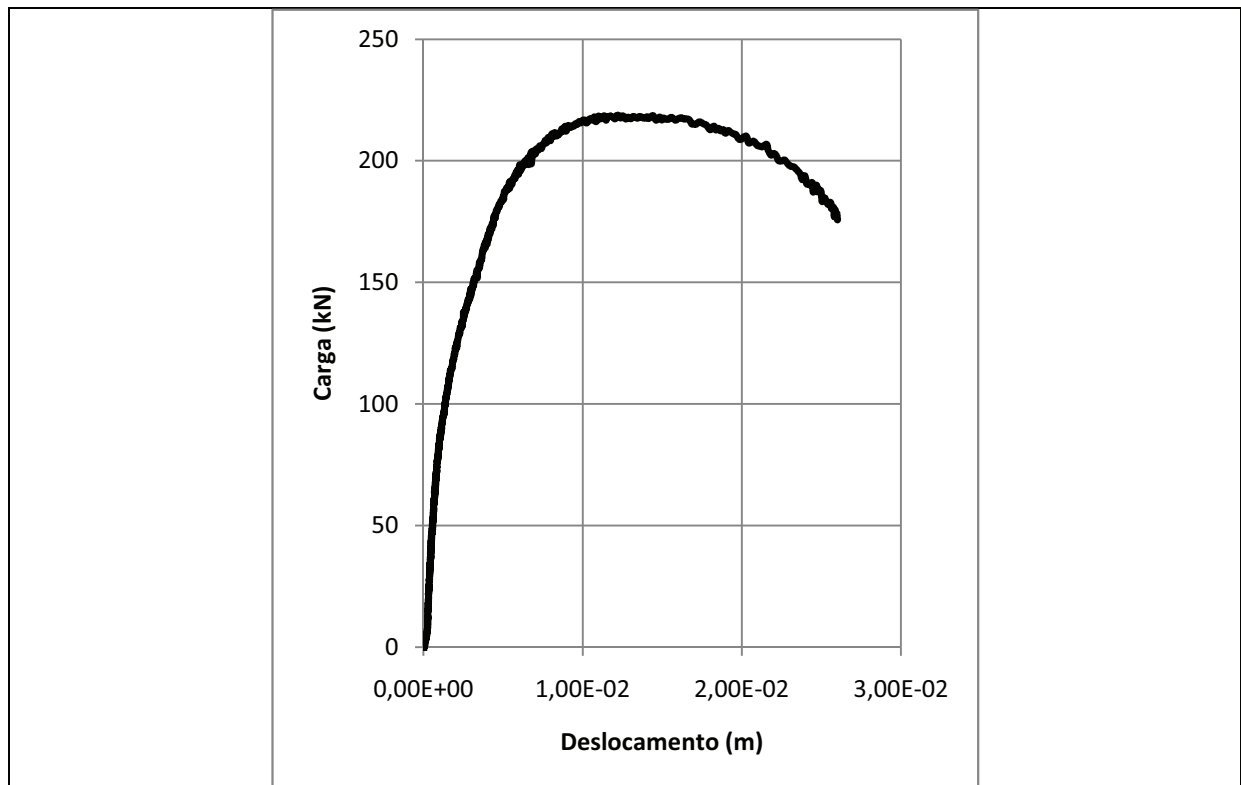


Figura A.81 – Diagrama carga-deslocamento

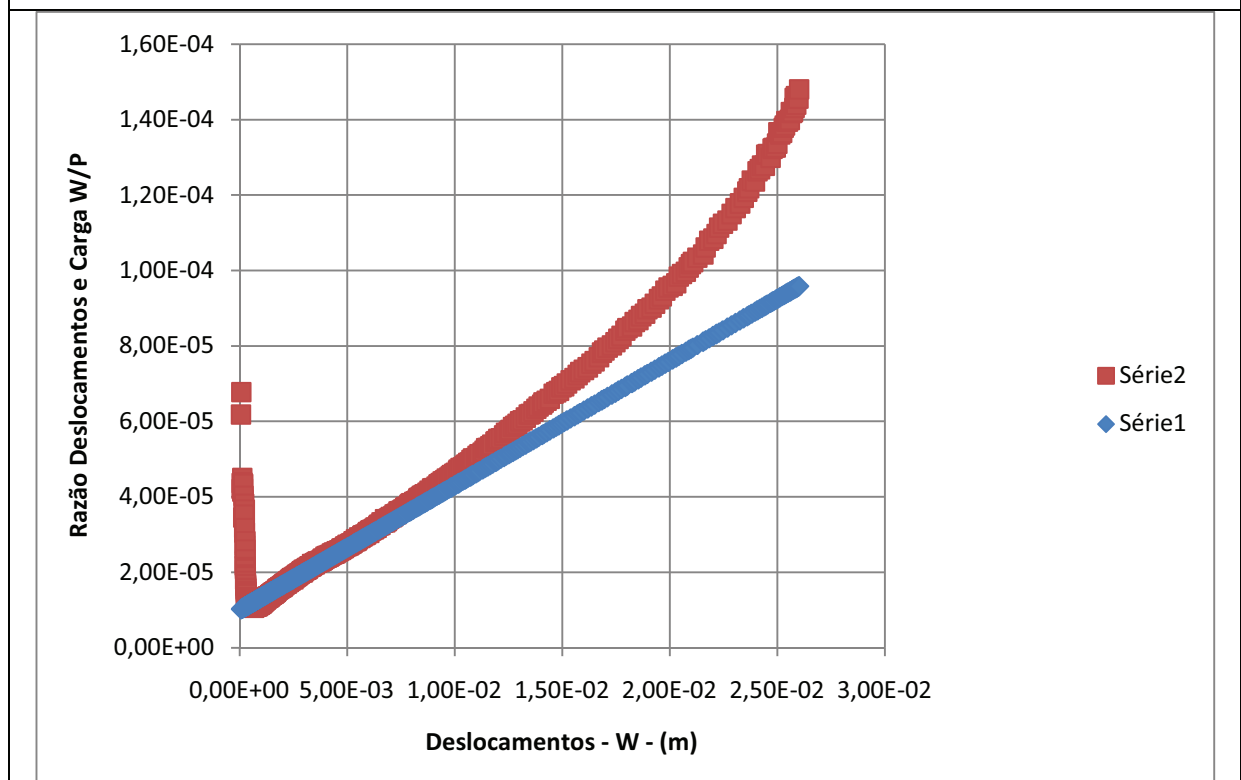


Figura A.82 – Diagrama de Southwell

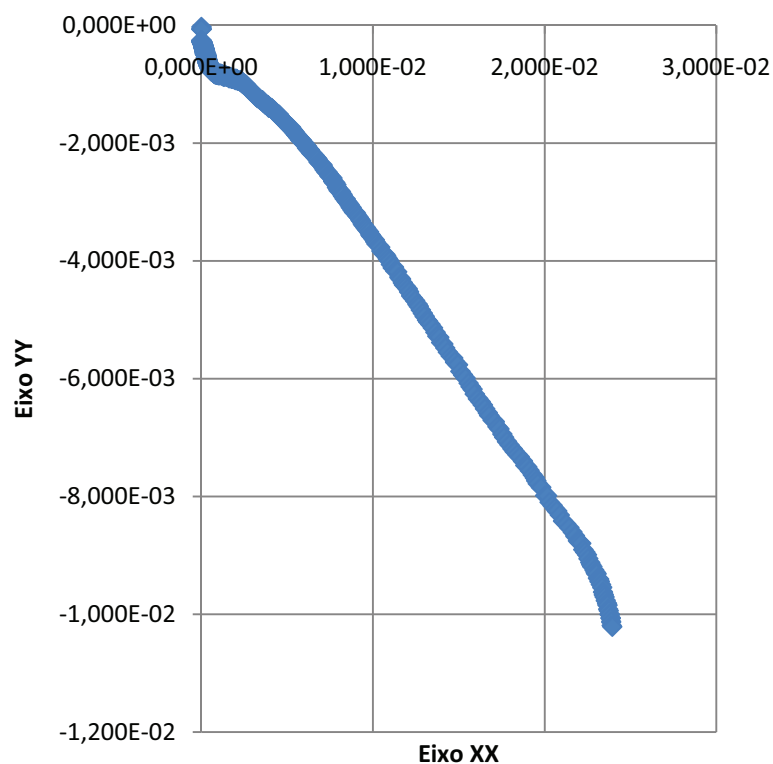


Figura A.83 – Trajectória da secção a meio altura

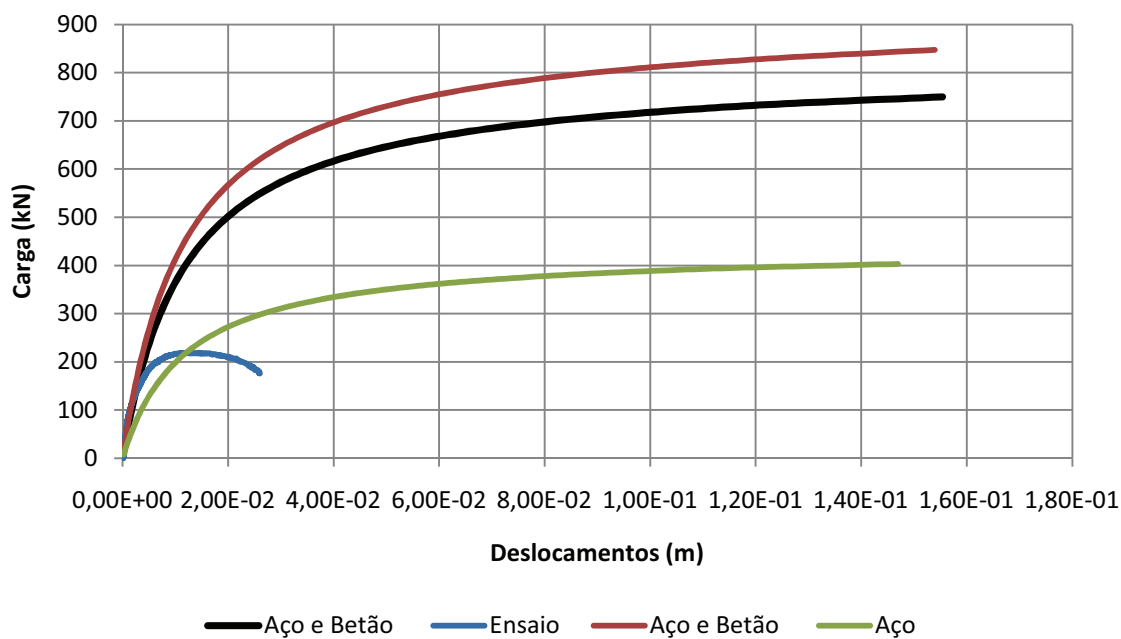


Figura A.84 – Curvas de Carga-Deslocamento da secção média: Coluna de Aço sob Análise não Linear Geométrica (AENL), Coluna Aço e Betão (Não-confinado e Confinado) sob AENL e Coluna Ensaçada Aço e Betão

Coluna - C.3.2.1

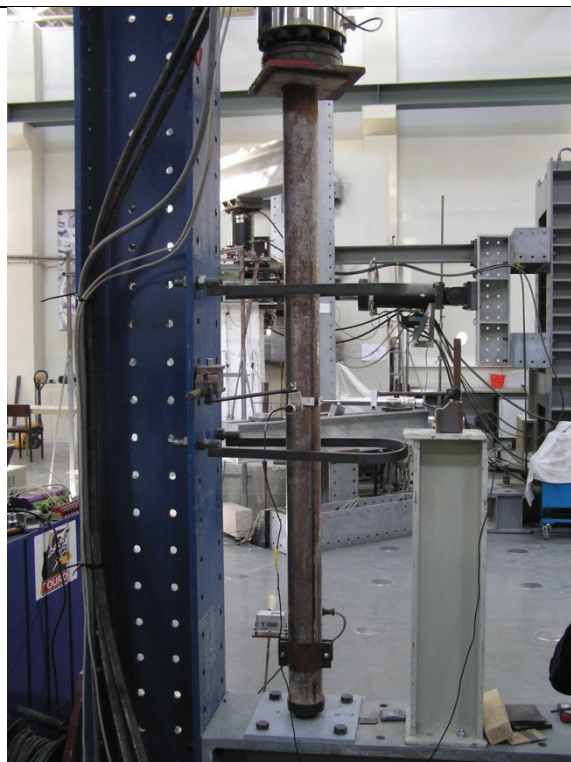


Figura A.85 – Coluna antes do ensaio

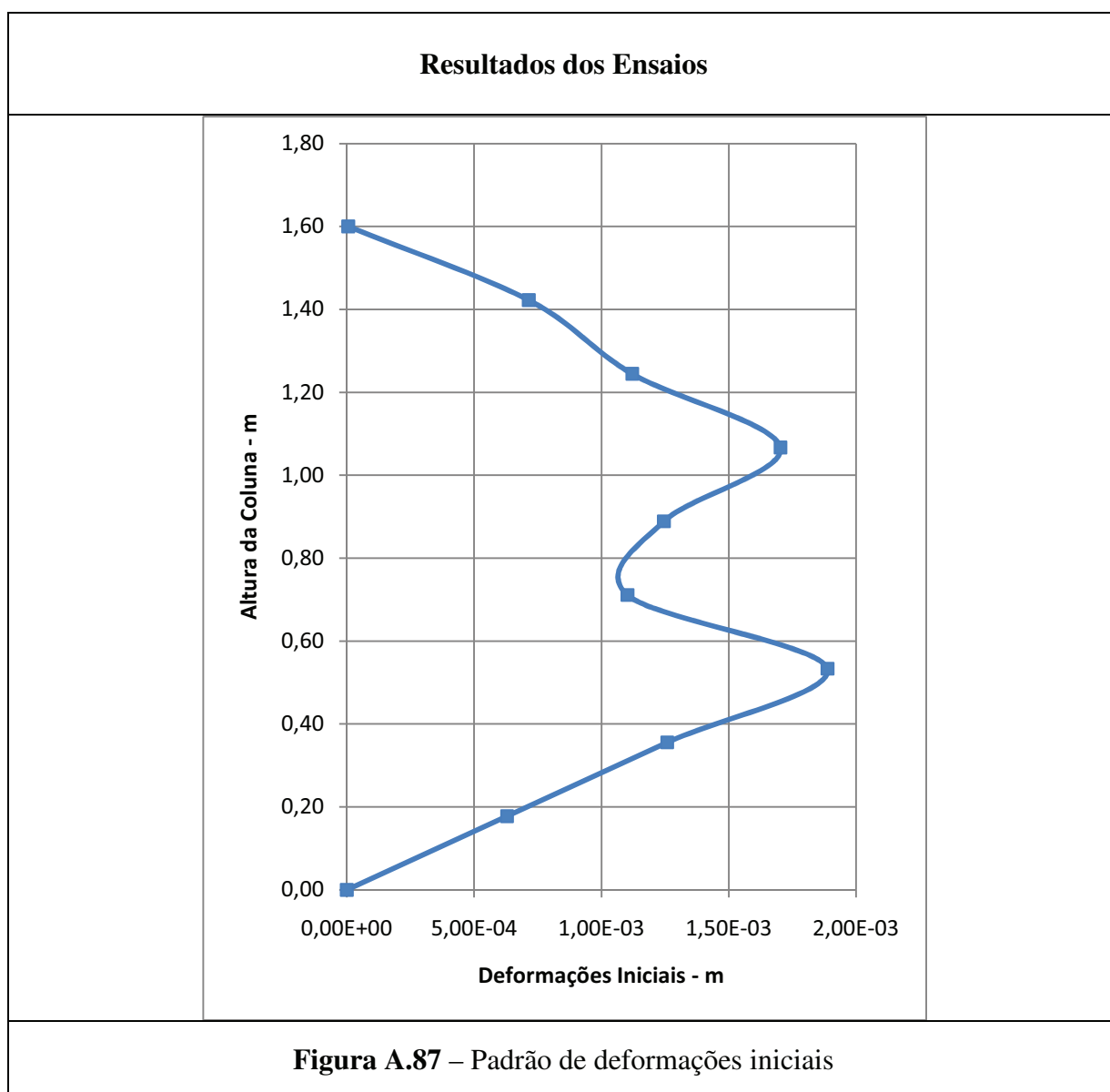


Figura A.86 – Coluna depois do ensaio

Característica da Coluna			
Diâmetro	90 mm		
Espessura	2 mm		
Altura	1600 mm		
Materiais	Aço	S235	
	Betão	Fck = 51,43 MPa	Ec = 34,72 GPa

Observação			
Orientação da curvatura	Quarto quadrante		
Excentricidade da Carga	20 mm	Ângulo da Excent	355°
Ovalização		Inicial	Final
	ϕ_{xx} (mm)	90	89,27
	ϕ_{yy} (mm)	90	89,85

<p>Observações</p>	<p>Neste ensaio reduziu-se a velocidade do ensaio a 0,01 mm/s.</p> <p>Os registos desta coluna foram obtidos por dois LVDT's, um na direcção XX e outro na direcção YY</p>
---------------------------	--



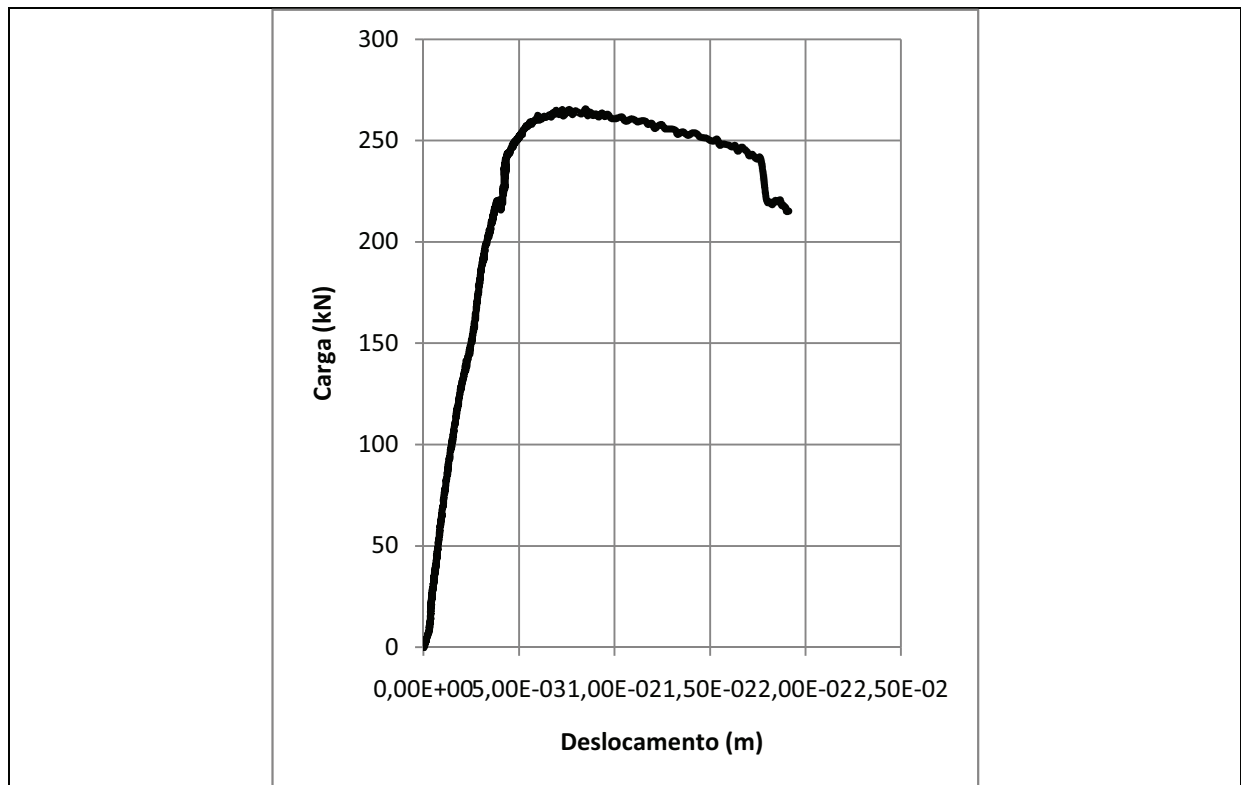


Figura A.88 – Diagrama carga-deslocamento

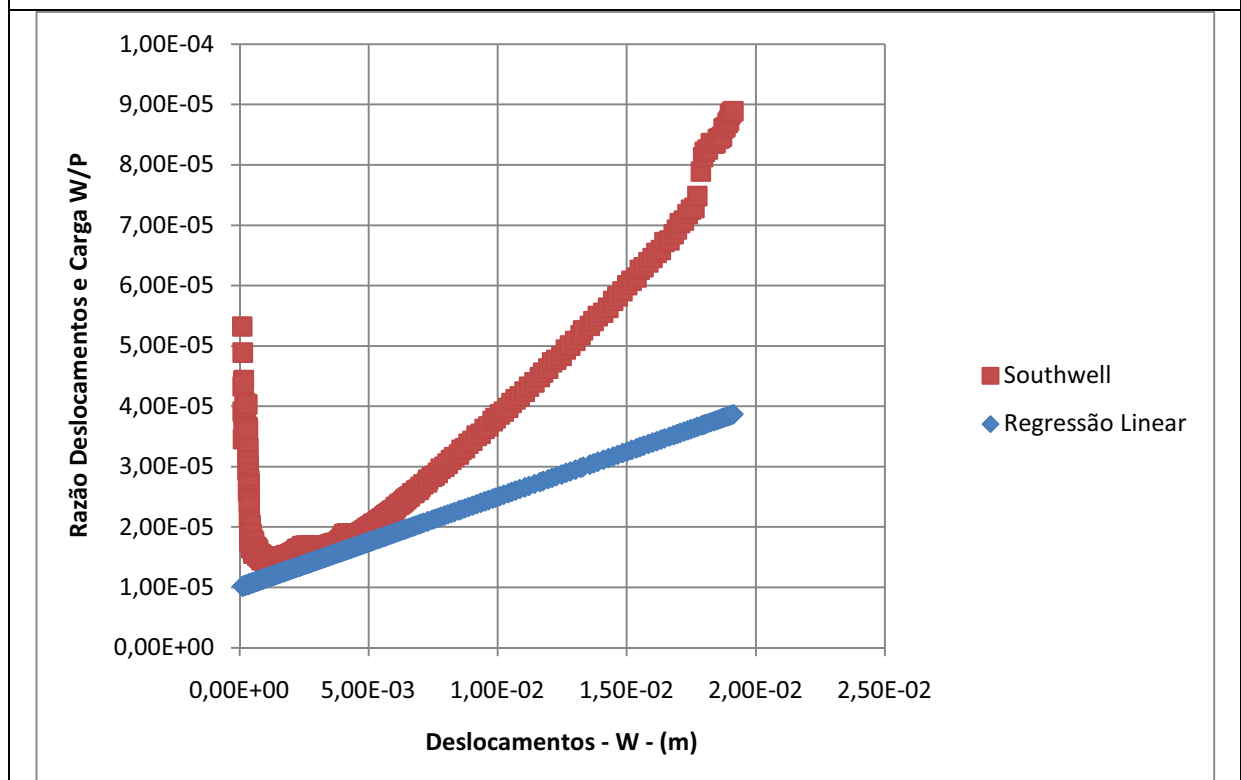


Figura A.89 – Diagrama de Southwell

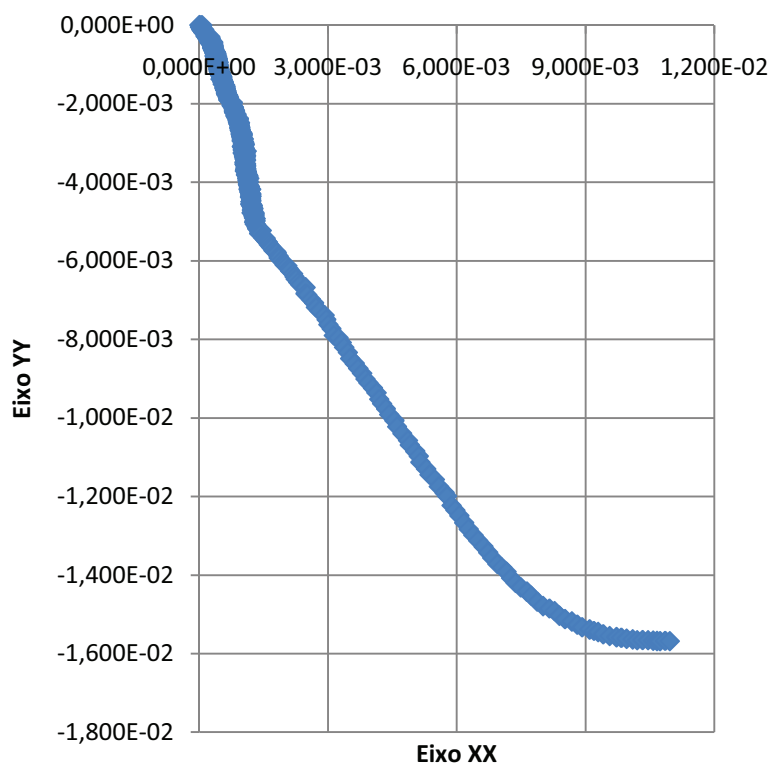


Figura A.90 – Trajectória da secção a meio altura

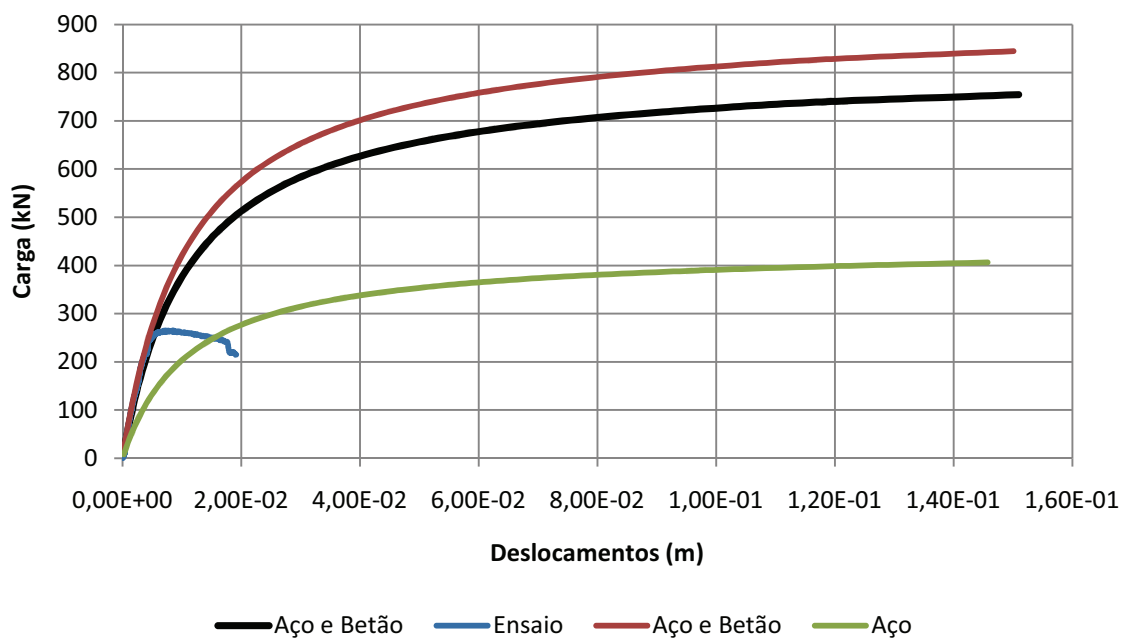


Figura A.91 – Curvas de Carga-Deslocamento da secção média: Coluna de Aço sob Análise não Linear Geométrica (AENL), Coluna Aço e Betão (Não-confinado e Confinado) sob AENL e Coluna Ensaída Aço e Betão

Coluna - C.3.2.2

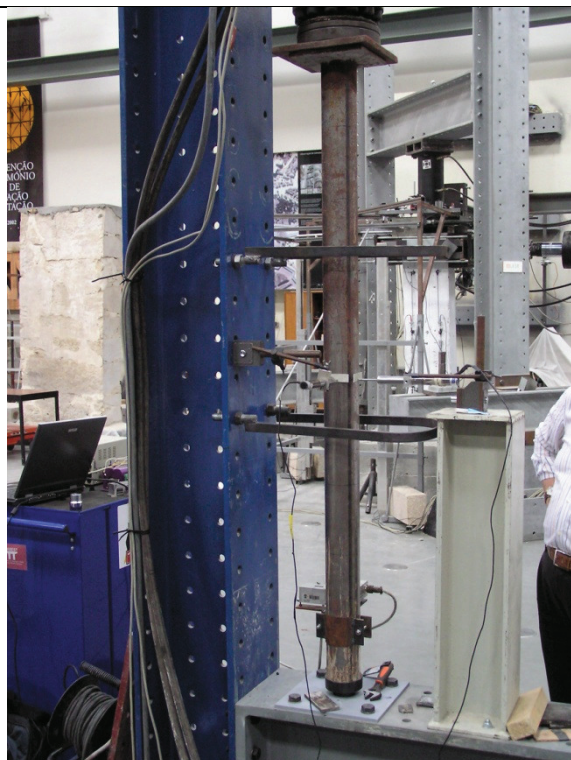


Figura A.92 – Coluna antes do ensaio



Figura A.93 – Coluna depois do ensaio

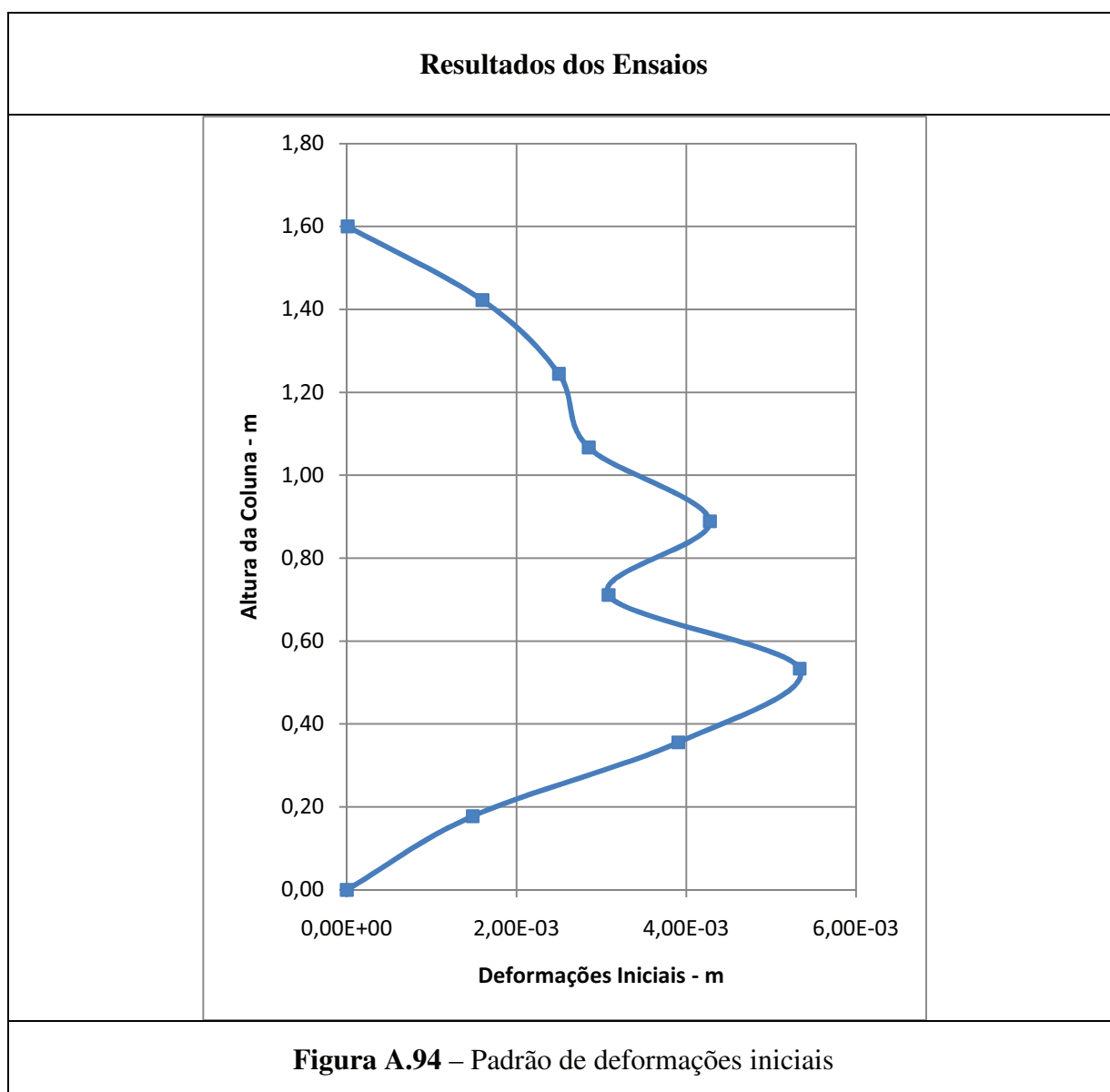
Característica da Coluna

Diâmetro	90 mm		
Espessura	2 mm		
Altura	1600 mm		
Materiais	Aço	S235	
	Betão	Fck = 51,43 MPa	Ec = 34,72 GPa

Observação

Orientação da curvatura	Segundo XX		
Excentricidade da Carga	10 mm	Ângulo da Excent	0°
Ovalização		Inicial	Final
	ϕ_{xx} (mm)	90	89,60
	ϕ_{yy} (mm)	90	90,40

<p>Observações</p>	<p>Neste ensaio reduziu-se a velocidade do ensaio a 0,01 mm/s.</p> <p>Os registos desta coluna foram obtidos por dois LVDT's, um na direcção XX e outro na direcção YY</p>
---------------------------	--



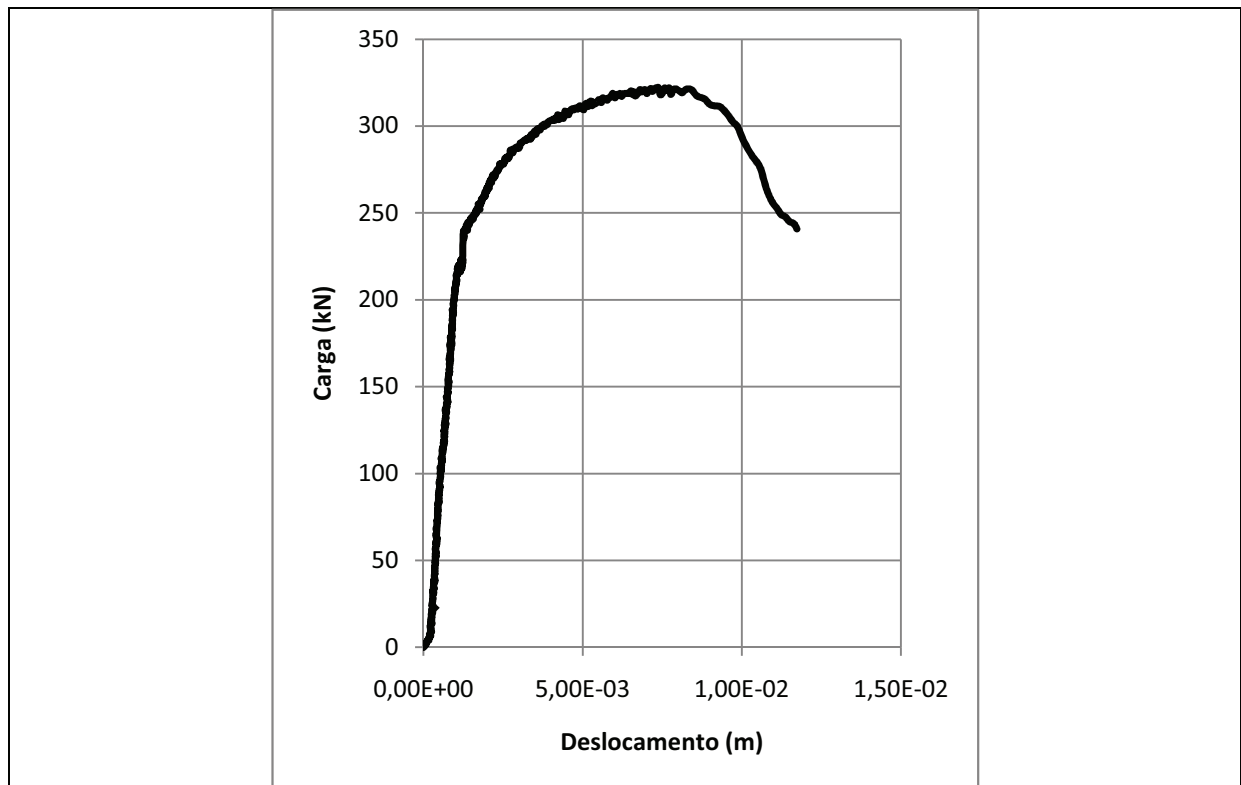


Figura A.95 – Diagrama carga-deslocamento

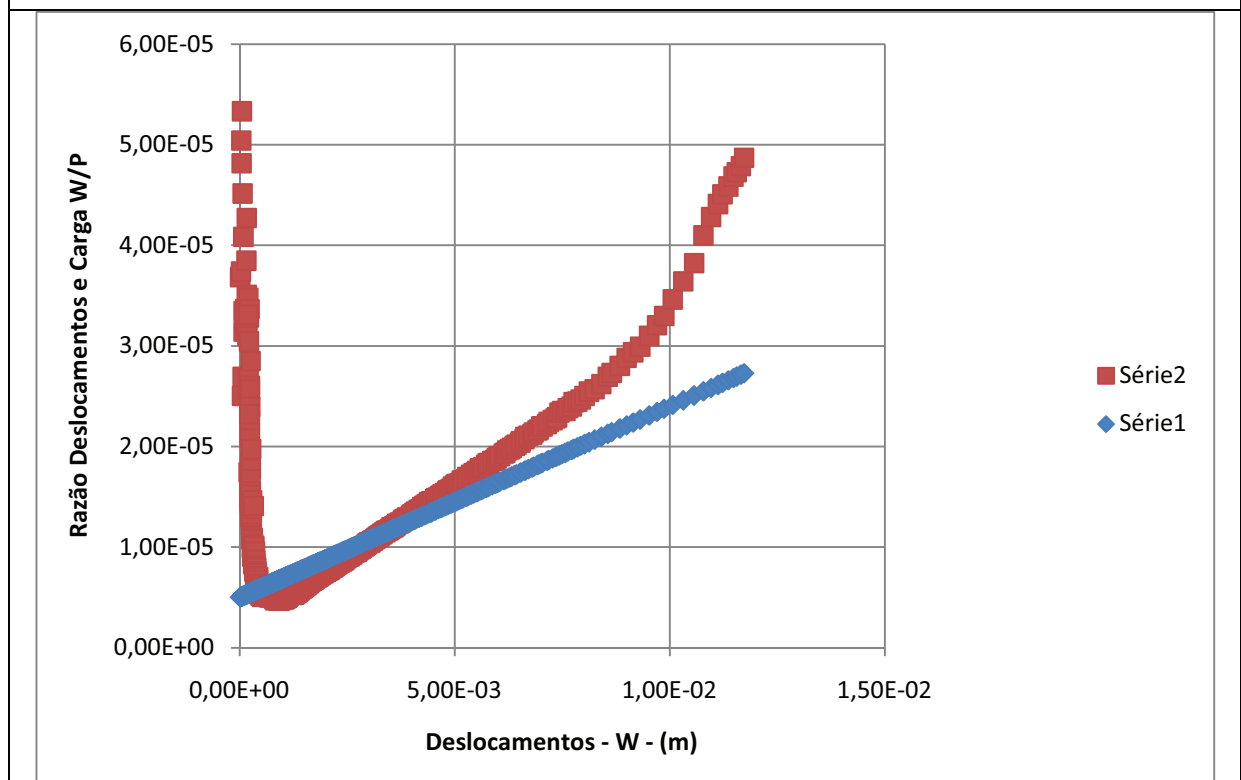


Figura A.96 – Diagrama de Southwell

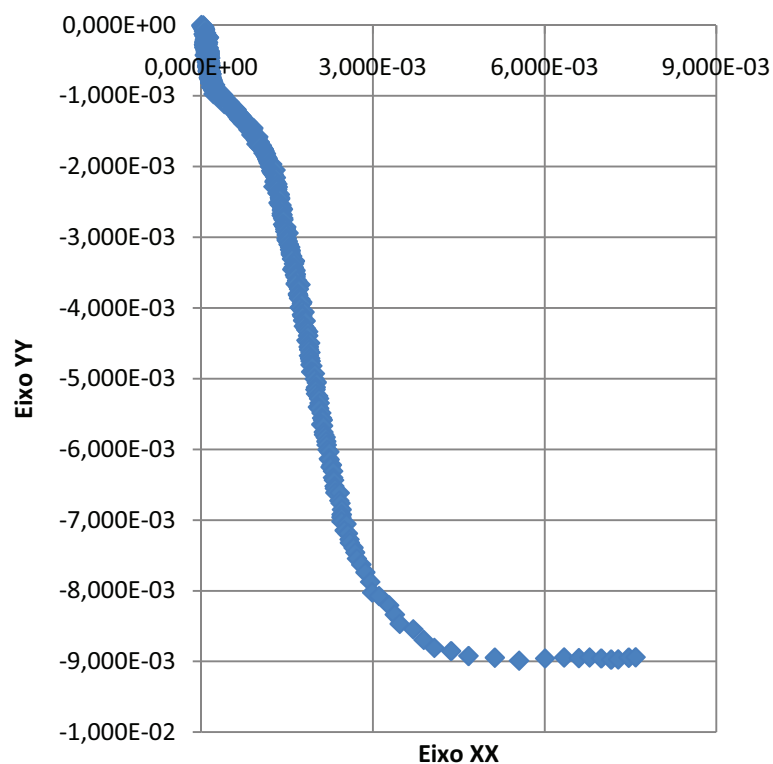


Figura A.97 – Trajectória da secção a meio altura

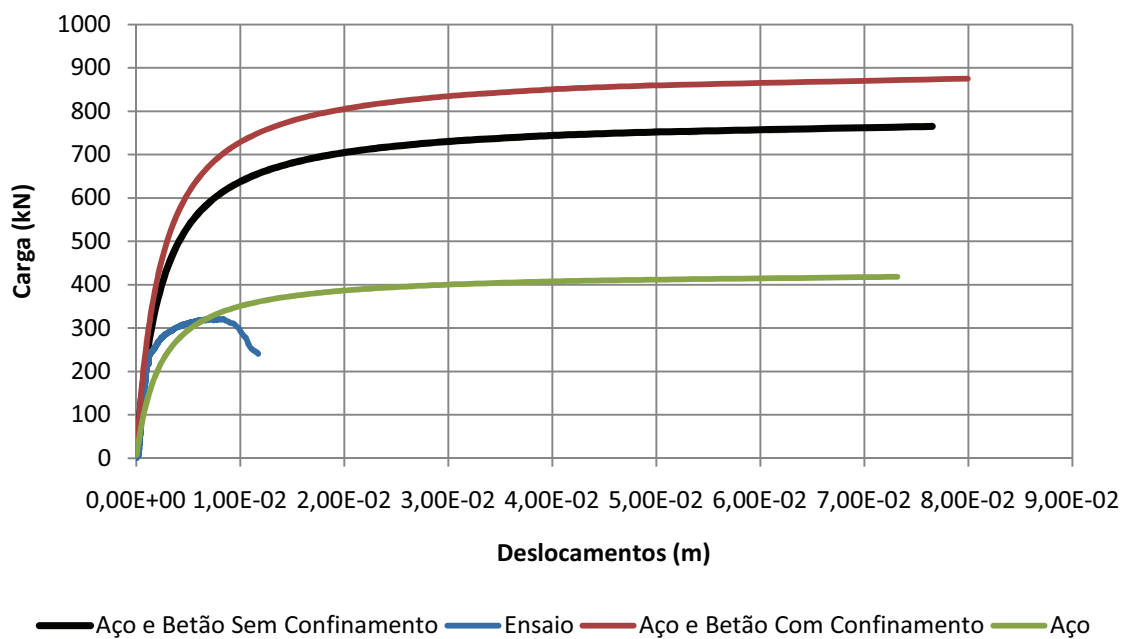


Figura A.98 – Curvas de Carga-Deslocamento da secção média: Coluna de Aço sob Análise não Linear Geométrica (AENL), Coluna Aço e Betão (Não-confinado e Confinado) sob AENL e Coluna Ensaída Aço e Betão

Anexo B:

CARACTERIZAÇÃO DOS MATERIAIS CONSTITUINTES DAS COLUNAS DE ENSAIO

Caracterização dos Materiais Constituintes das Colunas de Ensaio



(a)



(b)

Figura B.1 – Provete de betão antes do ensaio



(a)



(b)

Figura B.2 – Provete de betão depois do ensaio




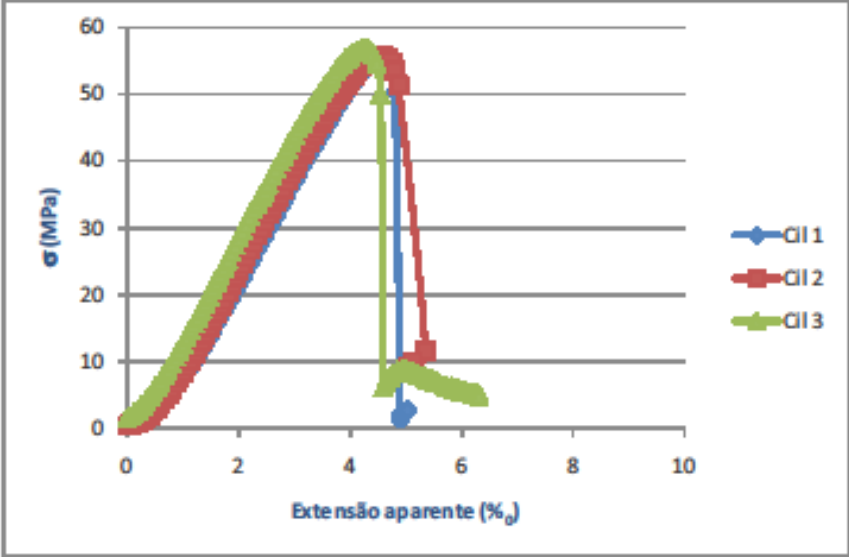
(a)




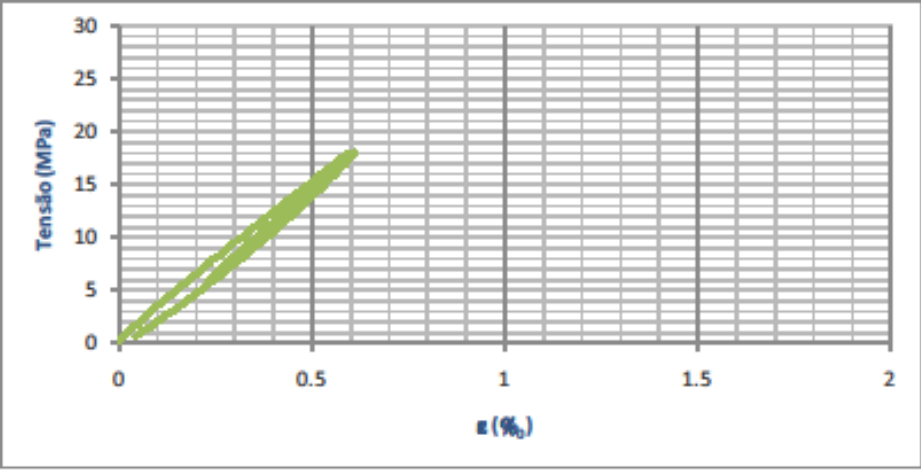
(b)

Figura B.3 – Provete de betão ensaiado

Ensaio à Compressão (553 dias)

Laboratório da Tecnologia do Betão e do Comportamento Estrutural																																		
 <small>Laboratório de Tecnologia do Betão e do Comportamento Estrutural</small>	Modelos de Colunas Mistas				Data do Ensaio																													
Data da Betonagem: 29 de Fevereiro de 2008				09 / 08 / 04																														
<p>Ensaio realizado: Ensaio à Compressão - 553 dias</p> <p>Referência do Provete: Betão Colunas Mistas</p> <p>Dimensões do Provete: $\phi 150 \times 300$ (mm)</p> <p>Procedimento de ensaio:</p> <p>O ensaio foi realizado de acordo com a Norma EN 12390-3/2003.</p> <p>Resultados obtidos :</p> <table border="1" style="width: 100%; border-collapse: collapse; margin-top: 10px;"> <thead> <tr> <th style="text-align: center;">Ref. #</th> <th style="text-align: center;">ρ (kg/m³)</th> <th style="text-align: center;">F. Ruptura (kN)</th> <th style="text-align: center;">$f_{c, cil}$ (MPa)</th> <th style="text-align: center;">$f_{m, cil}$ (MPa)</th> <th style="text-align: center;">Desvio</th> <th style="text-align: center;">ϕ (%)</th> </tr> </thead> <tbody> <tr> <td style="text-align: center;">Cil 1</td> <td style="text-align: center;">-</td> <td style="text-align: center;">980.88</td> <td style="text-align: center;">55.53</td> <td></td> <td></td> <td></td> </tr> <tr> <td style="text-align: center;">Cil 2</td> <td style="text-align: center;">2289.94</td> <td style="text-align: center;">986.73</td> <td style="text-align: center;">55.87</td> <td style="text-align: center;">56.09</td> <td style="text-align: center;">0.69</td> <td style="text-align: center;">1.23</td> </tr> <tr> <td style="text-align: center;">Cil 3</td> <td style="text-align: center;">2327.67</td> <td style="text-align: center;">1004.28</td> <td style="text-align: center;">56.86</td> <td></td> <td></td> <td></td> </tr> </tbody> </table>							Ref. #	ρ (kg/m ³)	F. Ruptura (kN)	$f_{c, cil}$ (MPa)	$f_{m, cil}$ (MPa)	Desvio	ϕ (%)	Cil 1	-	980.88	55.53				Cil 2	2289.94	986.73	55.87	56.09	0.69	1.23	Cil 3	2327.67	1004.28	56.86			
Ref. #	ρ (kg/m ³)	F. Ruptura (kN)	$f_{c, cil}$ (MPa)	$f_{m, cil}$ (MPa)	Desvio	ϕ (%)																												
Cil 1	-	980.88	55.53																															
Cil 2	2289.94	986.73	55.87	56.09	0.69	1.23																												
Cil 3	2327.67	1004.28	56.86																															
																																		
Técnico de Laboratório:		Paula Silva																																
Director do Laboratório:		Joaquim Figueiras																																

Determinação do Módulo de Elasticidade em Compressão (553 dias)

Laboratório da Tecnologia do Betão e do Comportamento Estrutural																	
 <small>Laboratório de Tecnologia do Betão e do Comportamento Estrutural</small>	Modelos de Colunas Mistas	Data do Ensaio 09 / 08 / 04															
<p>Ensaio realizado: Determinação do Módulo de Elasticidade em Compressão</p> <p>Referência do Provete: Cil 2</p> <p>Dimensões do Provete: f150*300 (mm)</p> <p>Procedimento de ensaio:</p> <p>O ensaio foi realizado baseado na Especificação E 397/1993.</p> <p>Resultados obtidos :</p> <table border="1" style="width: 100%; border-collapse: collapse; margin-top: 10px;"> <thead> <tr> <th>σ_{min} (MPa)</th> <th>σ_{max} (MPa)</th> <th>$f_{c, cil}$ (MPa)</th> <th>N. de ciclos aplicados</th> <th>Área (mm²)</th> <th>$E_{c, cil}$ (GPa)</th> </tr> </thead> <tbody> <tr> <td style="text-align: center;">5.50</td> <td style="text-align: center;">18.05</td> <td style="text-align: center;">55.87</td> <td style="text-align: center;">8</td> <td style="text-align: center;">17671.46</td> <td style="text-align: center;">33.17</td> </tr> </tbody> </table> <p style="margin-top: 10px;">a) Para a determinação do módulo de elasticidade em compressão, foram considerados a média de 6 ciclos, devido a ajustes de todo o sistema.</p> <div style="text-align: center; margin-top: 20px;">  </div>						σ_{min} (MPa)	σ_{max} (MPa)	$f_{c, cil}$ (MPa)	N. de ciclos aplicados	Área (mm ²)	$E_{c, cil}$ (GPa)	5.50	18.05	55.87	8	17671.46	33.17
σ_{min} (MPa)	σ_{max} (MPa)	$f_{c, cil}$ (MPa)	N. de ciclos aplicados	Área (mm ²)	$E_{c, cil}$ (GPa)												
5.50	18.05	55.87	8	17671.46	33.17												
Técnico de Laboratório:		<u>Paula Silva</u>															
Director do Laboratório:		<u>Joaquim Figueiras</u>															

Laboratório da Tecnologia do Betão e do Comportamento Estrutural



Modelos de Colunas Mistas

Data do Ensaio

09 / 08 / 04

Ensaio realizado: Determinação do Módulo de Elasticidade em Compressão

Referência do Provete: CII 3

Dimensões do Provete: 150*300 (mm)

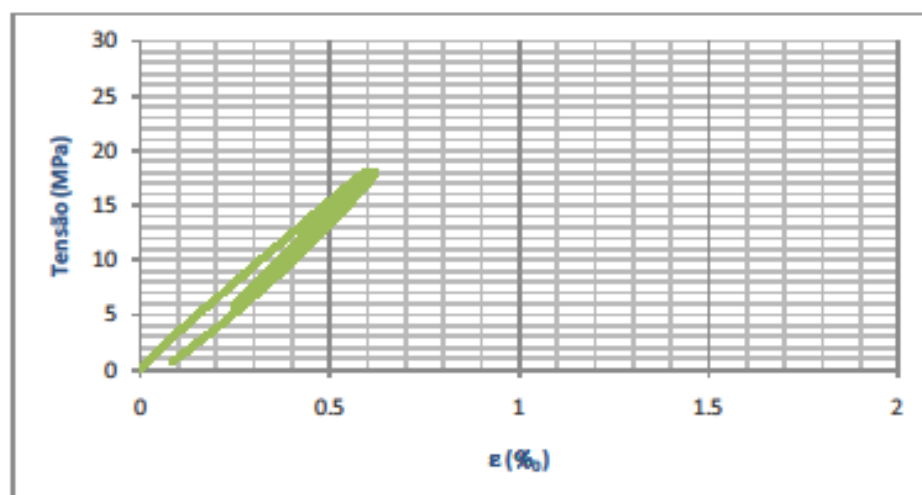
Procedimento de ensaio:

O ensaio foi realizado baseado na Especificação E 397/1993.

Resultados obtidos :

σ_{\min} (MPa)	σ_{\max} (MPa)	$f_{c,cil}$ (MPa)	N. de ciclos aplicados	Área (mm ²)	$E_{c,cil}$ (GPa)
5.66	18.11	56.86	8	17671.46	34.98


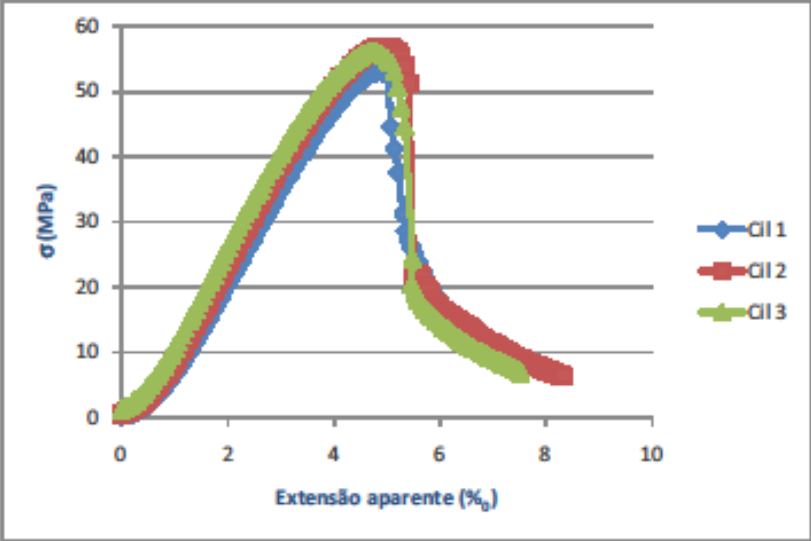
a) Para a determinação do módulo de elasticidade em compressão, foram considerados a média de 6 ciclos, devido a ajustes de todo o sistema.




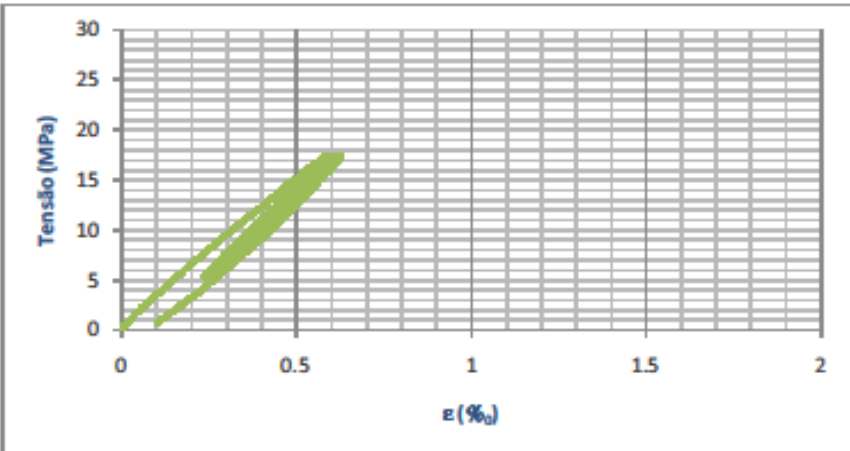
Técnico de Laboratório: Paula Silva


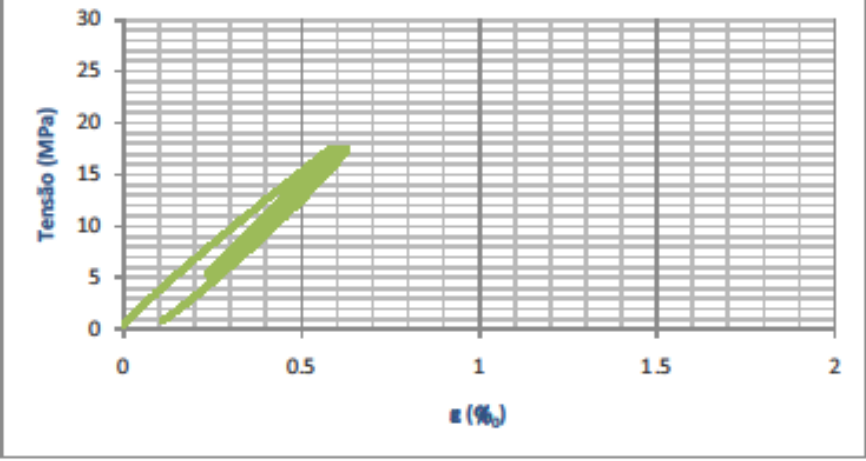
Director do Laboratório: Joaquim Figueiras

Ensaio à Compressão (547 dias)

Laboratório da Tecnologia do Betão e do Comportamento Estrutural																																		
 <small>Laboratório de Tecnologia do Betão e do Comportamento Estrutural</small>	Modelos de Colunas Mistas Data de Betonagem: 4 de Fevereiro de 2008				Data do Ensaio 09 / 08 / 04																													
<p>Ensaio realizado: Ensaio à Compressão - 547 dias</p> <p>Referência do Provete: Betão Colunas Mistas</p> <p>Dimensões do Provete: $\phi 150 \times 300$ (mm)</p> <p>Procedimento de ensaio:</p> <p>O ensaio foi realizado de acordo com a Norma EN 12390-3/2003.</p> <p>Resultados obtidos :</p> <table border="1" style="width: 100%; border-collapse: collapse; margin-top: 10px;"> <thead> <tr> <th style="text-align: center;">Ref.º</th> <th style="text-align: center;">ρ (kg/m³)</th> <th style="text-align: center;">F. Ruptura (kN)</th> <th style="text-align: center;">$f_{c, cil}$ (MPa)</th> <th style="text-align: center;">$f_{m, cil}$ (MPa)</th> <th style="text-align: center;">Desvio</th> <th style="text-align: center;">δ (%)</th> </tr> </thead> <tbody> <tr> <td style="text-align: center;">Cil 1</td> <td style="text-align: center;">-</td> <td style="text-align: center;">937.89</td> <td style="text-align: center;">53.10</td> <td></td> <td></td> <td></td> </tr> <tr> <td style="text-align: center;">Cil 2</td> <td style="text-align: center;">2324.84</td> <td style="text-align: center;">1006.13</td> <td style="text-align: center;">56.96</td> <td style="text-align: center;">55.43</td> <td style="text-align: center;">2.05</td> <td style="text-align: center;">3.70</td> </tr> <tr> <td style="text-align: center;">Cil 3</td> <td style="text-align: center;">2323.90</td> <td style="text-align: center;">993.02</td> <td style="text-align: center;">56.22</td> <td></td> <td></td> <td></td> </tr> </tbody> </table> <div style="text-align: center; margin-top: 20px;">  </div>							Ref.º	ρ (kg/m ³)	F. Ruptura (kN)	$f_{c, cil}$ (MPa)	$f_{m, cil}$ (MPa)	Desvio	δ (%)	Cil 1	-	937.89	53.10				Cil 2	2324.84	1006.13	56.96	55.43	2.05	3.70	Cil 3	2323.90	993.02	56.22			
Ref.º	ρ (kg/m ³)	F. Ruptura (kN)	$f_{c, cil}$ (MPa)	$f_{m, cil}$ (MPa)	Desvio	δ (%)																												
Cil 1	-	937.89	53.10																															
Cil 2	2324.84	1006.13	56.96	55.43	2.05	3.70																												
Cil 3	2323.90	993.02	56.22																															
Técnico de Laboratório:		<u>Paula Silva</u>																																
Director do Laboratório:		<u>Joaquim Figueiras</u>																																

Determinação do Módulo de Elasticidade em Compressão (547 dias)

Laboratório da Tecnologia do Betão e do Comportamento Estrutural																	
 <small>Laboratório de Tecnologia do Betão e do Comportamento Estrutural</small>	Modelos de Colunas Mistas			Data do Ensaio 09 / 08 / 04													
<p>Ensaio realizado: Determinação do Módulo de Elasticidade em Compressão</p> <p>Referência do Provete: Cil 2</p> <p>Dimensões do Provete: $\phi 150 \times 300$ (mm)</p> <p>Procedimento de ensaio:</p> <p>O ensaio foi realizado baseado na Especificação E 397/1993.</p> <p>Resultados obtidos :</p> <table border="1" style="width: 100%; border-collapse: collapse; margin-top: 10px;"> <thead> <tr> <th>$\sigma_{\min.}$ (MPa)</th> <th>$\sigma_{\max.}$ (MPa)</th> <th>$f_{c,cil}$ (MPa)</th> <th>N. de ciclos aplicados</th> <th>Área (mm²)</th> <th>$E_{c, cil}$ (GPa)</th> </tr> </thead> <tbody> <tr> <td style="text-align: center;">5.22</td> <td style="text-align: center;">17.45</td> <td style="text-align: center;">56.96</td> <td style="text-align: center;">8</td> <td style="text-align: center;">17671.46</td> <td style="text-align: center;">34.65</td> </tr> </tbody> </table> <p style="margin-top: 10px;">a) Para a determinação do módulo de elasticidade em compressão, foram considerados a média de 6 ciclos, devido a ajustes de todo o sistema.</p> <div style="text-align: center; margin-top: 20px;">  </div>						$\sigma_{\min.}$ (MPa)	$\sigma_{\max.}$ (MPa)	$f_{c,cil}$ (MPa)	N. de ciclos aplicados	Área (mm ²)	$E_{c, cil}$ (GPa)	5.22	17.45	56.96	8	17671.46	34.65
$\sigma_{\min.}$ (MPa)	$\sigma_{\max.}$ (MPa)	$f_{c,cil}$ (MPa)	N. de ciclos aplicados	Área (mm ²)	$E_{c, cil}$ (GPa)												
5.22	17.45	56.96	8	17671.46	34.65												
Técnico de Laboratório:		Paula Silva															
Director do Laboratório:		Joaquim Figueiras															

Laboratório da Tecnologia do Betão e do Comportamento Estrutural																	
 <small>Laboratório de Tecnologia do Betão e do Comportamento Estrutural</small>	Modelos de Colunas Mistas				Data do Ensaio 09 / 08 / 04												
<p>Ensaio realizado: Determinação do Módulo de Elasticidade em Compressão</p> <p>Referência do Provete: Cil 3</p> <p>Dimensões do Provete: $\phi 150 \times 300$ (mm)</p> <p>Procedimento de ensaio:</p> <p>O ensaio foi realizado baseado na Especificação E 397/1993.</p> <p>Resultados obtidos :</p> <table border="1" style="width: 100%; border-collapse: collapse; margin-top: 10px;"> <thead> <tr> <th>$\sigma_{\min.}$ (MPa)</th> <th>$\sigma_{\max.}$ (MPa)</th> <th>$f_{c,cil}$ (MPa)</th> <th>N. de ciclos aplicados</th> <th>Área (mm²)</th> <th>$E_{c, cil}$ (GPa)</th> </tr> </thead> <tbody> <tr> <td style="text-align: center;">5.29</td> <td style="text-align: center;">17.52</td> <td style="text-align: center;">56.22</td> <td style="text-align: center;">8</td> <td style="text-align: center;">17671.46</td> <td style="text-align: center;">34.79</td> </tr> </tbody> </table> <p style="margin-top: 10px;">a) Para a determinação do módulo de elasticidade em compressão, foram considerados a média de 6 ciclos, devido a ajustes de todo o sistema.</p> <div style="text-align: center; margin-top: 20px;">  </div>						$\sigma_{\min.}$ (MPa)	$\sigma_{\max.}$ (MPa)	$f_{c,cil}$ (MPa)	N. de ciclos aplicados	Área (mm ²)	$E_{c, cil}$ (GPa)	5.29	17.52	56.22	8	17671.46	34.79
$\sigma_{\min.}$ (MPa)	$\sigma_{\max.}$ (MPa)	$f_{c,cil}$ (MPa)	N. de ciclos aplicados	Área (mm ²)	$E_{c, cil}$ (GPa)												
5.29	17.52	56.22	8	17671.46	34.79												
Técnico de Laboratório:		Paula Silva															
Director do Laboratório:		Joaquim Figueiras															

